

5 年 级

姓名：

联系方式：





受益一生的能力！

探寻数学之美 注重生活应用 培养多元能力

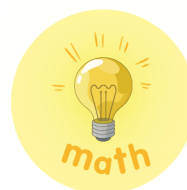
我们不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，
通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，
让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，
成为拥有面向未来的多元能力的人。



数学有源



数学有趣



数学有用

在《义务教育数学课程标准（2011年版）》中指出，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

升级后的学而思数学课程，将“情境带入”、“问题引导”、“动手探究”和“条理表达”等贯穿课堂，把对学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识等学科素养的培养渗透到课件、教材、教具等每一个环节，落地多元综合能力培养，让孩子们感受“数学有趣、数学有用、数学有源”。



数感



符号意识



空间观念



几何直观



数据分析观念



运算能力



推理能力



模型思想



应用意识



创新意识

【数学有趣】——多感官调用，加深理解，强化记忆

一个人学习的好坏受学习动力的影响很大，所学内容的趣味感可以很好地提升孩子的学习动力。趣味的提升不是简单的逗孩子笑，在教学过程中，给孩子多感官的信息输入，让孩子在课堂动静结合，可以在提升趣味的同时，有效加深理解与记忆效果。课堂“动手探究”的融入、教师互动设计的丰富，给我们的课堂带来更多趣味体验。

【数学有用】——结合生活应用，从生活中来，到生活中去

“生活即教育”，“教育要通过生活才能发生力量而成为真正的教育”。数学不应该是一个高冷的基础学科，数学在生活中是无处不在的，我们所教授的任何数学知识和生活都是紧密结合的，讲义中的“课前活动”及“生活应用”模块让孩子们充分感受数学学科的“从生活中来，到生活中去”的实用性。

【数学有源】——追本溯源，探寻数学之美

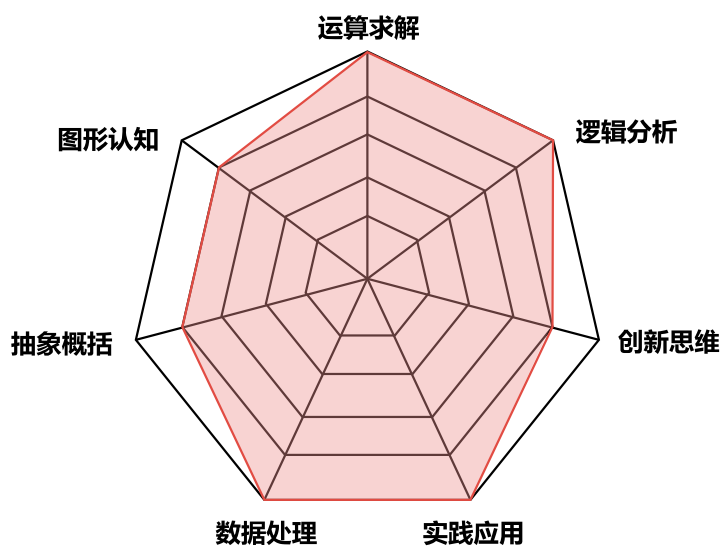
数学学科的美无处不在，我们应该带着孩子们了解所学知识的由来，知其然更知其所以然。我们的讲义中，开篇设计“追本溯源”环节，结合课件进行情境式导入，课后更有“延伸阅读”进行文化拓展，让孩子感受数学之美，爱上数学课堂。

【讲义模块解读】

	阅读能力	沟通能力	探究能力	思辨性思维	创造性思维	抽象性思维
追本溯源	●		●		●	
新知探索	●	●	●	●	●	●
捉虫时刻	●		●	●		●
开放探究	●		●		●	
我是小讲师	●	●	●		●	●
延伸阅读	●		●	●		●

【培养多元能力】

本学期所学内容，在数学能力模块的分布如下：



此外，学而思培优平台在每讲加入口述题录制提交环节，加强师生互动，帮助孩子培养条理表达的能力。

同时，我们的资源匹配依然丰富。

加油站+计算小超市：夯实基础，拓展可选的练习空间；

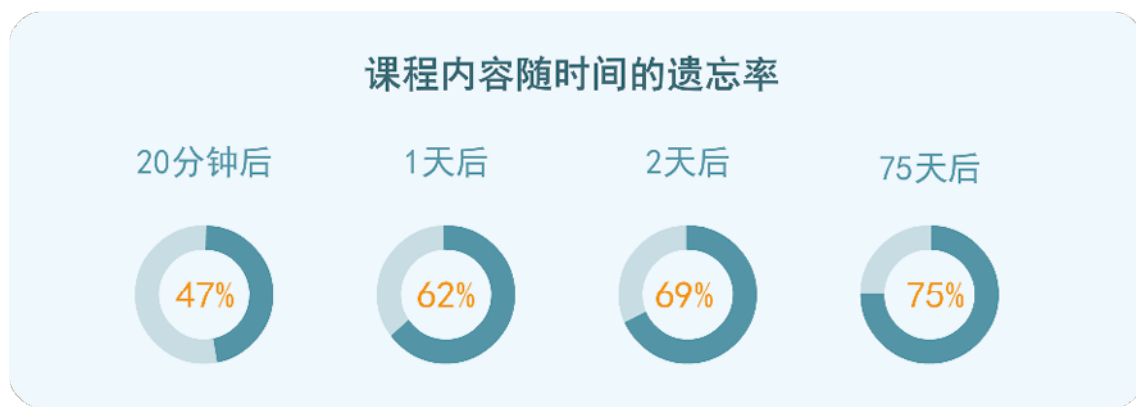
学而思培优平台：增加口述题录制功能的同时，为学员开放多学科资源共享。

在课程升级方面，我们还将不断探索，研究学习的科学，让孩子更科学的学习，持续优化，给孩子受益一生的能力！

学而思小学理科课程设计部

为什么“笔记习惯”非常重要？

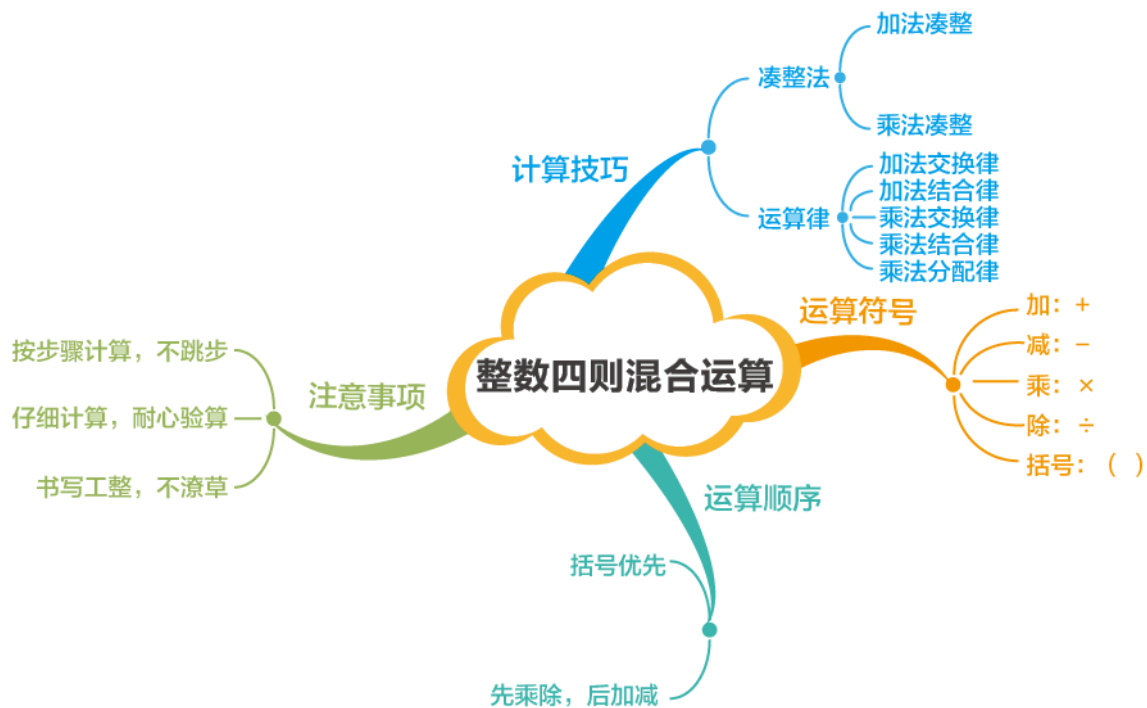
俗话说，好记性不如烂笔头，这就从一个侧面体现了笔记习惯的重要性。根据美国心理学家的一组实验，在听完一堂课的20分钟后，大部分人会忘掉课程内容的47%，75天之后会忘掉75%的内容。同时，对比记笔记与不记笔记的学生，在上课后的一段时间内，做笔记并且回顾笔记的学生，对课程内容的遗忘率远远低于不做笔记的学生。可以看出，笔记的记录对所学内容的记忆吸收是非常重要的。



学而思如何支持小朋友们养成良好的“笔记习惯”？

每讲后面的“学习笔记”环节，提醒小朋友们课上及时记笔记，整理课上所学到的知识、方法、思路，养成良好的学习习惯。同时小朋友们也可以在讲义的空白区域画出笔记区，记录补充题、方法技巧总结等内容。同时，笔记使用的关键不止于记录，更在于课后要使用笔记回顾所学内容，进一步加深记忆。

同时，每讲后面的“思维导图”环节，为小朋友们提供了一个整理本讲知识逻辑的工具——思维导图。思维导图又叫心智图，是英国著名心理学家Tony Buzan发明的一种表达发射性思维的图形思维工具，在多个领域都有广泛的应用。思维导图具有形象生动，结构清晰，层次分明的特点，能帮助我们更好地梳理思路，整理出一讲的知识脉络，用一种简洁、生动的方式来总结这一讲的内容，帮助我们进一步加深记忆。后续也会向小朋友们提供思维导图的课程和相关活动，帮助小朋友们更好地理解和使用这一学习工具，在后期讲义中，我们也会继续优化“思维导图”环节，给小朋友们提供发散思维、展现创造力的空间！



记录笔记时需要注意:

1. 笔记记什么?

①记知识提纲, 了解课程重点难点; ②记课堂中补充拓展的内容; ③记解题思路及重要数学思想方法等。

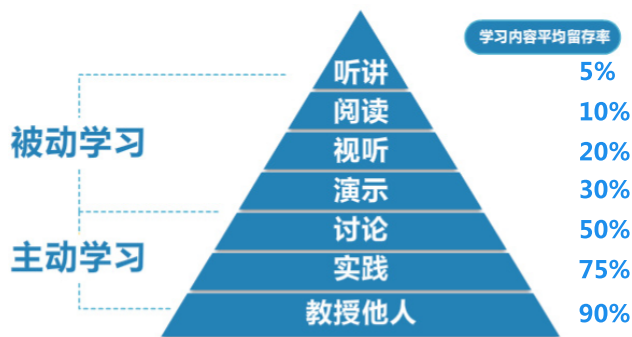
2. 如何处理听和记的关系?

有些同学过分依赖笔记而忽视思考, 上课只记不听。以为没听懂不要紧, 下课看笔记就行。但这样会导致我们对知识理解肤浅, 学习效率反而降低。所以一定要“听为主, 记为辅”, 做到边记边思考, 提炼出上课内容中的重点, 在整理笔记的过程中让自己对学到的知识产生更深的理解。

记笔记的过程也是一个积极思考的过程, 可调动眼、耳、脑、手一起活动, 促进了对课堂讲授内容的理解, 对照笔记进行复习时, 既有系统、有条理, 又觉得亲切熟悉, 因而复习起来, 事半功倍。

培养良好的笔记习惯, 在今后的学习、生活中持续为孩子赋能, 让孩子受益一生!

为什么“口述习惯”非常重要？



“教授他人”的学习内容平均留存率高达90%！

口述习惯的保持，可以促进“小讲师们”及时的整合所学知识，将自己所接收的信息及时转化为有条理的语言，清晰的传递给他人，同时，为了实现更清晰的表达，往往“小讲师们”在接收信息的时候会更加的专注，由此形成一个很好的良性循环。

学而思如何支持小朋友们养成良好的“口述习惯”？

每一讲的后面，都有一个口述模块，给小朋友们选取了一个口述题，用于讲授练习；

学而思培优平台中提供了每讲口述题提交环节，支持小朋友们每节课录制一道口述题，上传至学而思培优平台，老师们会及时查看，给予一定的点评，同学们相互之间也可以查看，促进同班学习交流；

口述习惯需要小朋友们做哪些准备？

1. 找到口述模块，通过课上所学，充分理解口述题所表达的要求，理解题意；
2. 为讲述清楚，做一定的准备，梳理思路，确定讲法与节奏，有的小朋友甚至会写一遍逐字稿，以便整理好自己的语言；
3. 录制之前提前演练，梳理清楚语言，语言最好简洁精练，且要注意要有给他人讲授的交流感，模仿是讲述流畅的第一步，上课的时候多观察、学习老师的讲课用语及互动方式；

最后，开启视频录制，提交视频。

口述习惯的养成不仅可以提升孩子条理表达的能力，还可以培养孩子及时倾听、肯定他人的意识。“小讲师们”今后可以多找机会给自己的好朋友们、家人们讲题，讲自己对各种事物的理解，变成“条理表达小达人”！表达能力的提高可以让孩子受益一生！

目录

1	循环小数的认识.....	1
2	相同的余数.....	19
3	分类枚举.....	33
4	染色与覆盖.....	49
5	分数四则混合运算.....	65
6	比的应用.....	79
7	四边形中的面积关系.....	95

本讲能力·运算求解



第1讲

循环小数的认识

循环小数的认识

校内衔接

循环小数



前铺

小数的认识与计算，分数初识

本讲

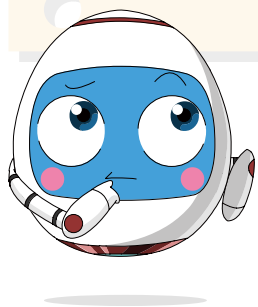
循环小数的周期性
循环小数比大小
循环小数加减法

后续

循环小数的计算
分小四则混合运算

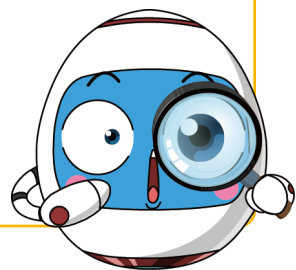
追本溯源

同学们你们知道圆周率 π 的故事么？



探索

$1 \div 7$ 的商的小数部分第20位上的数字是()。



选1

回答下列各题 .

(1) 已知 $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$, 小数点后第100位上的数字是 _____ .

(2) 已知 $\frac{2}{7} = 0.28571\dot{4}$, 小数点后前100位的数字和是 _____ .

(3) 已知 $\frac{3}{7} = 0.42857\dot{1}$, $\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$, $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, 仔细观察这些循环小数 , 你能找到哪些规律 ? 怎样才能快速准确地记住这些循环小数呢 , 与大家分享一下你的方法吧 !

选2

请回答下列各题 .

(1) 真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后, 如果从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是271, 那么 a 是多少?

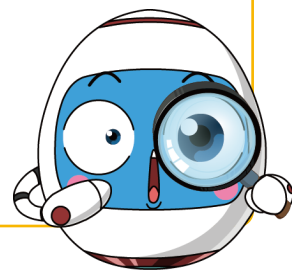
(2) 真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后, 如果从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是277, 那么 a 是多少?

(3) 真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后, 如果从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是297, 那么 a 是多少?

(4) 是否存在自然数 a , 使真分数 $\frac{a}{7}$ 化为小数后, 从小数点后第一位的数字开始连续若干个数字之和是300, 若存在请求出 a ; 若不存在, 请说明理由.

探索

将下列循环小数从小到大排列：0.201 $\dot{5}$ 、0.201 $\dot{5}$ 、0.2 $\dot{0}$ 15、0.2 $\dot{0}$ 15



选3

请你给下面四个小数的小数部分的适当地方加上循环点，使不等式成立。

$$0.1996 > 0.1996 > 0.1996 > 0.1996$$

选4

(1) 在循环小数 $2.71828\dot{1}$ 的某一位上再添一个表示循环的圆点，使新得到的循环小数尽可能大，请写出新的循环小数。

(2) 划去 0.571846293 的小数点后的5个数字，再添上表示循环节的两个圆点，得到的循环小数中最大的数是 _____ ；最小的数是 _____ 。



挑战

给小数 0.643857192 添加表示循环节的两个圆点，使得整个循环小数的小数点后第100位数字是1，那么这个循环小数是 _____ 。

选5

计算：

(1) $0.\dot{1}\dot{2} + 0.\dot{3}\dot{1}$

(2) $0.\dot{6}\dot{7} + 0.\dot{5}\dot{8}$

(3) $0.\dot{1}\dot{2} + 0.4\dot{3}\dot{5}$

(4) $0.\dot{3}4\dot{5} - 0.\dot{1}\dot{2}$

捉虫时刻

马马虎遇到了这么一道题：计算 $0.\dot{2}\dot{4} + 0.\dot{3}$ ，马马虎立马得出了答案： $0.\dot{5}\dot{4}$ 。但老师说马马虎的答案是错的。你知道马马虎哪错了吗？快来帮他改正吧！



挑战

算式： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}$ 结果的小数点后第2025位数字是多少？

思考：

(1) 哪些分数不会影响到小数点后第2025位数字？还剩下哪些分数？

(2) 剩下的几个分数怎么求和？结合今天所学知识试一试吧！

(3) 求出结果的小数点后第2025位数字。

学习笔记



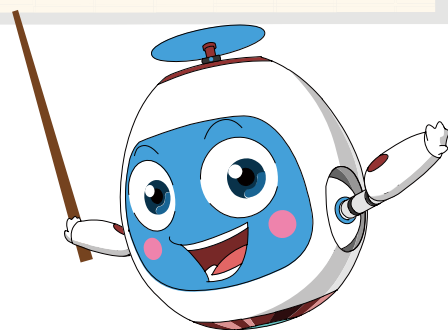
思维导图



生活应用

艾迪薇儿历尽千辛万苦，找到了一个宝箱，但是宝箱却有个密码锁，并且附有纸条提示：宝箱的密码是个四位数，千位和百位分别是 $3 \div 7$ 所得小数的小数点后第36位数字和第70位数字，后两位是 $3 \div 7$ 所得小数的小数部分前20位之和，那么密码是 _____。

亲爱的小朋友们，请给爸爸妈妈讲一讲 $\frac{a}{7}$ 化成循环小数的规律吧！



神奇的走马灯数

对142857这个走马灯数，大家已经不陌生了，它的神奇之处在于乘1、2、3、4、5、6后得到的结果，均是这六个数字排列的轮换：

$$142857 \times 1 = 142857$$

$$142857 \times 2 = 285714$$

$$142857 \times 3 = 428571$$

$$142857 \times 4 = 571428$$

$$142857 \times 5 = 714285$$

$$142857 \times 6 = 857142$$

你若再多乘一次，会得到更有趣的结果。

$$142857 \times 7 = 999999$$

实际上，142857就是 $\frac{1}{7}$ 的十进制循环小数展开式中长度为6的循环节。142857的轮换特性自然和 $\frac{1}{7}$ 脱不了干系。

讨论开始前，悄悄告诉大家，走马灯数不止这一个哦！以下就是另外一些走马灯数：

1176470588235294

1052631578947368420

4347826086956521739130

4482758620689655172413793103

.....

有意思的是，生成这些数的方法很简单。

对于一个质数 p ，除了2和5对应的 $\frac{1}{p}$ 的十进制小数展开式，必然会有循环节。对各个 p 对应的 $\frac{1}{p}$ 生成的小数的循环节略作统计：

p	循环节	周期
3	3	1
7	142857	6
11	09	2
13	076923	6
17	0588235294117647	16
19	052631578947368421	18
23	0434782608695652173913	22
29	0344827586206896551724137931	28
31	032258064516129	15
37	027	3
41	02439	5

这里的循环节部分，就是走马灯数——比如上面的0588235294117647就是 $\frac{1}{17}$ 的循环节。但粗略看过去，很难看到什么明显的规律——毕竟有很多循环小数的循环节并非走马灯数，比如 $\frac{1}{31}$ 的循环节032258064516129，就不是。

不妨先考虑 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{2}{3}$ 的循环节：

$$\frac{1}{3}=0.3333\dots$$

$$\frac{2}{3}=0.6666\dots$$

可以看出，分母为3的真分数，其循环节有两种模式：3和6。

然后看一下 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{2}{7}$ …… $\frac{6}{7}$ ，其实文章开始已经给出了一部分，不妨再写一遍：

$$\frac{1}{7}=0.142857142857\dots$$

$$\frac{2}{7}=0.285714285714\dots$$

$$\frac{3}{7}=0.428571428571\dots$$

$$\frac{4}{7}=0.571428571428\dots$$

$$\frac{5}{7}=0.714285714285\dots$$

$$\frac{6}{7}=0.857142857142\dots$$

这里只有一种模式：142857.

然后是 $\frac{1}{11}$ 、 $\frac{2}{11}$ …… $\frac{10}{11}$ ：

$$\frac{1}{11}=0.090909\dots$$

$$\frac{2}{11}=0.181818\dots$$

$$\frac{3}{11}=0.272727\dots$$

$$\frac{4}{11}=0.363636\dots$$

$$\frac{5}{11}=0.454545\dots$$

$$\frac{6}{11}=0.545454\dots$$

$$\frac{7}{11}=0.636363\dots$$

$$\frac{8}{11}=0.727272\dots$$

$$\frac{9}{11}=0.818181\dots$$

$$\frac{10}{11}=0.909090\dots$$

模式共有09、18、27、36、45五种。

如果对“模式”稍作统计，就会得到下表：

p	周期	模式数	周期 × 模式数
3	1	2	2
7	6	1	6
11	2	5	10
13	6	2	12
17	16	1	16
19	18	1	18
23	22	1	22
29	28	1	28
31	15	2	30
37	3	12	36
41	5	8	40

观察每个 p 所对应的周期乘模式数，貌似终于找到了某种规律：

周期 × 模式数 + 1 = 质数

根据观察归纳，发现当“模式数=1”或者说“周期= $p-1$ ”这个条件满足时， $\frac{1}{p}$ 的小数展开式的循环节将会是走马灯数。（如 $p=7、17、19、23、29$ 等，会对应各自的走马灯数）

数独大作战

		1		2	
					6
			6	1	
	1	4			
2					
	5		2		



高手

2分钟

达人

5分钟

新星



标准数独：在空格内填入数字1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·抽象概括



第2讲 相同的余数

相同的余数

校内衔接

因数与倍数



前铺

带余除法

本讲

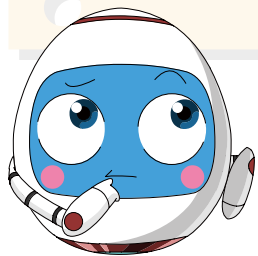
余数的性质，相同的余数

后续

韩信点兵

追本溯源

小朋友们，你们知道哪位数学家在同余问题上有着巨大的贡献吗？



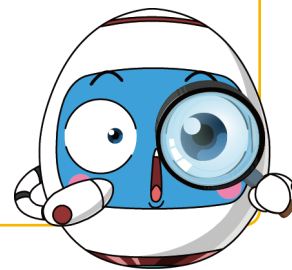
探索

利用余数的性质计算 .

(1) $333 + 21$ 除以 5 的余数 .

(2) $2247 - 617$ 除以 9 的余数 .

(3) 58×146 除以 7 的余数 .



选1

按要求解答问题。

(1) 某个整数除41，余数是5，那么这个整数可能是几？

(2) 某个整数除47余5，除65余2，那么这个整数最大是多少？

捉虫时刻

艾迪学习完了今天的课程，在回家做作业时，遇到了这么一道题：某个整数除43余7，除74余2，那么这个整数最小是多少？他的计算过程如下：

解：设这个整数为 x ，则 $43 - 7 = 36$ 和 $74 - 2 = 72$ 除以 x 余数相同，由于 $(36, 72) = 36$ ，所以 x 是36的因数， $x = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ ，最小是1。

但是老师说艾迪算错了，聪明的小朋友，你知道艾迪哪儿算错了吗？快来帮艾迪改正吧！

选2

按要求解答问题。

(1) 某个整数除67、151得到的余数都是11，那么这个整数最小是多少？

(2) 某个整数除61、109得到的余数都是13，那么这个整数可能是几？

选3

某个大于1的整数除29、17得到的余数相同，那么这个整数可能是几？

选4

某个大于1的整数除17、53、113得到的余数相同，那么这个整数可能是几？

选5

有3个吉利数888、518、666，用它们分别除以同一个自然数，所得的余数分别是 a 、 $a+7$ 、 $a+10$ ，则这个自然数是多少？



挑战

一个大于1的自然数除127、75所得的余数分别是 $2a$ 、 a ，求这个自然数和 a 的值。（ $a \neq 0$ ）



挑战

一个自然数除70、125、361所得的余数分别是 $a + 19$ 、 a 、 $2a$ ，求这个自然数的值。

学习笔记



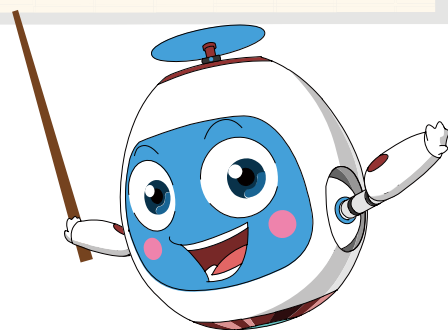


生活应用

博士准备奖励给同学们一些积分卡，第一天他将222张积分卡分给班里的同学们，每人平均分一些以后还剩下6张；第二天博士又将309张积分卡分给班里的同学们，每人平均分一些以后还剩下3张。已知班级人数是两位数，求这个班有多少人？



请利用今天所学知识，给爸爸妈妈讲讲这道题吧！某个整数除72，余数是7，那么这个整数可能是几？



生活中的余数

时钟里的同余

时间可以无止境地延续下去，所以如果我们对时间进行计数，那么不存在最后的一分或者一秒。但是，聪明的人类发明了时钟，在表盘上仅仅用了60个数便可以完成对时间的描述。

让我们一起来回顾下，一个时钟是怎么工作的！为了准确描述无止境的时间，我们在表盘上不断地重复计数。当时间到达59分时，我们从0重新开始—— $\{0, 1, 2, 3, \dots, 59\}$ 循环累计，在这种计数方式下，不会出现179分钟，因为当你经历了179分钟时，时钟上的分针指向的还是59。所以在时钟上，0:59和2:59的分针指的都是同一个数，但它们相差60分钟的两倍。

对于上面的计数方法，我们可以说这是以60为模对分钟进行计数。同理，我们也可以以12为模对小时进行计数。



月历中的同余

日	一	二	三	四	五	六	2015-04-16 星期四
			1 愚人节	2 十四	3 十五	4 十六	<div style="background-color: #f9a825; color: white; padding: 10px; text-align: center;"> <h1>16</h1> <p>二月廿八 乙未年〔羊年〕 庚辰月 壬戌日</p>  </div>
5 清明	6 十八	7 十九	8 二十	9 廿一	10 廿二	11 廿三	
12 廿四	13 廿五	14 廿六	15 廿七	16 廿八	17 廿九	18 三十	
19 初一	20 谷雨	21 初三	22 地球日	23 初五	24 初六	25 初七	
26 初八	27 初九	28 初十	29 十一	30 十二	1 劳动节	2 十四	

观察上面的月历，你会发现有下面的规律：

- 1.月历中同一列的任何两个数之间都相差7的倍数；
- 2.同一列中所有数被7除所得的余数都相同。

也就是说，月历中同一列中的数模7是同余的。

高斯的故事

我们再来看看为同余的研究作出巨大贡献、号称“数学王子”的卡尔·弗里德里希·高斯的小故事！

德国数学家高斯是一位伟大的数学家。他在数学上的贡献无与伦比。在分析、微分几何、非欧几何、代数、天体力学、地学、误差理论等方面都有卓越的成就。他最喜欢的数学分支是数论。到了18世纪末，历代数学家积累的关于整数性质零散的知识已经十分丰富了，把它们整理加工成为一门系统的学科的条件已经完全成熟了。高斯集中前人的大成，写了一本书叫做《算术研究》，1800年寄给了法国科学院，但是法国科学院拒绝了高斯的这部杰作，高斯只好在1801年（24岁）自己出版了这部开辟现代数论新纪元的著作。在《算术研究》中，高斯把过去研究整数性质所用的符号标准化，把当时现存的定理系统化并进行了推广，把要研究的问题和方法进行了分类，还引进了新的数学方法。高斯的《算术研究》远远走在他所处时代的前列，给后代数学家提供了丰富的研究题材。



高斯的著作极丰，并且文章立论严谨，他奉行三条原则：“少些，但要成熟”；“不要留下进一步要做的事情”；“极度严格的要求”。从他逝世后出版的著作可以明显地看到，他有大量重要的文章从未发表。“数学之王”是对他很恰当的赞誉。

数独大作战

1				5	
		4			6
	6				
				2	
3			2		
	2				5



高手

2分钟

达人

5分钟

新星



标准数独：在空格内填入数字1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·数据处理

第3讲 分类枚举

分类枚举

校内衔接

数学广角——搭配
(一)、(二)



前铺

简单整数分拆，树形图

本讲

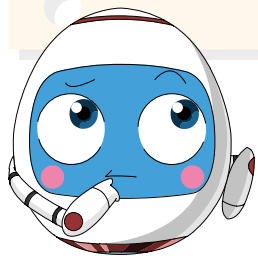
整数分拆，摸小球，撕邮票

后续

复杂的加乘原理

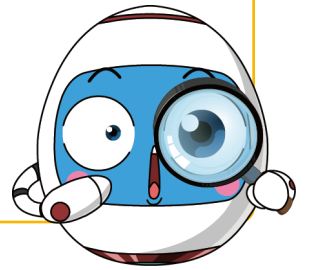
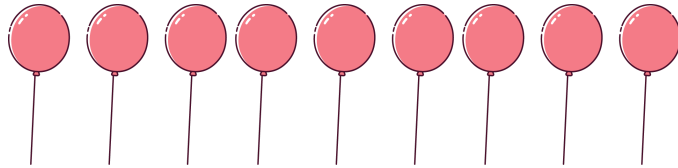
追本溯源

小朋友们，你们知道数是怎么来的吗？



探索

请大家试着把9个气球分成三堆，每堆至少两个，有多少种不同的分法？（不考虑顺序）



选1

(1) 艾迪有10块糖，想分成三堆（不考虑堆顺序，且糖没有区别），每堆至少两块，有 _____ 种分法。

(2) 薇儿有10块糖，如果每天至少吃3块，那么共有 _____ 种不同的吃法吃完这10块糖。

捉虫时刻

将15个小球分成三堆，每堆至少3个，共有多少种不同的方法？马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

$15 = 3 + 4 + 8 = 3 + 5 + 7 = 4 + 5 + 6$ ，共3种。

选2

计算：

(1) 从1~20中取两个不同的整数相加，和等于20，有多少种取法？

(2) 从1~20中取两个整数相加（可以相同），和大于20，有多少种取法？

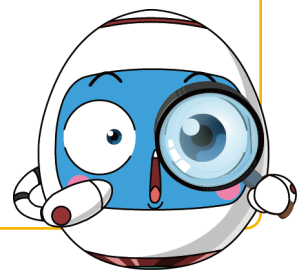
(3) 从1~20中取两个不同的整数相加，和大于20，有多少种取法？



从1 ~ 50这50个自然数中选取两个不同的数，使它们的和大于50，共有 _____ 种不同的取法。

探索

袋中有5个红球和6个绿球，艾迪从中任意拿出5个球，共有 _____ 种不同的取法。



选3

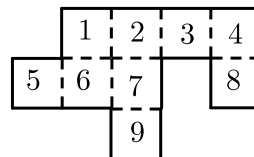
袋中有3个红球，4个黄球和5个白球，艾迪从中任意拿出6个球，共有 _____ 种不同的取法。

选4

口袋中有20个球，其中白球9个，红球5个，黑球6个。现从中任取10个球，使得剩下的白球不少于3个但不多于8个，红球不少于2个，黑球不多于3个。共有 _____ 种不同的取法。

选5

艾迪到邮局购买5张邮票，并要求这些邮票的式样都要相同且全部都要互相连接在一起（两张邮票之间只有顶点与顶点相连不算连在一起）。现在邮局只剩最后的9张邮票，如下图所示，为满足艾迪的要求，请问邮局的职员有 _____ 种不同的撕邮票的方法。

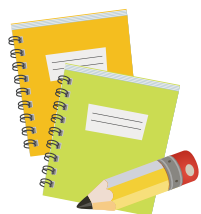




挑战

一次，齐王与大将田忌赛马，每人有四匹马，分为四等。田忌知道齐王这次比赛马的出场顺序依次为一等、二等、三等、四等，而且还知道这八匹马跑的最快的是齐王的一等马，接着依次为自己的一等，齐王的二等，自己的二等，齐王的三等，自己的三等，齐王的四等，自己的四等。田忌有多少种方法安排自己的马的出场顺序，保证自己至少能赢两场比赛？

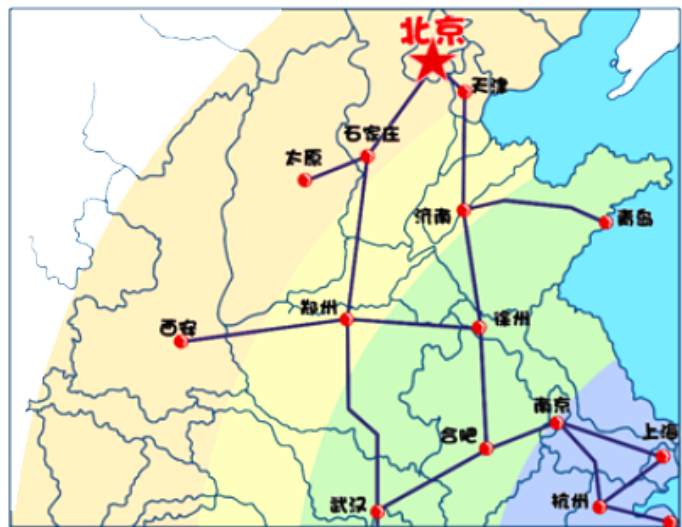
学习日记





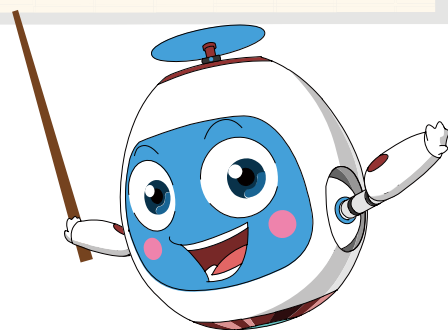
生活应用

由于经济的发展，人们生活水平提高，开始追求精神方面的享受，促进了许多产业的发展。一个典型的例子就是旅游业。而旅游业的发展促进了电子地图的成长。一些比较先进的电子地图可以罗列出从起始点到终点的所有路线。下图是中国火车路线图的一部分。如果你现在是一款电子地图的研发者，一个顾客想要从北京到上海，并且中途不重复经过相同的地方。



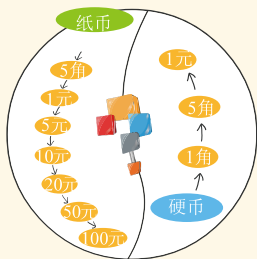
- (1) 请你帮他罗列出所有路线，并说一说你是按照什么样的分类方法来找这些路线的。
- (2) 为什么有时候人们会不走地图上的最短路线？

袋中有2个红球，3个黄球和4个白球，艾迪从中任意拿出4个球，共有多少种不同的取法？你是按照什么进行分类的，又是怎样枚举的？快说说你的想法吧！



分类思想

我们现在使用的钱币分成“纸币”和“硬币”两种。



钱币 = “纸币” + “硬币”
 纸币 = “钱币” - “硬币”
 硬币 = “钱币” - “纸币”

在钱币中，“纸币”和“硬币”是互补的关系。



欧几里得《原本》第一卷中记载了五个公理，他们都是在思维过程中必须遵循的真理。其中第五条公理就是：整体大于部分。换句话说，也等价于“整体等于部分之和”。大数学家笛卡尔也曾给出建议：



把你考虑的每一个问题，按照可能和需要，分成若干部分，使它们更易于求解。

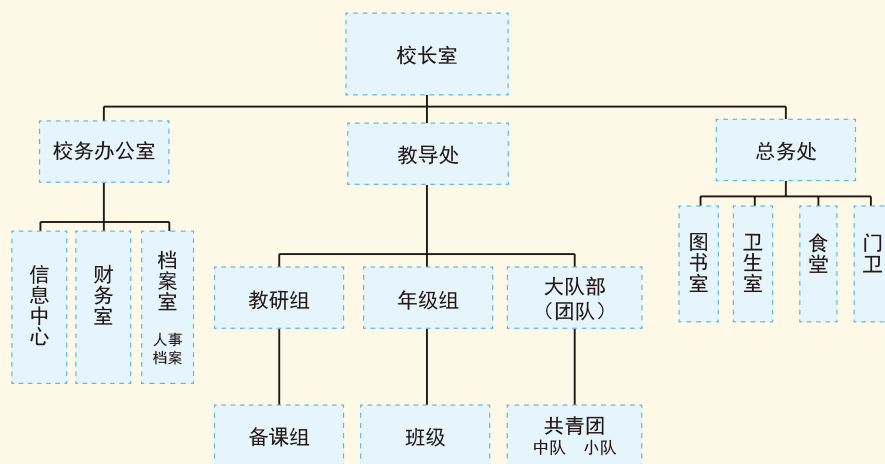
所以，在枚举计数中，分类枚举是最基础最重要的一个环节，而加法原理就是这个公理的具体体现。

在枚举分类中，有一种工具你一定不陌生——树形图。树有主干支干之分，生长规律有根、干、枝、叶，这样的自然特征恰好跟我们生活中很多事情一样，有分类，每个类别下有更加细化的分支和延伸。树形图可以形象直观地呈现枚举过程，不重不漏，一目了然。生活中，人们常借用树形图的结构表述项目架构，比起文字，这样的图示更加条理有序。

2014年世界杯淘汰赛赛程中的树形图



某学校的职能架构



数独大作战

	6			3	
6					5
	2			1	
5		3	6		4



高手

2分钟

达人

5分钟

新星



标准数独：在空格内填入数字1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·创新思维



第4讲

染色与覆盖

染色与覆盖

校内衔接

奇数与偶数



前铺

奇偶性问题

本讲

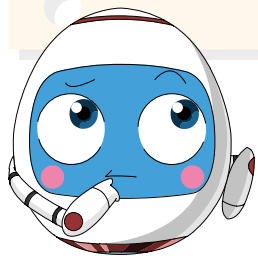
覆盖问题，认识黑白染色，黑白染色的应用

后续

抽屉原理

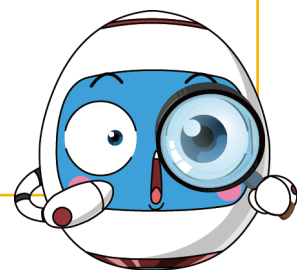
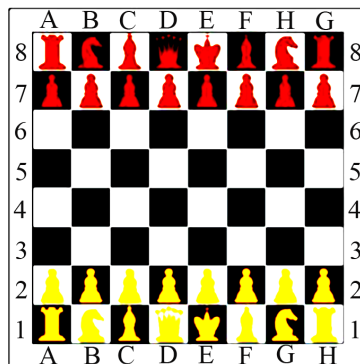
追本溯源

小朋友们，你们知道国际象棋的来历吗？



探索

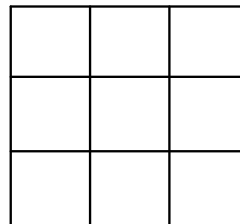
国际象棋棋盘分成8行8列，共有（ ）个格，对棋盘进行黑白相间染色后，有（ ）个黑格，（ ）个白格。（ ）。



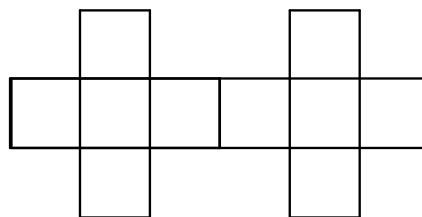
选1

艾迪家要铺地砖，用的是形如□□的 1×2 的长方形地砖，他遇到了一些问题，快来帮他思考一下吧！

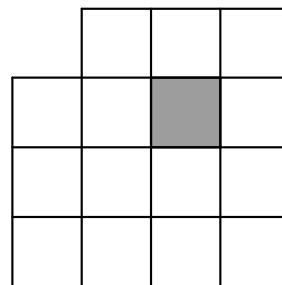
(1) 如下图所示的区域，能否用5块地砖不重叠地拼出来？



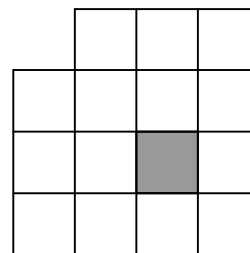
(2) 如下图所示的区域，能否用5块地砖不重叠地拼出来？



(3) 如下图所示的区域，能否用7块地砖不重叠地拼出来？

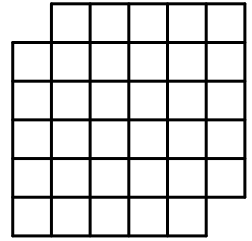


(4) 如下图所示的区域，能否用7块地砖不重叠地拼出来？



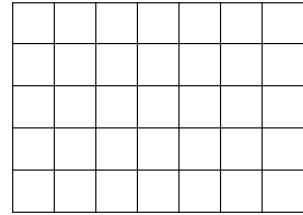
选2

下图是把一张 6×6 的方格纸去掉两个角所得的图形。能否用 1×2 的小长方形恰好拼满这张表格？



选3

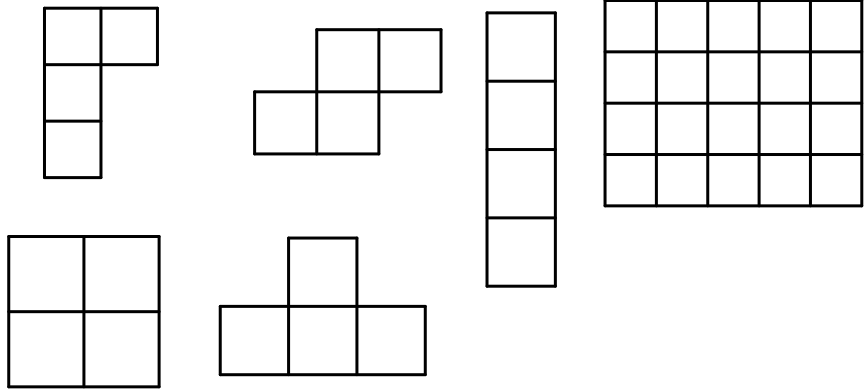
六年级一班全班有35名同学，共分成5排，每排7人，坐在教室里，每个座位的前后左右四个位置都叫作它的邻座。如果要让这35名同学都恰好坐到他的邻座上去，能办到吗？为什么？



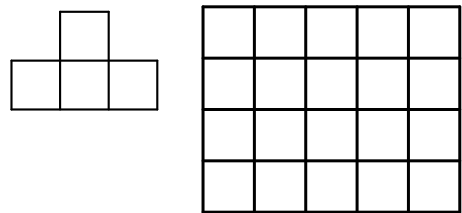


请回答下列问题：

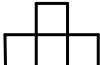
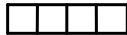
(1) 右图中有5个由4个 1×1 的小正方格组成的不同形状的硬纸板。问能用这5个硬纸板拼成右图中 4×5 的长方形吗？如果能，请画出一种拼法；如果不能，请简述理由。



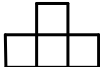
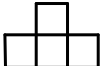

(2) 如果现在可以使用的拼板变成5个“T”字型方块，还能拼成右图中 4×5 的长方形吗？如果能，请画出一种拼法；如果不能，请简述理由。



捉虫时刻

用1个  和6个  能否不重叠的覆盖一个 4×7 的棋盘？为什么？

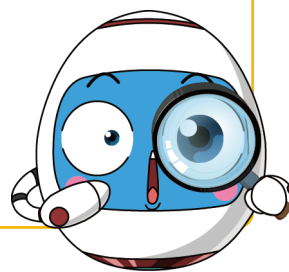
马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

解：把棋盘黑白染色，黑白格应各为14个，但1个  一定覆盖1个黑格3个白格，那么1个  和6个  一定覆盖13个黑格15个白格，但实际有14个黑格和14个白格，矛盾。所以不能覆盖。

探索

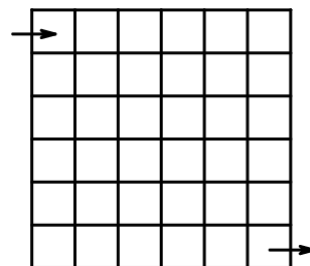
如果在一个地图上，从黑格走一步一定走到白格，从白格走一步一定走到黑格，那么从白格出发，走55步会走到 _____，走100步会走到 _____。

- A. 黑格；黑格 B. 白格；黑格 C. 黑格；白格 D. 白格；白格

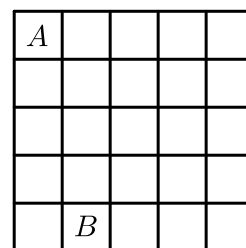


选4

(1) 有一次车展共 $6 \times 6 = 36$ 个展室，如右图，每个展室与相邻的展室都有门相通，入口和出口如图所示。参观者能否从入口进去，不重复地参观完每个展室再从出口出来？

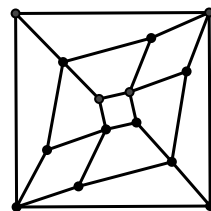


(2) 能否从图中的A格出发，每次走到相邻的小格子，最后走到B格，并且每个格子都刚好到一次？



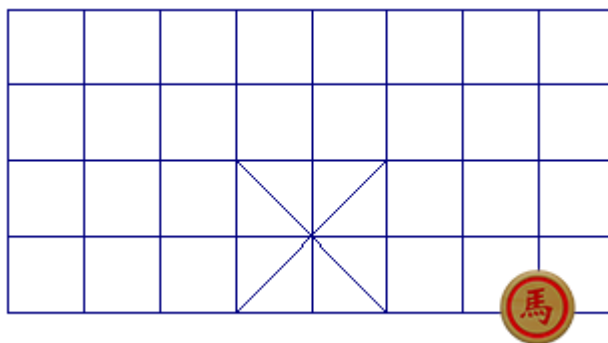
选5

下图是连接14个城市的道路图，是否有一条路线可以经过每一个城市恰好一次？



挑战

右图是半张中国象棋棋盘，棋盘上放有一只马。众所周知，马是走“日”字的。请问：这只马能否不重复地走遍这半张棋盘上的每一个点，然后回到出发点？



学习日记

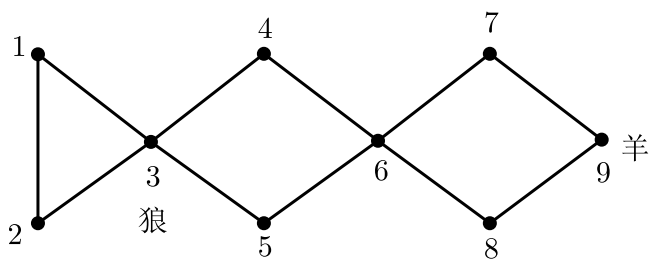




生活应用

在下面的棋盘中和小伙伴玩一个游戏，想想背后的数学原理吧！

游戏规则：棋盘如下图所示，由9个小圆圈排列而成，用1~9编号。在3号和9号小圆圈中各放一枚棋子，分别代表狼和羊。若两个小圆圈之间有线相连，则棋子可以从其中的一个走入另一个。现在由狼先走，双方轮流，每方每次走一步，每步可以从一格走到有线相连的邻格之中。如果狼走了不超过6步后，就走入羊所在的格子之中，就算狼抓住了羊；反之羊就成功逃脱啦。究竟谁能获胜呢？快来试一试吧！



博士带艾迪薇儿一起参加一场车展，总共 $4 \times 4 = 16$ 个展室，如图，每个展室与相邻的展室都有门相通，入口和出口如图所示。他们之间进行了如下的对话。

艾迪：这里真大啊！

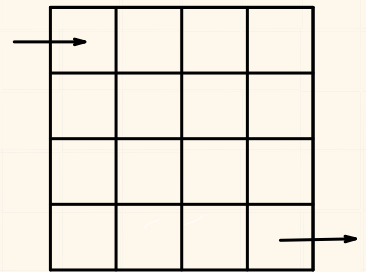
博士：是啊，这里面的每个展室，都放着一副“镇室之宝”，那可都是世界名画！

薇儿：太好啦！我想把每个展室都看一遍！

博士：没问题，但是今天时间有限，如果想都看一遍，同一个展室我们就不能重复进两次！

薇儿：艾迪，你知道吗，到底有没有这样的走法呢？

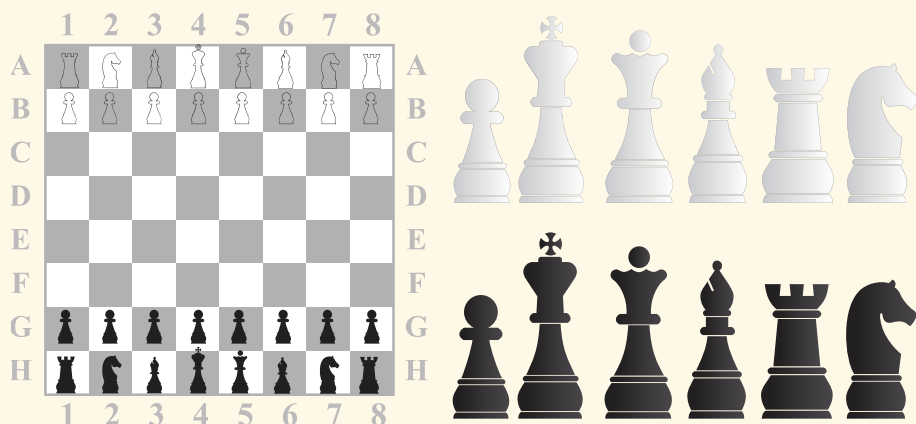
快来替艾迪说一说，有没有这样的走法，为什么？



国际象棋浅谈

国际象棋棋盘是个正方形，由纵横各8格、颜色一深一浅交错排列的64个小方格组成。深色格称黑格，浅色格称白格，棋子就放在这些格子中移动。棋子共三十二个，分为黑白两组，各十六个，由对弈双方各执一组，兵种是一样的，分为六种：

王(1)、后(1)、车(2)、象(2)、马(2)、兵(8)



在正式比赛中，国际象棋棋子采用立体棋子，非正式比赛中可以采用平面图案的棋子

行棋规则

国际象棋是双方对下的，一方用白棋，一方用黑棋。对局由执白者先行，每次走一步，双方轮流行棋，直到对局结束。各种棋子的一般走法如下：

王(K)：横、直、斜都可以走，但每次限走一步。

后(Q)：横、直、斜都可以走，步数不受限制，但不能越子。

车(R)：横、竖均可以走，步数不受限制，不能斜走。除王车易位外不能越子。

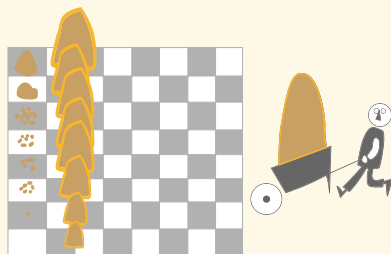
象(B)：只能斜走。格数不限，不能越子。

马(N)：每步棋先横走或直走一格，然后再往外斜走一格；或者先斜走一格，最后再往外横走或竖走一格（即走“日”字）。可以越子，没有中国象棋中的“蹩马腿”限制。

兵(P)：只能向前直走，每次只能走一格。但走第一步时，可以走一格或两格。兵的吃子方法与行棋方向不一样，它是直走斜吃，即如果兵的斜进一格内有对方棋子，就可以吃掉它而占据该格。

国际象棋趣谈

据说，有位印度教宗师见国王自负虚浮，决定给他一个教训。他向国王推荐了一种在当时无人知晓的游戏。国王当时整天被一群溜须拍马的大臣们包围，百无聊赖，很需要通过游戏方式来排遣郁闷的心情。



国王对这种新奇的游戏很快就产生了浓厚的兴趣，高兴之余，他便问那位宗师，作为对他忠心的奖赏，他需要得到什么赏赐。宗师开口说道：“请您在棋盘上的第一个格子上放1粒麦子，第二个格子上放2粒，第三个格子上放4粒，第四个格子上放8粒……即每一个次序在后的格子中放的麦粒都必须是前一个格子麦粒数目的2倍，直到最后一个格子第64格放满为止，这样我就十分满足了。”“好吧！”国王哈哈大笑，慷慨地答应了宗师的这个谦卑的请求。

然而国王等到麦子成熟时，国王才发现，按照与宗师的约定，全印度的麦子竟然连棋盘一半的格子数目都放不够。这位宗师索要的麦粒数目实际上是天文数字，折合小麦重量为2587亿吨以上。

格子数	麦粒数
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64
8	128
9	256
10	512
20	524288
30	536870912
40	549755813888
50	562949953421312
64	9223372036854775808

数独大作战

	5				3
6	1				
		4			
			2		
				1	2
3				5	



高手

2分钟

达人

5分钟

新星



标准数独：在空格内填入数字1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·运算求解



第5讲
分数四则混合运算

分数四则混合运算

校内衔接

分数加减法
分数乘法
分数除法



前铺

分数加减计算，分数乘除计算

本讲

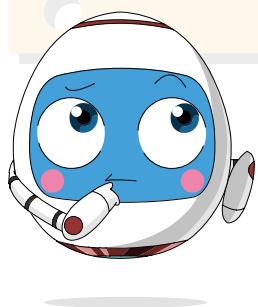
分小四则混合运算，繁分数

后续

分数巧算

追本溯源

小朋友们，你们知道为什么乘除法运算要优先于加减法运算吗？

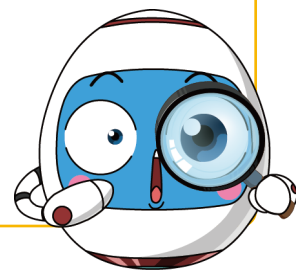


探索

计算：

$$(1) \frac{4}{5} \times \frac{15}{16} \div \frac{3}{2}$$

$$(2) \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$



选1

计算：

$$(1) \frac{5}{8} - 1\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{2}{5} + \frac{7}{12} \times \frac{3}{14} - \frac{3}{8} \div \frac{15}{16}$$

选2

计算：

$$(1) \frac{3}{10} \div 1\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right) .$$

$$(2) \left[2\frac{1}{3} + \left(5\frac{2}{5} - 2\frac{2}{3}\right) \times 1\frac{2}{3}\right] \div 3\frac{4}{9} .$$

选3

请仿照第一列的内容，将下列表格填写完整。

小数	0.1	0.3	0.25		0.125		
分数	$\frac{1}{10}$			$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{25}$	$3\frac{3}{4}$

选4

计算：

$$(1) \frac{2}{5} \div 0.2 \times \frac{5}{8} + 3.9 .$$

$$(2) 2.5 \times \frac{2}{5} + 9.63 - 2.1 \div \frac{1}{3} .$$

捉虫时刻

艾迪学习完了今天的课程，在回家做作业时，遇到了这么一道题：计算： $\frac{1}{5} \times 3.5 + \frac{3}{2} \times 0.4$ ，

他的计算过程如下：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{5} \times 3.5 + \frac{3}{2} \times 0.4 \\ = & \frac{1}{5} \times \frac{9}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \\ = & \frac{9}{10} + \frac{3}{5} \\ = & \frac{15}{10} \\ = & \frac{3}{2} \end{aligned}$$

但是老师说艾迪算错了，聪明的小朋友，你知道艾迪哪儿算错了吗？快来帮艾迪改正吧！

选5

计算：

$$(1) \frac{1}{12} + \left(4\frac{5}{12} - 3.5\right) \div \frac{11}{24};$$

$$(2) [(5 - 3.5) \times 2.25] \div \left[4 \div \left(4 + 1\frac{1}{3}\right)\right].$$



(1) 化简下列繁分数：

$$\textcircled{1} \frac{\frac{2}{25}}{\frac{2}{2}}$$

$$\textcircled{2} \frac{\frac{2}{25}}{\frac{2}{2}}$$

$$\textcircled{3} \frac{\frac{15}{2}}{\frac{25}{2}}$$

$$\textcircled{4} \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{8}{15}}$$

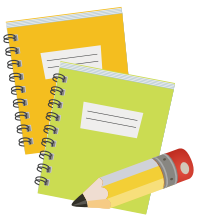
$$(2) \frac{7}{6 + \frac{5}{4 + \frac{3}{2}}}$$



挑战

计算： $2012 \times \frac{3\frac{3}{4} \times 1.3 + 3 \div 2\frac{2}{3}}{(1+3+5+7+9) \times 20 + 3}$.

Blank lined area for taking notes.





生活应用

分土地

在一个村子里，村长要给村里的居民分土地，按照村里的规定：1个大人可以分到 $\frac{2}{3}$ 亩，1个小孩可以分到 $\frac{1}{5}$ 亩。有一户人家，一共有6个大人，3个小孩，请问这户家庭一共可以分到多少亩土地？



小朋友们，今天我们学完分小混合运算后，快给爸爸妈妈讲讲，接下来这道题应该如何计算吧！

$$\frac{5}{3} \times 0.4 + \frac{1}{6} \div \frac{3}{2}$$



分数的历史

史料表明石器时代的古人尚未发明分数，而随着先进青铜文化的崛起，分数概念和分数记号应运而生。3000多年前，古埃及象形文字创造了一种符号表示单位分数（分子为1的分数），即在整数上方画一个长椭圆，就表示该整数的倒数。

中国关于分数概念的记载可追溯至商代（公元前12世纪前后），而在晚周铜器铭文中已出现了关于分数的叙述。因古人常略去“几分之几”的（之）字，故把 $\frac{3}{5}$ 读作“五分三”。在公元前3世纪的《考工记》中，谈及车轮制作时，写有“十分寸之一为一枚”之句，其意为十分之一寸为一分。

在我国经典数学著作《九章算术》的“方田”章中，给出了完整的分数加、减、乘、除以及约分和通分运算法则。如第5题：今有十八分之十二，问约之得几何。在阿拉伯民族眼中，数学是智慧的母亲。为了表现慈母的端庄、秀丽，阿拉伯民族在分子、分母之间添加了一条横线。这条美丽的线段不是分隔母子的沟壑，而是连接母子的彩带。关于分数线的记载，最早见于阿拉伯数学家花拉子米的著作《还原与对消计算概要》。一般认为，现代数学意义下的分数线应归功于一位12世纪的阿拉伯数学家。在其著作中把

$\frac{332}{589}$ 写成 $2 + \frac{3 + \frac{3}{5}}{8}$ ，此即繁分数表示法，启发了后人如何正确、简洁应用分数线。

分数的分子、分母中至少有一个是分数形式的分数叫做繁分数。举例如下：

$$\frac{\frac{7}{11}}{5} \quad \frac{\frac{14}{5}}{9} \quad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{13}}$$

这些繁分数根据分数的定义可以简明地表示如下：

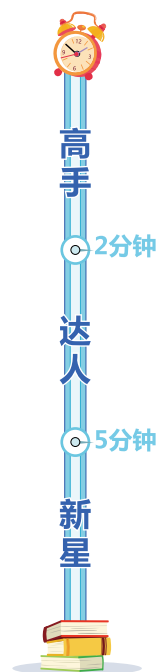
$$\frac{\frac{7}{11}}{5} = \frac{7}{11} \div 5 = \frac{7}{11} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{55}$$

$$\frac{\frac{14}{5}}{9} = 14 \div \frac{5}{9} = 14 \times \frac{9}{5} = \frac{126}{5}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{13}} = \frac{3}{4} \div \frac{6}{13} = \frac{3}{4} \times \frac{13}{6} = \frac{13}{8}$$

数独大作战

	5	2			
			3	2	
	2				
			1	3	
6					4
		5			

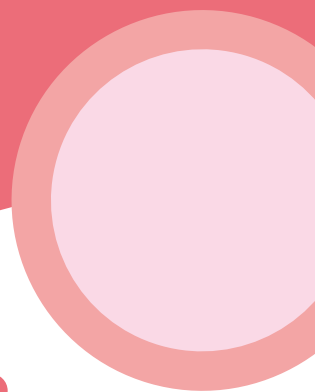
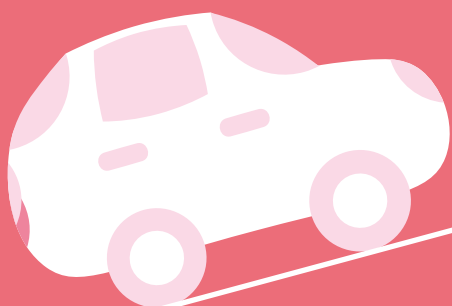


标准数独：在空格内填入数字1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·实践应用



第6讲 比的应用

比的应用

校内衔接

比例



前铺

因数与倍数的认识；比和比例的基础知识

本讲

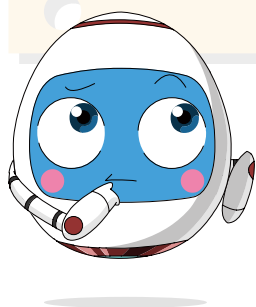
份数思想；寻找1份量；不变量；解比例应用

后续

用比例法解决行程问题

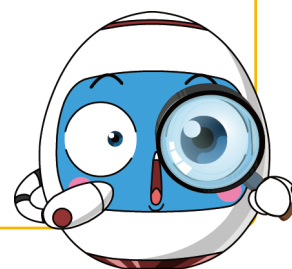
追本溯源

小朋友们，你们了解中药吗？那你知道中药当中每种成分的配比有多重要吗？



探索

艾迪帮妈妈包韭菜鸡蛋饺子，韭菜与鸡蛋的质量比是3 : 2，450克的料中，韭菜、鸡蛋各有多少克？



选1

(1) 螃蟹、大虾、贝壳三人拥有的积分卡数量之比为 $4:5:6$ ，三人一共有积分卡75张，则螃蟹拥有积分卡 _____ 张，大虾拥有积分卡 _____ 张，贝壳拥有积分卡 _____ 张。

(2) 艾迪、大宽、薇儿的糖数之比为 $8:12:13$ ，且已知薇儿比艾迪多20块糖，那么三人总共有多少块糖？

捉虫时刻

甲、乙、丙三个车间共有工人120名，后来进行人员调整，从甲车间调出3人到丙车间，此时三个车间的人数比为7:8:9，那么丙车间原有工人多少名？

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

解：由于从甲车间调出3人到丙车间，则三个车间原来的人数比为

$$(7+3):8:(9-3)=10:8:6=5:4:3, \text{ 所以丙车间原有工人 } 120 \times \frac{3}{5+4+3} = 30(\text{名}).$$

选2

艾迪、薇儿、大宽给地主家做长工，已知艾迪和薇儿一个月的工资之比是 $1:2$ ，薇儿和大宽一个月的工资之比是 $3:4$ 。地主每个月给他们一共51元钱的工资，他们三个每人的工资应该是多少呢？

选3

(1) 艾迪和薇儿身上的钱数之比为 $3:2$ ，妈妈又给艾迪4元钱后，艾迪与薇儿的钱数之比变成 $8:5$ ，则薇儿身上有多少钱？

(2) 艾迪和薇儿原有的积分卡张数之比为 $8:7$ ，若艾迪给薇儿4张，则两人的张数之比将变成 $18:17$ ，则艾迪原有多少张？

(3) 艾迪和薇儿家里的课外书之比为 $5:4$ ，大宽问艾迪和薇儿各借了5本课外书后，艾迪和薇儿的课外书之比变成了 $9:7$ ，则艾迪和薇儿原来的课外书共有多少本？

选4

有甲乙两桶油，称得它们的质量比是4 : 5，将乙桶中的油倒入甲桶8千克后，再称发现质量比变为8 : 7，已知桶的质量都是10千克，求原来两桶里面油（不含桶）的质量比。

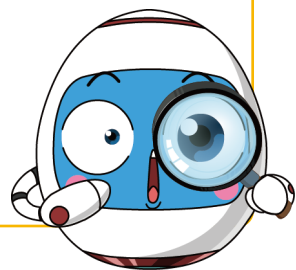


挑战

有甲乙两桶油用完全一样的桶装着，称得它们的总质量比为7 : 9，现在两桶油都被用去了21千克，两桶油剩下的总质量比为7 : 10，已知原来两桶总油量是122千克，求桶的质量是多少？

探索

解比例方程： $(3x - 2) : 5 = (x + 4) : 4$ ， $x =$ _____ 。



选5

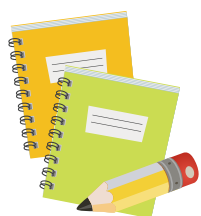
甲、乙本月收入的钱数比是 $5 : 8$ ，甲、乙本月支出的钱数比是 $3 : 4$ ，甲节余240元，乙节余480元。甲本月收入多少元？



挑战

艾迪和薇儿各有一些积分卡，开始艾迪和薇儿的积分卡张数之比为 $3:2$ ，后来薇儿丢了4张卡，于是艾迪又送给薇儿20张卡，这样两人的积分卡张数之比就变成了 $5:7$ 。请问原来两人各有几张积分卡？

学习笔记





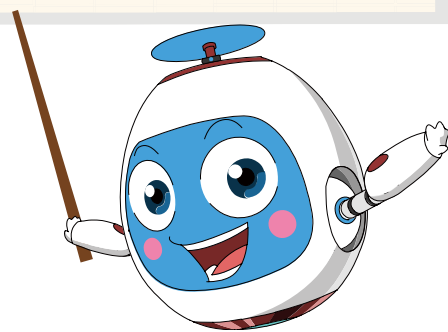
生活应用

阿拉伯数学家花拉子米的遗嘱起拟于临终前，当时他的妻子正怀着他们的第一胎小孩。

“如果妻子帮我生个儿子，儿子将继承三分之二的遗产，妻子将得到三分之一；如果是女儿，妻子将继承三分之二的遗产，女儿将得三分之一。”不幸的是，数学家在孩子出生前去世了。结果他的妻子生了一对龙凤胎，如何遵照数学家的遗嘱，将遗产分给他的妻子、儿子、女儿呢？



给爸爸妈妈讲一讲，什么是“和不变”“差不变”，并说一说，在“和不变”“差不变”的过程中，比例关系是怎样变化的？

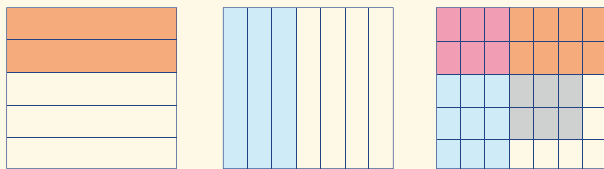


加减法中，分母不同的时候，为什么一定要先通分呢？

根据定义，我们可以这样理解分数：把单位1平均分成分母份，取其中的分子份！分母不同的时候，意味着单位1被分成的份数不同，每份大小也不同，这就导致异分母的分数无法直接相加减。

那么，问题来了，异分母通分是怎么回事呢？

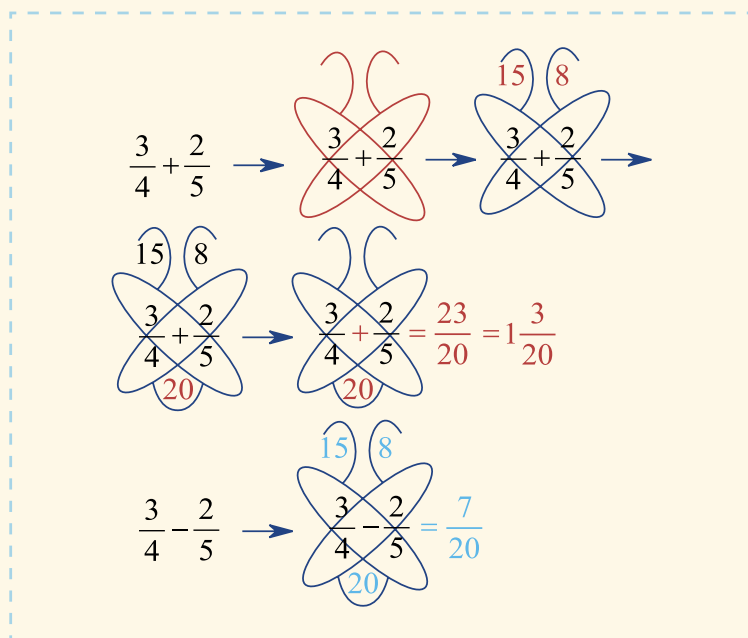
$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} =$$



$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

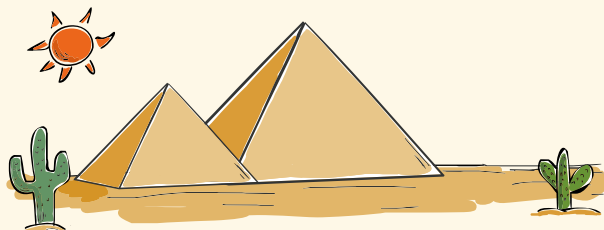
通分中的蝴蝶模型

异分母分数相加减，如果分母互质可以这样算：



埃及分数

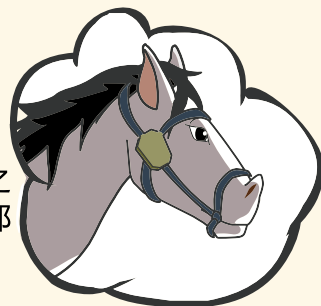
古埃及人处理分数的方式比较特殊：他们只承认分子为1的“单位分数”。比如，对他们来说，描述 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{13}$ 这样的分数是没有问题的，但是描述 $\frac{2}{7}$ 或怎么办？他们可以把它称作 $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ ，但是倔强的埃及人不允许自己用同一个分数两次，所以他们会改用 $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ 。



埃及金字塔是举世闻名的，表明古埃及人具有高超的建筑技巧和超凡的智力，难道最简单的现代分数也不懂？金字塔所蕴含的难道是一篇粗劣的作品？

讲一个古老的传说：

老人弥留之际，将家中11匹马分给3个儿子，老大 $\frac{1}{2}$ ，老二 $\frac{1}{4}$ ，老三 $\frac{1}{6}$ 。二分之一是5匹半马，总不能把马杀了吧，正在无奈之际，邻居把自己家的马牵来，老大二分之一，牵走了6匹；老二四分之一，牵走了3匹；老三六分之一，牵走了2匹。一共11匹，分完后，邻居把自己的马牵了回去。即 $\frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$



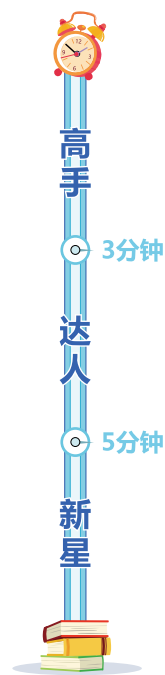
奇妙的埃及分数调动自己的潜在难度击败了敢于轻视他们的人们。并且给与嘲笑他的人以难堪的回答。

现代数学已经发展到十分抽象和复杂的程度，埃及分数显得有些粗糙，然而，它产生的问题直到今天仍然引起人们的重视。

四川大学已故老校长柯召写道：“埃及分数所产生的问题有的已成为至今尚未解决的难题和猜想，他们难住了许多当代数学家”。

数独大作战

	5		1		4	
2		1		4		5
	7				1	
5						7
	2				5	
6		2		5		1
	1		5		6	

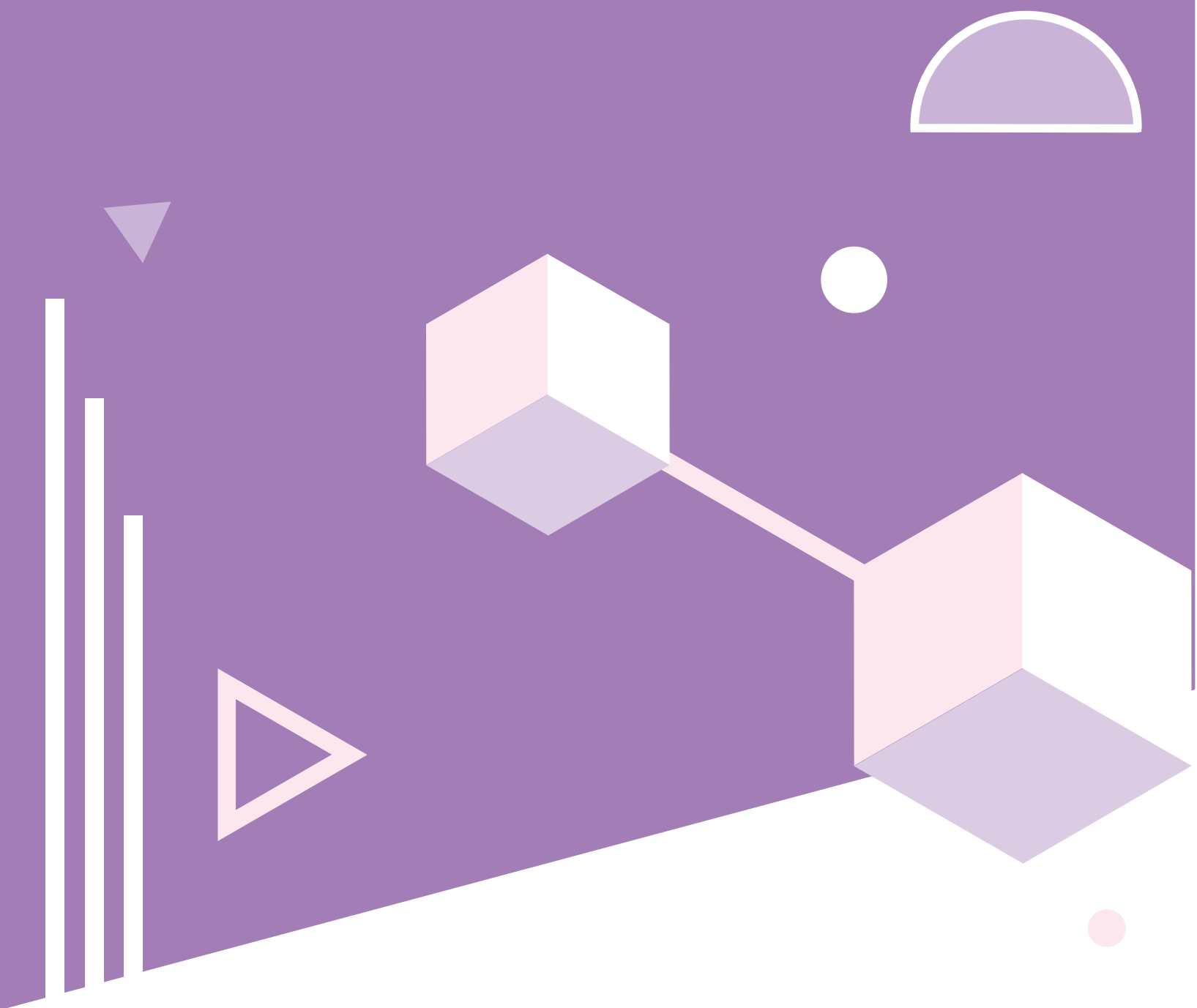


不规则数独：在空格内填入数字1~7，使得每个数字在每行、每列、每个粗线宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·图形认知



第7讲

四边形中的面积关系

四边形中的面积关系

校内衔接

图形的面积（一）



前铺

三角形的面积公式；等高的两个三角形的面积关系

本讲

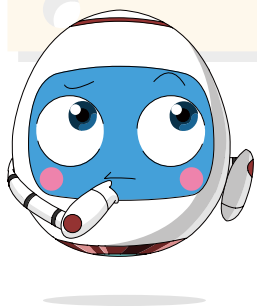
研究任意四边形中被对角线所分的三角形之间的面积关系

后续

研究梯形中被对角线所分的三角形之间的面积关系

追本溯源

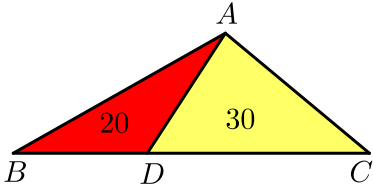
草长莺飞二月天，拂堤杨柳醉春烟。儿童放学归来早，忙趁东风放纸鸢。
小朋友们，你们听过这首诗吗？那诗中的纸鸢指的又是什么呢？



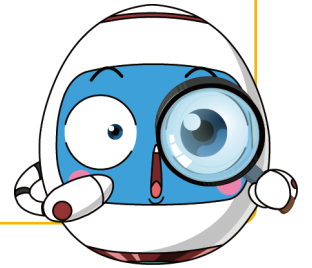
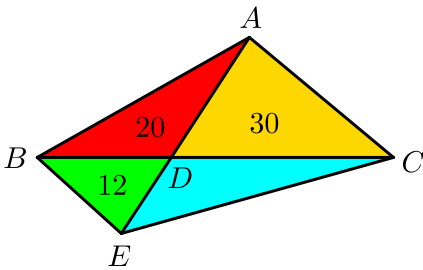
探索

请回答下列各题：

(1) 如图，三角形 ABC 中，两个小三角形的面积分别为20、30，那么 $BD : DC = \underline{\quad} : \underline{\quad}$.

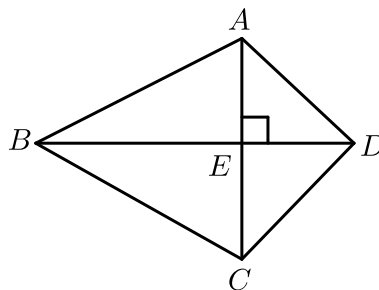


(2) 延长上图中的线段 AD 至 E ，连接 EB 、 EC ，已知其中3个三角形的面积，那么三角形 CDE 的面积是 $\underline{\quad}$.

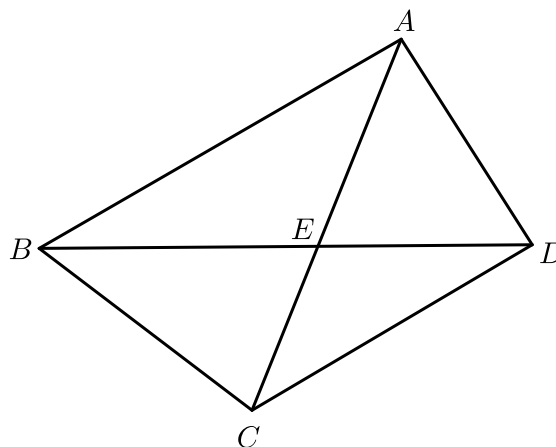


选1

(1) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 的面积为80, $AE : EC = 3 : 5$, 则三角形 BCD 的面积是多少?



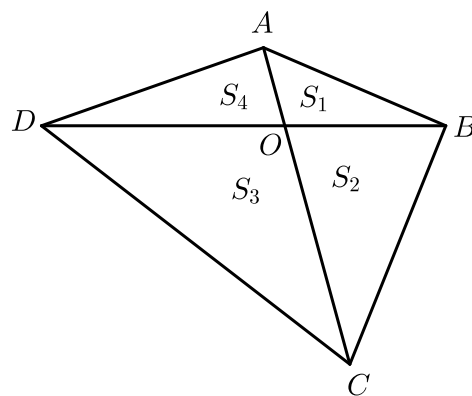
(2) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 的面积为90, $AE : EC = 5 : 4$, 则三角形 BCD 的面积是多少?



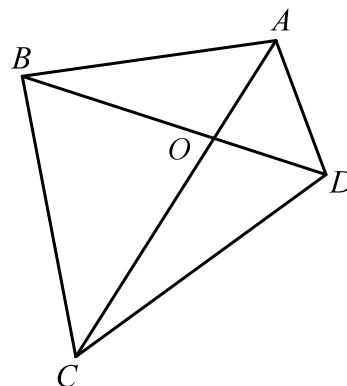
选2

(1) 四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于 O 点; OA 、 OB 、 OC 、 OD 的长度分别为1、2、3、4.

$S_{\triangle ADB} : S_{\triangle CDB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\triangle ADC} : S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

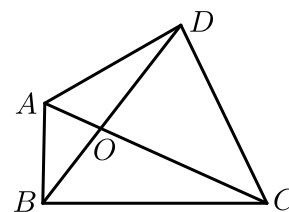


(2) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $BO : OD = 3 : 2$, $S_{\triangle ABC} = 51\text{cm}^2$, 求三角形 DAC 的面积.



选3

在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle ABC$ 为直角, $AB = 5$, $BC = 12$, 连接对角线 AC , BD , 相交于点 O , 并且 $AO = 3$, $OC = 10$, $\triangle ABD$ 的面积为18. 求:

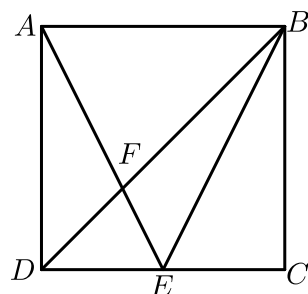


(1) $\triangle BCD$ 的面积;

(2) $BO : OD$.

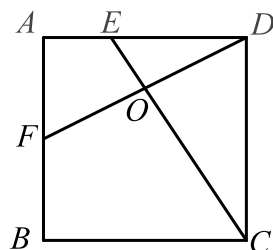
选4

正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 DC 边的中点，求 $AF : FE$.



选5

如图：正方形 $ABCD$ 中， $DE = 2AE$ ， F 是 AB 中点， CE 、 DF 相交于点 O ，那么 $EO : OC =$ _____（请写出最简整数比） .



捉虫时刻

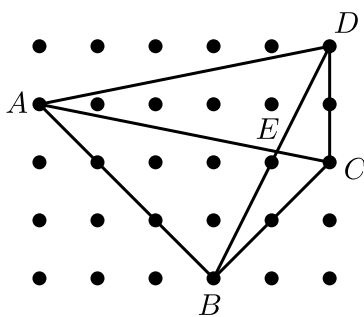
如图，水平或竖直方向相邻两点之间的距离为1，求 $AE : EC$ 。

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

解：三角形 ADC 的面积为 $2 \times 5 \div 2 = 5$ ，

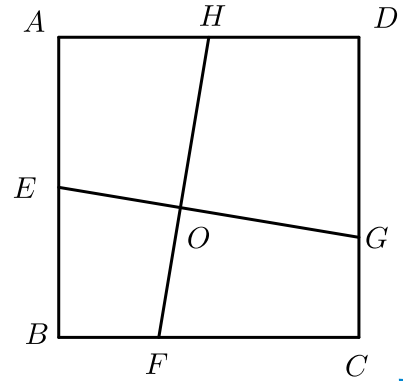
三角形 ABC 的面积为 $3 \times 5 - \frac{3 \times 3}{2} - \frac{1 \times 5}{2} - \frac{2 \times 2}{2} = 15 - 9 = 6$ ，

所以 $AE : EC = 5 : 6$ 。



挑战

如图，正方形 $ABCD$ 中，边长为12， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上的点。 $AH = HD$ ， $DG = 2GC$ ， $CF = 2FB$ ， $BE = EA$ 。 EG 、 FH 相交于点 O ，那么 $EO : OG =$ _____ : _____（请写出最简整数比）。

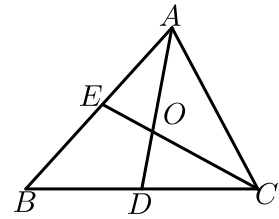




回答下列问题 .

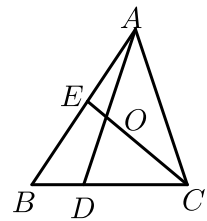
(1) $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 中点, E 是 AB 中点,

则 $AO : OD = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$; $EO : OC = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$.

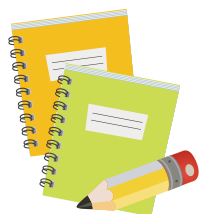


(2) $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上的三等分点, E 是 AB 的中点,

则 $AO : OD = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$; $EO : OC = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$.



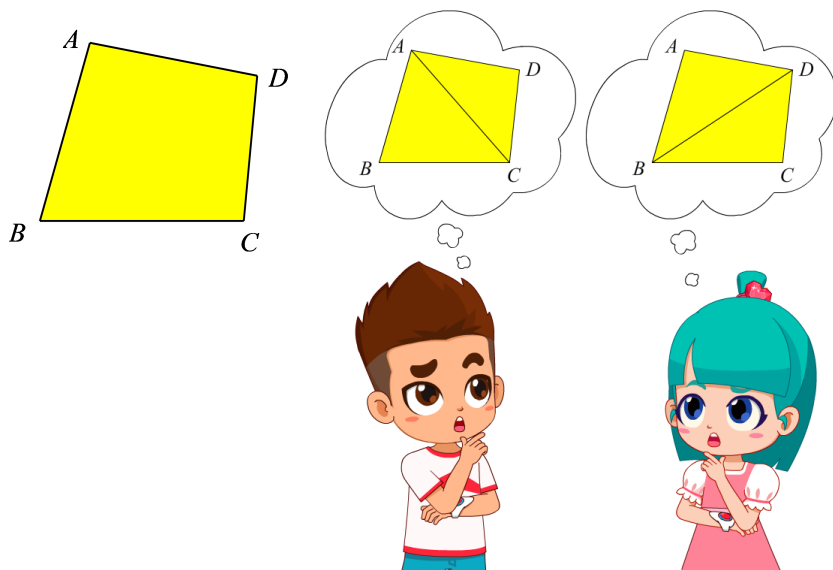
学习日记





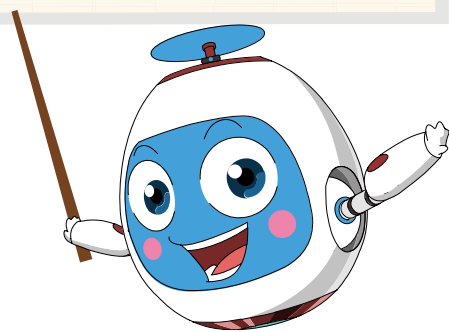
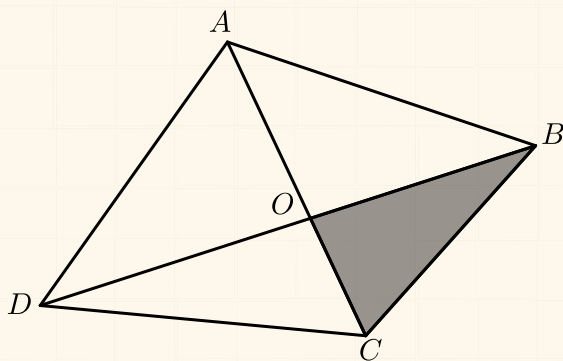
生活应用

艾迪和薇儿两人想要平分一块蛋糕，蛋糕形状如下图所示。艾迪提议沿 AC 切一刀，每人一块；薇儿提议沿 BD 切一刀，每人一块。小朋友们，请你通过实际的测量，结合今天所学的知识判断一下，两个人的分法哪一种更合理呢？



如图，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，已知 $\triangle ADO$ 面积为15， $AO : OC = 3 : 2$ ，四边形 $ABCD$ 的面积为60。

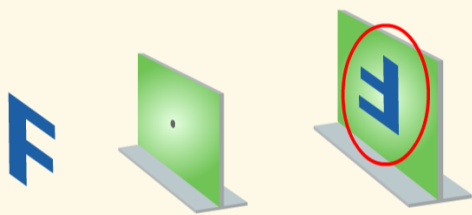
请你用上课所学的知识，分别求出三角形 ABD 与三角形 BCD 的面积，最后再求出三角形 OBC 的面积。给爸爸妈妈讲讲你是怎么做的。



小孔成像

照相已成为人们生活中不可或缺的一部分，看千里风光，赏万里雪飘都离不开它。其实现在的照相机和摄像机都是利用了“小孔成像”的原理发明的。

用一个带有小孔的板遮挡在墙体与物之间，墙体上就会形成物的倒影，前后移动中间的板，墙体上像的大小也会随之发生变化，我们把这样的现象叫小孔成像。



试一试

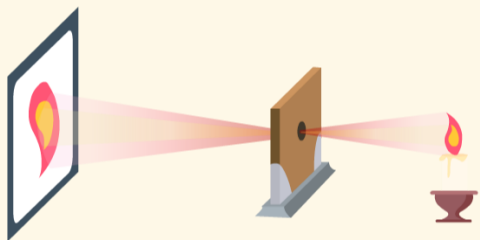
1. 放好蜡烛、小孔屏和毛玻璃屏。点燃蜡烛，调整蜡烛和屏的高度，使蜡烛的火焰、小孔和毛玻璃屏的中心大致在一条直线上。蜡烛和小孔屏的距离不宜过大。调整后，可以在毛玻璃屏上看到蜡烛火焰倒立的实像。

2. 移动蜡烛或毛玻璃屏的位置，可以看到，蜡烛距小孔越近或毛玻璃屏距小孔越远，得到的像越大。

想一想

小孔成的像为什么是倒立的？像的大小和哪些因素有关？像的清晰程度和哪些因素有关？

为了说明这些问题，我们把蜡烛的火焰看成是由许多小发光点组成的，每个发光点都向四面八方发射着光。总会有一小束光，笔直地穿过小孔，在白纸上形成一个小光斑。火焰上的每一个发光点都会在白纸上形成一个对应的光斑，全部光斑在白纸上就组成了一个火焰的像。



从图中可以看出，烛焰上部发出的光沿直线通过小孔，照在白纸的下部；烛焰下部发出的光，通过小孔，照在白纸的上部，所以在白纸上形成一个倒立的像。这正好说明了光是直线传播的。

当孔比较小的时候，物的不同部分发出的光线会到达屏幕的不同部分，而不会在屏幕上相互重叠，所以屏幕上的像就会比较清晰。当孔比较大的时候，物的不同部分发出的光线会在屏幕上重叠，屏幕上的像自然也就不清晰了。我们在面对物的一张白纸上之所以看不到像，不是因为白纸上没有来自于物的光线，而是因为来自于物的不同部分的光线在白纸上重叠了。

当然孔的大小是相对于物的大小来说的，如物很大，那么就是孔也比较大，也还是可以成像的。如果我们要成太阳的像，那么就是用足球场那么大的孔也可以，只是孔越小，成的像的分辨率越高。不过，如果孔太小，通过的光线就会少，像的亮度也会降低。而且孔太小还会发生衍射等反应，这也会对成像有影响。所以，比孔小的物体或物体上的比孔小的部分是无法被成像的。

顺便告诉大家，大约两千四五百年以前，我国的学者——墨翟（墨子）和他的学生，做了世界上第一个小孔成倒像的实验，解释了小孔成倒像的原因，指出了光的直线进行的性质。这是对光直线传播的第一次科学解释。

数独大作战

		7	3	1		
3						7
		4		6		
6			4			1
	1		6		2	
7			1			5
	3	6		2	1	



高手

3分钟

达人

5分钟

新星



不规则数独：在空格内填入数字1~7，使得每个数字在每行、每列、每个粗线宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

数独大作战答案

3	6	1	4	2	5
4	2	5	1	3	6
5	3	2	6	1	4
6	1	4	3	5	2
2	4	3	5	6	1
1	5	6	2	4	3

第1讲

1	3	6	4	5	2
2	5	4	1	3	6
4	6	2	5	1	3
5	1	3	6	2	4
3	4	5	2	6	1
6	2	1	3	4	5

第2讲

1	6	4	5	3	2
3	5	2	4	6	1
6	3	1	2	4	5
4	2	5	3	1	6
2	4	6	1	5	3
5	1	3	6	2	4

第3讲

4	5	2	1	6	3
6	1	3	4	2	5
2	6	4	5	3	1
1	3	5	2	4	6
5	4	6	3	1	2
3	2	1	6	5	4

第4讲

3	5	2	4	6	1
4	1	6	3	2	5
1	2	3	5	4	6
5	6	4	1	3	2
6	3	1	2	5	4
2	4	5	6	1	3

第5讲

3	5	6	1	7	4	2
2	6	1	3	4	7	5
4	7	5	2	6	1	3
5	3	4	6	1	2	7
1	2	7	4	3	5	6
6	4	2	7	5	3	1
7	1	3	5	2	6	4

第6讲

2	5	7	3	1	4	6
3	6	1	2	4	5	7
1	7	4	5	6	3	2
6	2	3	4	5	7	1
4	1	5	6	7	2	3
7	4	2	1	3	6	5
5	3	6	7	2	1	4

第7讲



了解更多有趣的数独知识，成为数独高手，皆在“学而思数独系列课程”等着你！