

2020 五暑 1~7 讲

第 1 讲	小数计算综合
第 2 讲	多边形的面积
第 3 讲	整除特征
第 4 讲	质数与合数
第 5 讲	分解质因数
第 6 讲	公因数与公倍数
第 7 讲	分数认识进阶
第 8 讲	分数加减
第 9 讲	分数乘除
第 10 讲	等量代换
第 11 讲	分数应用题初步
第 12 讲	比和比例
第 13 讲	等积与一半
第 14 讲	等高三角形
第 15 讲	共角三角形



第1讲 小数计算综合 B版

预习

课前热身

1 计算：(1) $234.39 + 56.03 =$ _____ . (2) $95.003 - 2.775 =$ _____ () .

- A. (1) 270.42 ; (2) 92.228
- B. (1) 270.42 ; (2) 95.228
- C. (1) 290.42 ; (2) 92.228
- D. (1) 290.42 ; (2) 95.228

答案 C

解析 (1) 290.42 ; (2) 92.228.

2 计算： $4.8 + 2.55 - 1.55 + 3.2 =$ () .

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12

答案 A

解析 原式 = $(4.8 + 3.2) + (2.55 - 1.55) = 8 + 1 = 9$.

故选A .

3 下列算式中小数点位置正确的是 () .

- A. $59.7 \times 2.5 = 1492.5$
- B. $29.5 \times 0.8 = 23.6$
- C. $0.591 \times 0.72 = 4.2552$



答案 B

解析 A选项： $59.7 \times 2.5 = 149.25$ ；

B选项： $29.5 \times 0.8 = 23.6$ ；

C选项： $0.591 \times 0.72 = 0.42552$ ，小数点位置正确的是B。

故选B。

知识GPS

本讲内容（运算求解能力）

小数的除法；小数的四则混合运算

前铺知识

小数的加减法；小数乘法

后续知识

分数计算

课内衔接

四年级下册 第四单元 小数的意义和性质

五年级上册 第三单元 小数除法

教学目标

学会列竖式计算小数除法；掌握小数四则运算规则及日常应用

教学重点

小数除法的计算

教学难点

除数为小数的计算



板书设计

一、小数除法：

1. 小数除以整数

- (1) 按整数除法的方法去除；
- (2) 商的小数点要和被除数的小数点对齐；
- (3) 整数部分不够除，商0，点上小数点；
- (4) 如果有余数，要添0再除，直到除尽。

如： $5.04 \div 6 = 0.84$

$$\begin{array}{r}
 0.84 \\
 6 \overline{)5.04} \\
 \underline{48} \\
 24 \\
 \underline{24} \\
 0
 \end{array}$$

2. 小数除以小数

- (1) 根据商不变的性质，被除数和除数同时扩大相同的倍数，把除数变成整数；
- (2) 按小数除以整数的方法去除。

如： $0.144 \div 0.16 = 14.4 \div 16$ ，再按照“小数除以整数的方法”进行计算。

$$\begin{array}{r}
 0.9 \\
 0.16 \overline{)0.144} \\
 \underline{144} \\
 0
 \end{array}$$

二、整数的四则混合运算顺序：

“从小到大”：先算小括号，再算中括号，再算大括号；

“从高到低”：先算高级运算，再算低级运算

（乘除为第二级运算，加减为第一级运算，先算乘除，再算加减）；

“从左到右”：同级运算，从左到右按顺序计算；



小数的四则混合运算顺序：与整数相同。

教学说明

模块一：小数除法

【例1】除数为整数（被除数不用补0）

【例2】除数为整数（被除数需要补0）

【例3】除数为小数

【挑战1】小数点的位置变化

模块二：四则混合运算

【例4】加减乘除混合运算

【例5】小数系数方程

【挑战2】小数除法的应用

追本溯源

同学们，你知道小数点在数学史上有哪些不同的表示方法吗？

答案

小数点的发展经历了一个漫长的过程。在我国元朝（13~14世纪）的时候，就出现了世界上最早的小数表示法，那时候还没有小数点，人们把小数部分降低一格来表示，比如说如果要写**12.34**，就写成 12_{34} 。

16世纪，德国数学家用一条竖线来隔开整数部分和小数部分，比如**12.34**表示成 $12|34$ 。

17世纪，英国数学家用一个逗号作为整数部分和小数部分的分界点，比如**12.34**记作 $12,34$ ，但是这样写容易和文字叙述中的逗号相混淆。

17世纪后期，印度数学家研究分数时，使用小圆点“.”来隔开整数部分和小数部分，直到这个时候，小数点才算是真正诞生了。

但是，同学们知道吗，直到现在世界各国的小数点的写法位置还不是完全一样的。主要有两种：中国、美国的小数点写在整数和小数两部分中间偏下位置，即个位的右下方，但是英国



的小数点则写在两部分中间，比如2.5写成2·5.

随着所学知识量的增多，同学们将来有可能会接触一些外国数学资料，多知道一些关于各国小数点的写法知识，是非常有必要的.

解析 略

课内链接



一个数除以小数

4 奶奶编“中国结”，编一个要用 0.85 m 丝绳。

这里有 7.65 m 丝绳。

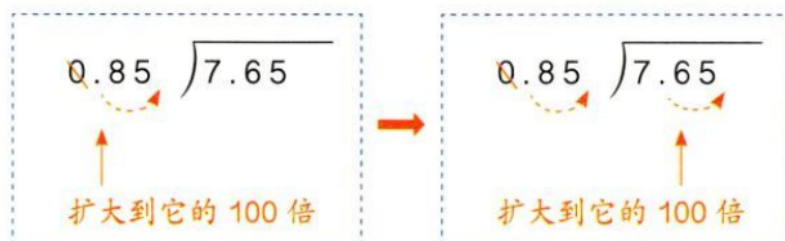
这些丝绳可以编几个“中国结”？



$$7.65 \div 0.85 = \underline{\hspace{2cm}}$$

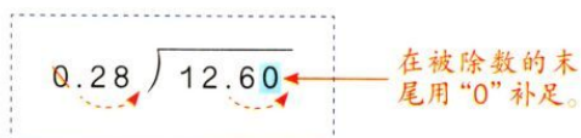
想一想：除数是小数怎么计算？

可以把除数转化成整数，同时……



$$\begin{array}{r} 9 \\ 0.85 \overline{) 7.65} \\ \underline{765} \\ 0 \end{array}$$

被除数位数不够怎么办？



$$\begin{array}{r} 45 \\ 0.28 \overline{) 12.60} \\ \underline{112} \\ 140 \\ \underline{140} \\ 0 \end{array}$$



0

大家来讨论：除数是小数的除法是怎样计算的？



1. 先移动除数的小数点，使它变成 _____；
2. 除数的小数点向右移动几位，_____ 的小数点也向右移动几位（位数不够的，在被除数的末尾用 _____ 补足）；
3. 然后按除数是整数的小数除法进行计算。

模块一 小数除法

探索1

已知： $75 \div 5 = 15$.

计算：

(1) $7.5 \div 5 = \underline{\quad}$.

(2) $0.75 \div 5 = \underline{\quad}$.

答案 (1) 1.5

(2) 0.15

解析 (1) $7.5 \div 5 = 1.5$

(2) $0.75 \div 5 = 0.15$

例题1

1 计算： $7.38 \div 6 = \underline{\quad}$.

答案 1.23



解析 $7.38 \div 6 = 1.23$.

故答案为： 1.23 .

2 计算： $83.38 \div 11 =$ _____ .

答案 7.58

解析 7.58

3 计算： $4.932 \div 12 =$ _____ .

答案 0.411

解析 $4.932 \div 12 = 0.411$.

4 计算： $0.384 \div 24 =$ _____

答案 0.016

解析 $0.384 \div 24 = 0.016$

【教学提示】①除数是整数的除法；②整数部分不够除商“0”；③商的小数点与被除数的小数点对齐

例题2

1 计算： $222 \div 8 =$ _____ .

答案 27.75

解析 $222 \div 8 = 27.75$



2 计算： $2.7 \div 18 =$ _____

答案 0.15

解析 $2.7 \div 18 = 0.15$

3 计算： $28.8 \div 30 =$ _____ .

答案 0.96

解析 $28.8 \div 30 = 0.96$

4 计算： $92.56 \div 16 =$ _____

答案 5.785

解析 $92.56 \div 16 = 5.785$

【教学提示】若有余数，向后补0

 课堂互动

1 $9.2 \div 4 =$ _____ .

答案 2.3

解析 $9.2 \div 4 = 2.3$.

2 $12.4 \div 4 =$ _____ .



答案 3.1

解析 $12.4 \div 4 = 3.1$.

3 计算： $2.58 \div 6 =$ _____ .

答案 0.43

解析 $2.58 \div 6 = 0.43$

4 计算： $16.64 \div 16 =$ _____ .

答案 1.04

解析 1.04

5 计算： $0.078 \div 13 =$ _____ .

答案 0.006

解析 $0.078 \div 13 = 0.006$.

探索2

例： $7.5 \div 0.25 = (7.5 \times 100) \div (0.25 \times 100) = 750 \div 25 = 30$.

按例子计算：

(1) $93.84 \div 2.4 = (93.84 \times \underline{\quad\quad}) \div (2.4 \times 10) = \underline{\quad\quad} \div 24$.

(2) $3.1415 \div 0.05 = (3.1415 \times \underline{\quad\quad}) \div (0.05 \times \underline{\quad\quad}) = \underline{\quad\quad} \div 5$.

(3) $76.8 \div 0.5 = \underline{\quad\quad} \div 5$

(4) $0.72 \div 0.008 = \underline{\quad\quad} \div 8$



答案 (1) 1:10
2:938.4

(2) 1:100
2:100

3:314.15

(3) 768

(4) 720

解析 (1) $93.84 \div 2.4 = (93.84 \times 10) \div (2.4 \times 10) = 938.4 \div 24$.

(2) $3.1415 \div 0.05 = (3.1415 \times 100) \div (0.05 \times 100) = 314.15 \div 5$.

(3) $76.8 \div 0.5 = 768 \div 5$

(4) $0.72 \div 0.008 = 720 \div 8$

例题3

1 计算： $150 \div 0.6 =$ _____ .

答案 250

解析 原式 = $1500 \div 6$
= 250 .

2 计算： $1.664 \div 1.3 =$ _____ .

答案 1.28

解析 $1.664 \div 1.3 = 1.28$.

3 计算： $12.6 \div 0.28 =$ _____ .



答案 45

解析 $12.6 \div 0.28 = 45$.

4 计算： $0.7995 \div 1.23 =$ _____ .

答案 0.65

解析 0.65

 课堂互动

1 辩一辩。（对的打“√”，错的打“×”）

1. 去掉1.058的小数点，这个数和原数相比，扩大到原数的100倍。（ ）
2. 小数除法中的商一定大于被除数。（ ）
3. 将 $7.2 \div 1.56$ 转化成除数是整数的除法，应该把除数和被除数都扩大到原来的10倍。（ ）
4. $6.75 \div 1.5 < 6.75$ （ ）
5. 在除法中，被除数不变，除数扩大到原来的10倍，商就扩大到原来的10倍。（ ）

答案 FFFTF

解析 1： $1058 \div 1.058 = 1000$.

2：当小数除数大于1时，商小于被除数 .

3：应扩大为原来的100倍 .

4：当小数除数大于1时，商小于被除数 .

5：商缩小为原来的 $\frac{1}{10}$.

2 $70 \div 0.01 =$ _____ .



答案 7000

解析 7000

3 $12.3 \div 0.3 = \underline{\quad\quad}$.

答案 41

解析 $12.3 \div 0.3 = 41$.

4 $2.8 \div 0.7 = \underline{\quad\quad}$

答案 4

解析 4

5 计算： $2.24 \div 0.4 = \underline{\quad\quad}$.

答案 5.6

解析 $2.24 \div 0.4 = 5.6$.

6 计算： $4.7 \div 0.5 = \underline{\quad\quad}$.

答案 9.4

解析 $4.7 \div 0.5 = 9.4$.

挑战1



1 根据 $0.84 \div 1.5 = 0.56$ ，直接写出下面各题的结果：

(1) $8.4 \div 15 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $840 \div 0.15 = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) $8.4 \div 150 = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $0.084 \div 1.5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 (1) 0.56

(2) 5600

(3) 0.056

(4) 0.056

解析 (1) 根据商的变化规律可知，

$$8.4 \div 15 = 0.56$$

故答案为：0.56，

(2) 根据商的变化规律可知，

$$840 \div 0.15 = 5600$$

故答案为：5600

(3) 根据商的变化规律可知，

$$8.4 \div 150 = 0.056$$

故答案为：0.056 .

(4) 根据商的变化规律可知，

$$0.084 \div 1.5 = 0.056 .$$

故答案为：0.056 .

2 你能根据第一栏里的数，填出其他各栏里的数吗？

被除数	273	2730	27.3	<u> </u>	0.273
除数	13	<u> </u>	1.3	0.13	0.013
商	21	21	<u> </u>	21	<u> </u>



答案 1:130

2:21

3:2.73

4:21

解析 根据商不变性质，被除数与除数同时扩大相同的倍数，商不变，将每个空对应扩大或缩小。

捉虫时刻

小朋友们，你们能发现下面这道题里面的错误吗？

$$93.84 \div 2.4 = 3.91$$

$$\begin{array}{r}
 2.4 \overline{) 93.84} \\
 \underline{72} \\
 218 \\
 \underline{216} \\
 24 \\
 \underline{24} \\
 0
 \end{array}$$

答案 被除数未扩大10倍。

解析 这位同学忘记了商不变的性质，在将除数2.4扩大到原来的10倍之后，为了使结果不变，被除数也要同时扩大10倍，变成 $938.4 \div 24 = 39.1$ 。

模块二 小数四则混合运算

例题4

1 计算： $0.78 \div 2.6 \times 1.8 \div 0.06 = \underline{\quad\quad}$ 。

答案 9



解析 $0.78 \div 2.6 \times 1.8 \div 0.06 = (0.78 \div 2.6) \times (1.8 \div 0.06) = 9$.

2 计算： $1.5 \times [0.02 \div (2.1 - 2.09)] =$ _____ .

答案 3

解析 $1.5 \times [0.02 \div (2.1 - 2.09)] = 1.5 \times (0.02 \div 0.01) = 3$.

例题5

解方程 .

(1) $3x - 54 = 21.6$.

(2) $6(x + 3.5) = 21.6$.

(3) $x - 0.36x = 1.6$.

答案 (1) $x = 25.2$.

(2) $x = 0.1$.

(3) $x = 2.5$.

解析 (1) $3x - 54 = 21.6$
 $3x - 54 + 54 = 21.6 + 54$
 $3x = 75.6$
 $3x \div 3 = 75.6 \div 3$
 $x = 25.2$.

(2) $6(x + 3.5) = 21.6$
 $6x + 21 = 21.6$
 $6x + 21 - 21 = 21.6 - 21$
 $6x = 0.6$
 $6x \div 6 = 0.6 \div 6$
 $x = 0.1$.

(3) $x - 0.36x = 1.6$
 $0.64x = 1.6$
 $0.64x \div 0.64 = 1.6 \div 0.64$
 $x = 2.5$.

挑战2



某学校给四年级一班的同学定做校服，共用了2256.9元，男生校服定做的13套，每套78.8元，每件女生校服72.5元，那四年级一班有多少名女生？

答案 17 .

解析 $(2256.9 - 13 \times 78.8) \div 72.5 = 17$ (名) .

补充

1 计算 .

$$\underbrace{0.00 \cdots 0625}_{10 \uparrow 0} \div \underbrace{0.00 \cdots 025}_{12 \uparrow 0}$$

答案 250

解析 被除数和除数同时扩大相同的倍数，原式可以转化为 $62.5 \div 0.25$ ，商不变 .

2 计算：

(1) $(2.7 + 0.81) \div 0.03$

(2) $0.297 \div (2.7 + 0.27)$

(3) $(9.3 \times 12.8 \times 0.14) \div (3.2 \times 0.7 \times 3.1)$

答案 (1) 117 .

(2) 0.1 .

(3) 2.4 .

解析 (1) 原式 = $2.7 \div 0.03 + 0.81 \div 0.03 = 90 + 27 = 117$.

(2) 原式 = $0.297 \div 2.97 = 0.1$.

(3) 原式 = $(9.3 \div 3.1) \times (12.8 \div 3.2) \times (0.14 \div 0.7) = 3 \times 4 \times 0.2 = 2.4$.

3



已知1欧元= 7.1人民币元，那么1000欧元等于多少人民币元？2000元人民币等于多少欧元（保留两位小数）？

答案 7100元；281.69欧元。

解析 $1000 \times 7.1 = 7100$ （元）， $2000 \div 7.1 \approx 281.69$ （欧元）。

答：1000欧元等于7100人民币元，2000人民币等于281.69欧元。

4 在○里填上“>”“<”或“=”。

$3.9 \div 0.9 \bigcirc 3.9$

$8.5 \div 0.6 \bigcirc 8.5$

$3.21 \div 100 \bigcirc 0.01 \times 3.21$

$5.4 \div 1.1 \bigcirc 5.4$

$10.3 \div 1.01 \bigcirc 10.3$

$9.3 \bigcirc 10.89 \div 9.31$

答案 > , > , = , < , < , >

解析 $3.9 \div 0.9 > 3.9$

$8.5 \div 0.6 > 8.5$

$3.21 \div 100 = 0.01 \times 3.21$

$5.4 \div 1.1 < 5.4$

$10.3 \div 1.01 < 10.3$

$9.3 > 10.89 \div 9.31$

思维导图



我是小讲师

请你给爸爸妈妈讲一讲，这道题应该怎么算。

$$0.384 \div 1.2$$

答案 0.32 .

解析 先将除数移动小数点变成整数 $1.2 \times 10 = 12$,
被除数也要扩大相同的倍数, $0.384 \times 10 = 3.84$.
然后利用整数的除法计算 $3.84 \div 12$.

生活应用

看见一张轻飘飘的纸，有想过去测量它的实际重量吗？用日常生活中的秤很难直接称出一张纸的重量，但是几百张纸放在一起就能很容易地称出重量。以我们常见的A4打印纸为例，一包打印纸200张，我们称出这200张A4纸的总重量为870克。小朋友们，请计算一下一



张A4纸的重量。



答案 4.35克

解析 $870 \div 200 = 4.35$ 克。

本讲巩固

1 计算：

(1) $7.74 \div 6 = \underline{\quad}$ 。

(2) $175.14 \div 21 = \underline{\quad}$ 。

答案 (1) 1.29

(2) 8.34

解析 (1) 1.29

(2) 8.34

2 计算：

(1) $72.9 \div 0.9 = \underline{\quad}$ 。

(2) $6.15 \div 0.15 = \underline{\quad}$ 。

答案 (1) 81

(2) 41



解析 (1) $72.9 \div 0.9 = 81$

(2) $6.15 \div 0.15 = 41$

3 计算：

$$4.5 \times 2.4 \div 0.36 = \underline{\quad\quad} .$$

答案 30

解析 原式 = $10.8 \div 0.36 = 30$.

基础过关

1 列竖式计算

(1) $1.2 \div 5 = \underline{\quad\quad} .$

(2) $0.15 \div 6 = \underline{\quad\quad} .$

(3) $21.22 \div 4 = \underline{\quad\quad} .$

(4) $1.08 \div 15 = \underline{\quad\quad} .$

答案 (1) 0.24

(2) 0.025

(3) 5.305

(4) 0.072

解析



(1)

$$\begin{array}{r}
 0.24 \\
 5 \overline{) 1.20} \\
 \underline{10} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 0.025 \\
 6 \overline{) 0.150} \\
 \underline{12} \\
 30 \\
 \underline{30} \\
 0
 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{r}
 5.303 \\
 4 \overline{) 21.220} \\
 \underline{20} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 20 \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

(4)

$$\begin{array}{r}
 0.072 \\
 15 \overline{) 1.080} \\
 \underline{105} \\
 30 \\
 \underline{30} \\
 0
 \end{array}$$



2 计算：

(1) $0.657 \div 0.09$.

(2) $21.59 \div 1.7$.

(3) $8.175 \div 1.09$.

(4) $0.1056 \div 0.88$.

答案 (1) 7.3 .

(2) 12.7 .

(3) 7.5 .

(4) 0.12 .

解析 (1) $0.657 \div 0.09 = 7.3$.

(2) $21.59 \div 1.7 = 12.7$.

(3) $8.175 \div 1.09 = 7.5$.

(4) $0.1056 \div 0.88 = 0.12$.

3 下列计算正确吗？把不对的改正过来 .

(1) $0.043 \times 0.37 = 0.01571$

改正：

$$\begin{array}{r}
 0.043 \\
 \times 0.37 \\
 \hline
 281 \\
 129 \\
 \hline
 0.01571 \quad ()
 \end{array}$$

(2) $0.52 \times 0.45 = 22.50$

改正：

$$\begin{array}{r}
 0.52 \\
 \times 0.45 \\
 \hline
 270 \\
 208 \\
 \hline
 2.250 \quad ()
 \end{array}$$



(3) $115.6 \div 17 = 68$

改正：

$$\begin{array}{r} 68 \\ 17 \overline{) 115.6} \\ \underline{1156} \\ 0 \end{array} \quad ()$$

(4) $27.52 \div 32 = 0.86$

改正：

$$\begin{array}{r} 0.86 \\ 32 \overline{) 27.52} \\ \underline{2752} \\ 0 \end{array} \quad ()$$

答案

(1) 0.01591

(2) 0.234

(3) 6.8

(4) 答案正确，列式有误

解析

(1) 0.01591.

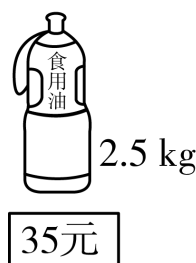
(2) 0.234.

(3) 6.8.

(4) 答案正确，列式有误

4

哪种食用油便宜？每千克便宜多少元？



答案

右图食用油便宜，每千克便宜0.2元

解析



$35 \div 2.5 = 14$ (元), $48.3 \div 3.5 = 13.8$ (元), $14 - 13.8 = 0.2$ (元). 右图食用油便宜, 每千克便宜0.2元.

能力提升

1 计算:

(1) $(7.2 + 3.5) \times 0.63 \div 0.09$.

(2) $(12.8 + 3.7 \times 0.6) \div 4 + 6.5$.

答案 (1) 74.9 .

(2) 10.255 .

解析 (1) $(7.2 + 3.5) \times 0.63 \div 0.09 = 74.9$.

(2) $(12.8 + 3.7 \times 0.6) \div 4 + 6.5 = 10.255$.

2 解下列方程:

(1) $1.6x + 1.4x \times 4 = 14.4$.

(2) $9x + 1.68 = 60 - 4.5x$.

答案 (1) $x = 2$.

(2) $x = 4.32$.

解析 (1) 整理方程得: $7.2x = 14.4$, 解得: $x = 2$.

故答案为: $x = 2$.

(2) 整理方程得: $13.5x = 58.32$; 解得: $x = 4.32$.

故答案为: $x = 4.32$.

3 若 $(4.2 \times \square + 0.83 \times 7) \div 5 = 2.17$, 则 $\square =$ _____ .



答案 1.2

解析 1.2

创新挑战

货币兑换 .

中国银行外汇牌价(单位:元)	
2016年2月 × 日	
1 美元兑换人民币	6.58
1 港币兑换人民币	0.84
1 欧元兑换人民币	7.19
1 英镑兑换人民币	9.49

- (1) 200元人民币可以兑换多少美元? (得数保留两位小数)
- (2) 同一款苹果手机在英国标价510英镑, 在香港标价5288港币兑换人民币. 哪儿的标价低?
- (3) 一种玩具标价2.8美元, 用100元人民币可以买几个?

答案 (1) $200 \div 6.58 \approx 30.40$ (美元) 200元人民币可以兑换30.40美元 .

(2) 英国 : $9.49 \times 510 = 4839.9$ (元) 香港 : $0.84 \times 5288 = 4441.92$ (元)

$4839.9 > 4441.92$ 香港的标价低 .

(3) $6.58 \times 2.8 \approx 18.42$ (元) $100 \div 18.42 \approx 5$ (个) 用100元人民币可以买5个 .

解析 (1) 本题求200元人民币可以兑换多少美元, 就是求200里面有多少个6.58, 用除法计算 .

(2) 将英镑与港币都兑换成人民币再比较 .

(3) 先将美元兑换成人民币, 再求100元里面有多少个2.8美元兑换的人民币 .



第2讲 多边形的面积 B

预习

课前热身

1 算式 $0.1 \times 0.1 \div 0.1 \times 0.1$ 的结果是 () .

A. 1

B. 0.1

C. 0.01

答案 C

解析 $0.1 \times 0.1 \div 0.1 \times 0.1$

$$= 0.1 \times 0.1 \times (0.1 \div 0.1)$$

$$= 0.01 \times 1$$

$$= 0.01 .$$

故选C .

2 下列算式中与 $99 \div 0.03$ 结果相等的式子是 () .

A. $9.9 \div 0.003$

B. $990 \div 0.003$

C. $9900 \div 30$

答案 A

解析 A : $9.9 \div 0.003 = (9.9 \times 10) \div (0.003 \times 10) = 99 \div 0.03 ;$

B : $990 \div 0.003 = (990 \div 10) \div (0.003 \div 10) = 99 \div 0.0003 ;$

C : $9900 \div 30 = (9900 \div 100) \div (30 \div 100) = 99 \div 0.3 ;$

所以A选项正确 .

3 计算 : $32.4 \div 0.12 \div 50 \times 2.08$



A. 11.232

B. 15.921

C. 18.847

D. 19.329

答案 A

解析 选A.

知识GPS

本讲内容 (图形认知能力)

平行四边形、三角形、梯形的面积

前铺知识

长方形与正方形

三角形进阶

后续知识

等积变形

课内衔接

多边形的面积

三角形

教学目标

掌握平行四边形、三角形、梯形面积基本公式及生活应用

教学重点

基本公式应用

教学难点

公式逆用

板书设计

一、基本定义

- 1、同一平面内直线与直线的关系：平行和相交
- 2、平行线：同一平面内永不相交的两条直线
- 3、垂直：同一平面内两条直线相交成直角
- 4、点到直线的距离：从直线外一点到这条直线所画的垂直线段
- 5、平行线间距离：线上任意一点到对边垂线段

二、平行四边形

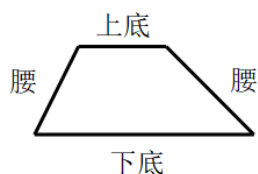
1. 对边平行且相等
2. 两条对角线互相平分
3. 特殊平行四边形：长方形、菱形（正方形）

三、三角形

- 3个顶点，3条边（底边），3条高。
三组底和高：——对应，相互垂直。

四、梯形

- 1、只有一组对边平行



- 2、等腰梯形

- (I) 等腰梯形的两条腰相等.
- (II) 等腰梯形的两条对角线相等.

- 3、直角梯形

- (I) 直角梯形有两个内角是直角.

五、画高



一贴二靠三画四标

一贴：三角板直角边贴线

二靠：另一条直角边靠点

三画：沿着直角边画线

四标：标垂直符号

六、面积公式

平行四边形面积=对应底×对应高

梯形面积=(上底+下底)×高÷2

三角形面积=底×高÷2

七、面积做桥

$底_1 \times 高_1 = 底_2 \times 高_2 = 底_3 \times 高_3$

教学说明

模块1 平行四边形面积

探索：平行四边形作高与面积推导

例题1：平行四边形面积正用与逆用

例题2：平行四边形面积算两次

模块2 三角形面积

探索：三角形作高与面积推导

例题3：三角形面积正用

例题4：三角形面积逆用

模块3 梯形面积

探索：梯形作高与面积推导

例题5：梯形面积公式正用、逆用

挑战1：三角形与平行四边形综合

挑战2：三角形与梯形综合



追本溯源

在《九章算术》中提到三角形面积是“半广以乘正从”，小朋友们，你知道这句话的意思吗？

这句话出自2000多年前的《九章算术》，所以这句话是文言文，也就是古语，这句话在书中是用来描述三角形面积计算方法的。我们来翻译一下：“广”是指三角形的底边，“半广”也就是底边的一半，“正从”是指底边上的高，所以整句话的意思是：三角形的面积等于高与底边边长乘积的一半。但是三角形的面积为什么要这样计算，而三角形的底和高长什么样呢？这就是我们这节课要探究的内容。

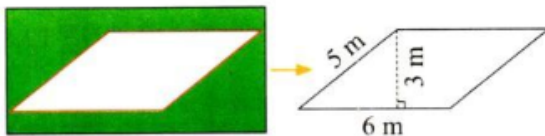
课内链接

人教版在四年级上册学习了平行四边形和梯形作高，四年级下册学习了三角形作高。北师大版在四年级下册简单认识了四边形和三角形，作高在五年级上册。（下图为北师大上）



探索活动：平行四边形的面积

如图，公园准备在一块平行四边形的空地上铺上草坪。



● 如何求这块空地的面积？说一说你的想法和理由。

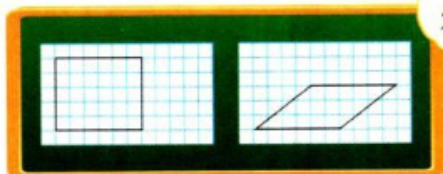
长方形的面积是长×宽，平行四边形的面积能用两个邻边长度相乘吗？

我们借助方格纸来看一看吧。

● 借助方格纸数一数，比一比。

长方形的面积是 $5 \times 6 = 30$ 。

这个平行四边形所占的小方格肯定不够 30 个……



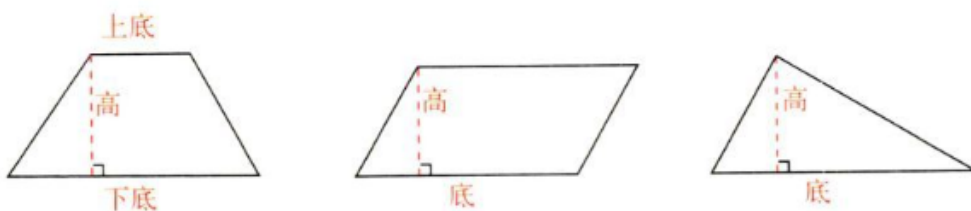
● 你能把平行四边形转化成长方形吗？

拼成的长方形与原来的平行四边形的面积有什么关系？



● 怎样求平行四边形的面积？想一想，并与同伴交流。

● 与同伴说一说什么是梯形、平行四边形和三角形的高，再认一认。



从一个顶点向底引出的、与底垂直的线段就是高。

平行四边形可以从边上任意一点向对边画垂线，画出的这些线段都是高。

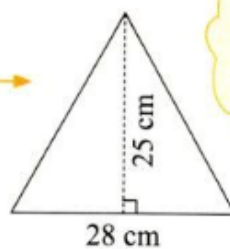




探索活动：三角形的面积

● 如何求出这面流动红旗的面积？说一说你的想法。

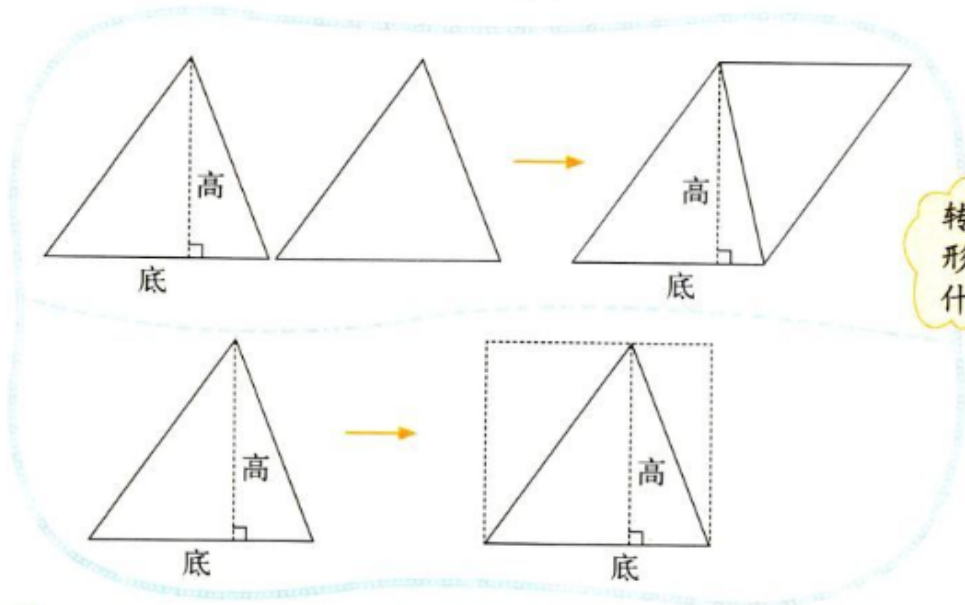
画方格，数一数……



能把三角形转化为学过的图形吗？



● 请你把三角形转化成学过的图形。



转化前后图形的面积有什么关系？




● 怎样计算三角形的面积？想一想，并与同伴交流。

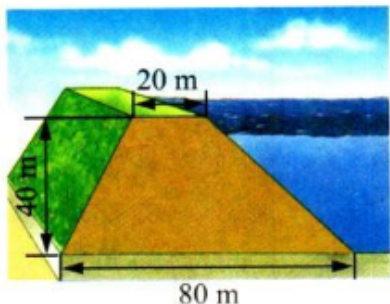


探索活动：梯形的面积


● 如何求出图中梯形的面积？与同伴说一说你的想法。

可以把梯形转化为以前学过的图形。

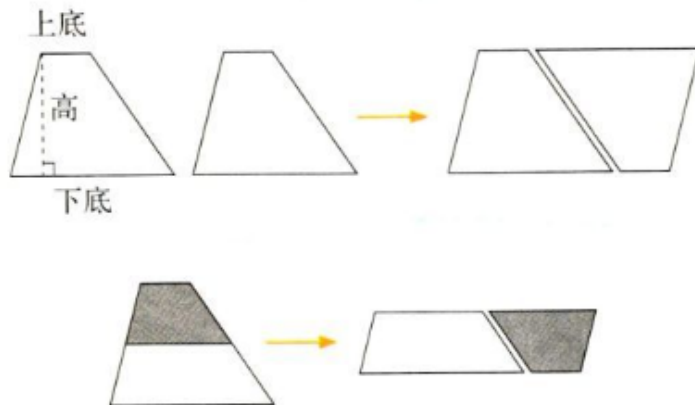




比较转化前后图形之间的关系。



● 把梯形转化成学过的图形，并比较转化前后图形的面积。



模块1 平行四边形面积

知识剖析

一. 定义

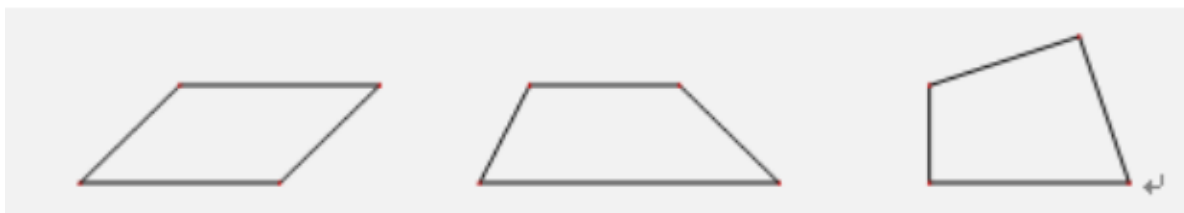
同一平面内直线与直线的关系：平行和相交

平行线：在同一平面内不相交的两条直线；

垂直：在同一平面内两条直线相交成直角，叫做这两条直线相互垂直；

从直线外一点到这条直线所画的垂直线段最短，它的长度叫做点到这条直线的距离

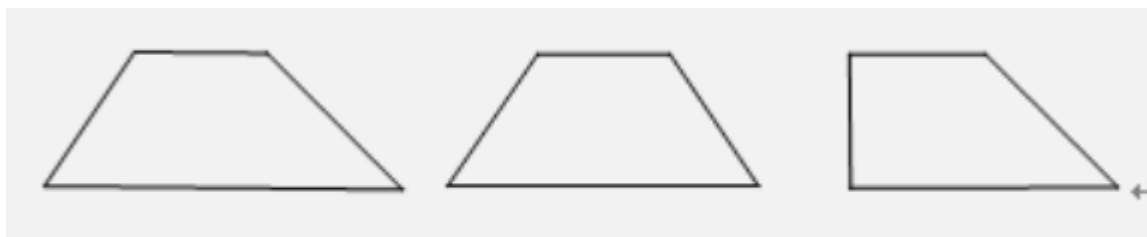
根据平行线的组数，四边形分为：平行四边形、梯形、一般四边形



在同一平面内有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形

只有一组对边平行的四边形叫做梯形，平行的一组对边分别叫做上底和下底，不平行的另一组对边叫做腰

梯形的分类：一般梯形、等腰梯形、直角梯形



二. 性质

1. 平行四边形性质：(I) 对边平行且相等 (II) 两条对角线互相平分

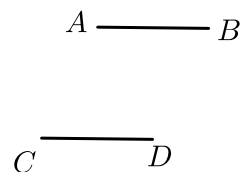
2. 梯形的性质：(I) 等腰梯形的两条腰相等. (II) 等腰梯形的两条对角线相等. (III) 直角梯形有两个角是直角

注意：一般情况下，梯形的上下底以长短区分，而不是按位置确定的，把较短的底叫做上底，较长的底叫做下底

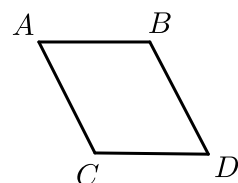
探索1

1 回答下列问题.

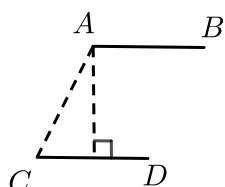
(1) 请在下图中画出点A到点C的距离；点A到线段CD的距离.



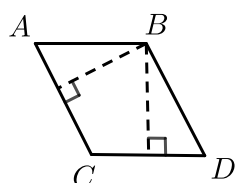
(2) 请在下图中分别画出平行四边形AC和CD边上的高.



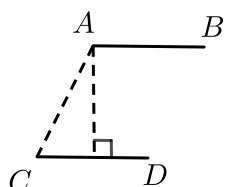
答案 (1) 详见图 .



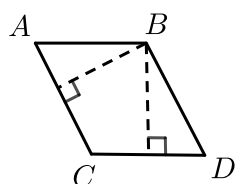
(2) 平行四边形有2种高, 画法详见图 .



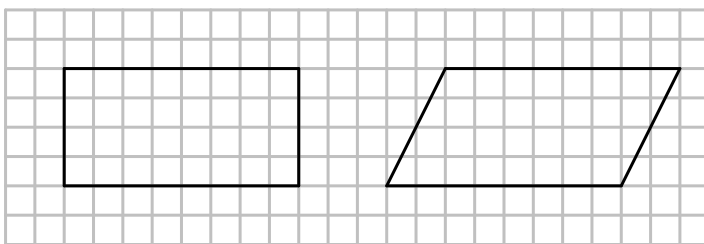
解析 (1) 平行四边形和梯形高的种类取决于平行线的组数, 一般认为同一组平行线之间的高有无数条, 但没有本质区别属于同一种 .



(2) 平行四边形和梯形高的种类取决于平行线的组数, 一般认为同一组平行线之间的高有无数条, 但没有本质区别属于同一种 .

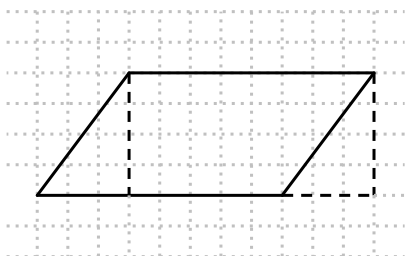


2 如图, 已知每个小正方形的面积都是1, 请你计算图中长方形和平行四边形的面积, 试着总结一下平行四边形的面积公式 .



答案 32, 32.

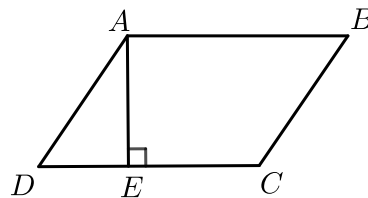
解析 我们可以数出长方形长是8，宽是4，则长方形共有 $8 \times 4 = 32$ 个小方格，面积是32；将平行四边形进行割补，如图，把左边割掉的直角三角形移动到右边，则平行四边形变成了长方形，长方形长为8，宽为4，则面积为32，我们可以总结出平行四边形的面积公式是：平行四边形面积=底 \times 高。



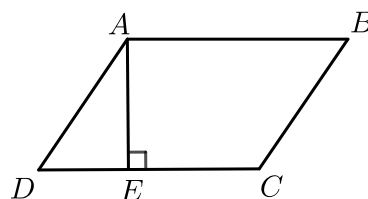
例题1

回答下列问题。

- (1) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过 A 点作 AE 垂直 DC 于 E 点，已知 $AB = 5$ 厘米， $AE = 3$ 厘米，求平行四边形 $ABCD$ 的面积。



- (2) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，过 A 点作 AE 垂直 DC 于 E 点，已知平行四边形 $ABCD$ 的面积是32平方厘米， $CD = 8$ 厘米，请问： AE 的长度是多少厘米？





答案 (1) 15平方厘米 .

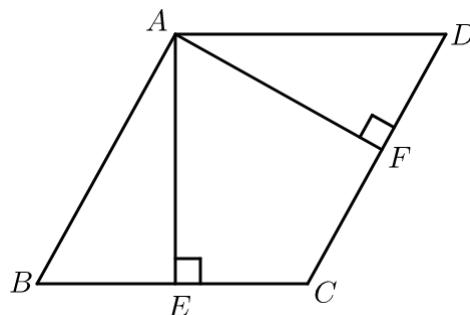
(2) 4厘米 .

解析 (1) 平行四边形 $ABCD$ 面积为 $3 \times 5 = 15$ 平方厘米 .

(2) $AE = 32 \div 8 = 4$ 厘米 .

例题2

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $BC = 10$ 厘米，过 A 点作 AE 垂直 BC 于点 E ，过 A 点作 AF 垂直 CD 于点 F ， $AE = 12$ 厘米， $CD = 15$ 厘米 . 线段 AF 的长度为 _____ 厘米 .



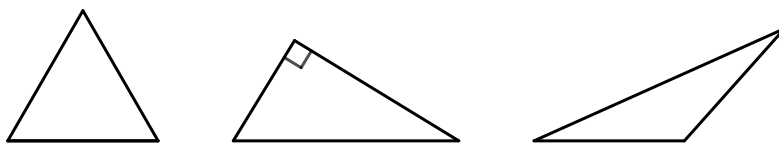
答案 8

解析 平行四边形 $ABCD$ 面积 $= 10 \times 12 = 120$ (平方厘米) , 线段 $AF = 120 \div 15 = 8$ (厘米) .

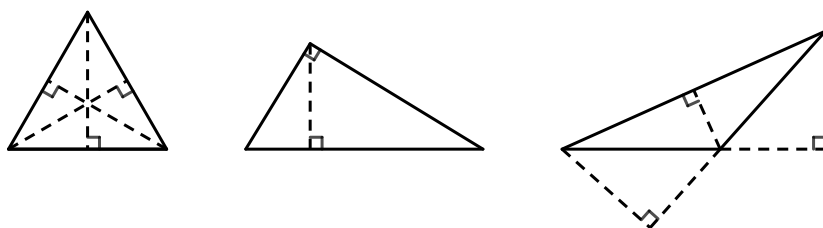
三角形面积

探索2

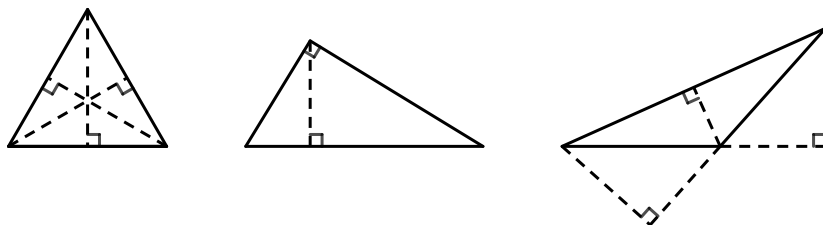
1 请分别以三角形的三条边为底边，作出每条底边对应的高 .



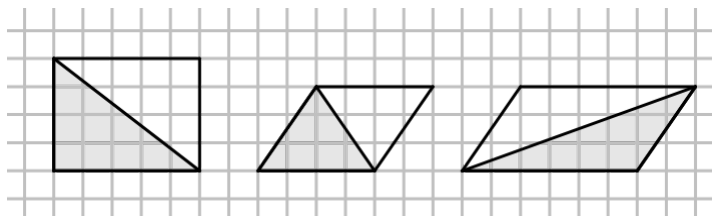
答案



解析



2 下图中每个小方格的边长为1，图中四边形的面积分别是多少？观察四边形面积与阴影三角形面积的关系，求出阴影三角形的面积，并试着总结三角形的面积公式。



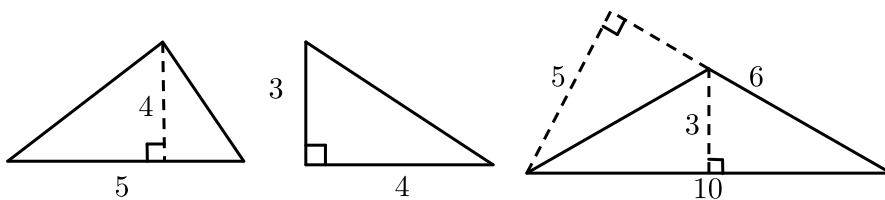
答案 四边形面积：20；12；18；阴影三角形面积：10；6；9；三角形面积=对应底×对应高÷2。

解析 四边形面积： $5 \times 4 = 20$ ； $4 \times 3 = 12$ ； $6 \times 3 = 18$ ；阴影三角形面积： $5 \times 4 \div 2 = 10$ ； $4 \times 3 \div 2 = 6$ ； $6 \times 3 \div 2 = 9$ ；三角形面积=对应底×对应高÷2。

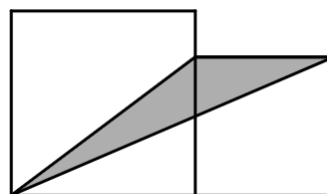
例题3

请回答下列问题：

(1) 求下图各个三角形的面积（单位：厘米）。



(2) 如图，将两个正方形拼接在一起，已知小正方形的边长是8，求阴影三角形的面积。




答案 (1) 10平方厘米；6平方厘米；15平方厘米。

(2) 32。

解析 (1) $4 \times 5 \div 2 = 10$ (平方厘米)； $3 \times 4 \div 2 = 6$ (平方厘米)； $10 \times 3 \div 2 = 15$ (平方厘米) 或者 $5 \times 6 \div 2 = 15$ (平方厘米)。

(2) 阴影三角形一条边为8，对应的高是8，由三角形面积公式得： $8 \times 8 \div 2 = 32$ 。

 课堂互动 (PK对战)

1 一个三角形的底是25dm，高是4dm，这个三角形的面积是()。

A. 50m^2

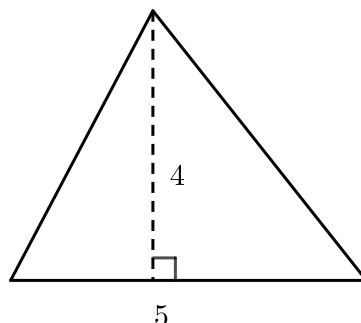
B. 50cm^2

C. 50dm^2

答案 C

解析 50dm^2

2 下图三角形的面积是 _____。

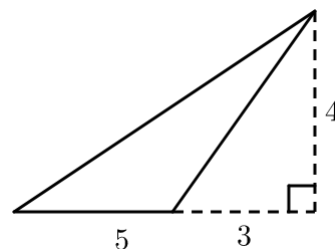


答案 10

解析 三角形面积公式：底 \times 高 \div 2，图中三角形的面积是： $5 \times 4 \div 2 = 10$ 。



3 下图中三角形的面积是 _____ .



A. 20

B. 10

C. 12

答案 B

解析 面积=底 \times 高 \div 2 = $4 \times 5 \div 2 = 10$.

故答案为 : 10 .

4 一个三角形的底是24厘米, 是高的2倍, 这个三角形的面积是 _____ 平方厘米 .

答案 144

解析 高 = $24 \div 2 = 12\text{cm}$,

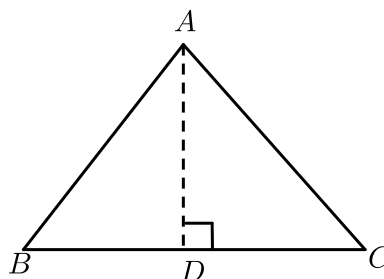
面积 = 底 \times 高 \div 2 = $24 \times 12 \div 2 = 144\text{cm}^2$,

答 : 这个三角形的面积是144平方厘米 .

例题4

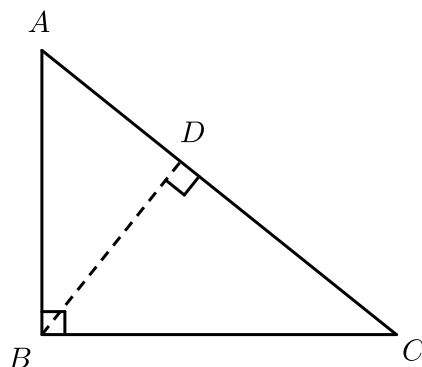
请回答下列问题 :

(1) 如图, 已知三角形ABC的面积是80平方厘米, $AD = 10$ 厘米, 求BC的长 .

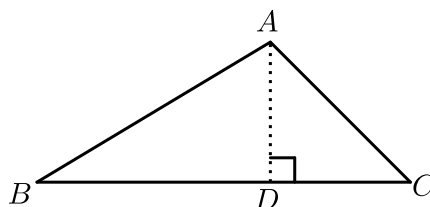




(2) 已知直角三角形 ABC 中， AB 与 BC 为直角边， AB 长为60厘米， BC 长为80厘米， AC 边上的高 BD 是48厘米，求 AC 的长。



(3) 已知三角形 ABC 中， AB 长为12厘米， $BC = 16$ 厘米， AD 、 CE 是三角形的高， AD 长为6厘米，求高 CE 的长。（请同学们先把它画出来！）



答案 (1) 16厘米。

(2) 100厘米。

(3) 8厘米。

解析 (1) $80 \times 2 \div 10 = 16$ (厘米)。

(2) $60 \times 80 \div 48 = 100$ (厘米)。

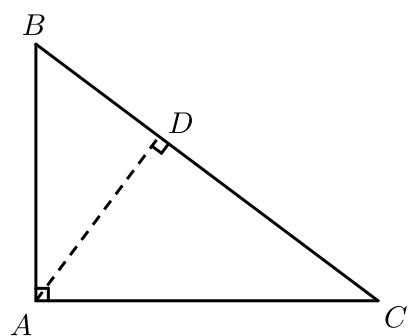
(3) $16 \times 6 \div 12 = 8$ (厘米)。

捉虫时刻

如图：已知三角形 ABC 是直角三角形， AC 为40厘米， BC 为50厘米， BC 边上的高是24厘米，那么 AB 的长是 _____ 厘米。

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

因为三角形的面积是 $50 \times 24 \div 2 = 600$ （平方厘米），那么 AB 的长就是 $600 \div 40 = 15$ （厘米）



答案 30

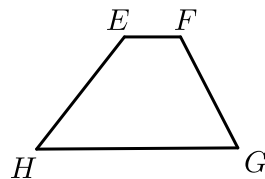
解析 法一：由三角形面积公式：底 \times 对应高 $\div 2$ ，面积为 $50 \times 24 \div 2 = 600$ （平方厘米），对应高=面积 $\times 2 \div$ 底，可求 $AB = 600 \times 2 \div 40 = 30$ （厘米）， $AB = 30$ （厘米）。

法二：以面积为桥：底 $_1 \times$ 高 $_1 =$ 底 $_2 \times$ 高 $_2 =$ 底 $_3 \times$ 高 $_3$ ， $AB = 50 \times 24 \div 40 = 30$ （厘米）， $AB = 30$ （厘米）。

模块3 梯形面积

探索3

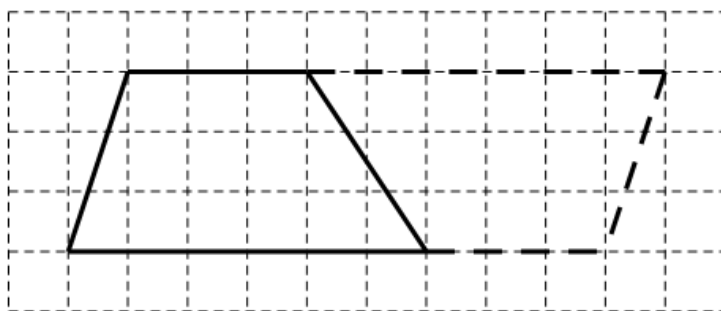
1 请在下图中画出梯形EFGH的高。



答案 符合要求即可

解析 符合要求即可

2 如图，已知每个小正方形的面积都是1平方厘米，那么图中梯形的面积是 _____ 平方厘米。



答案 13.5

解析 平行四边形面积=底×高

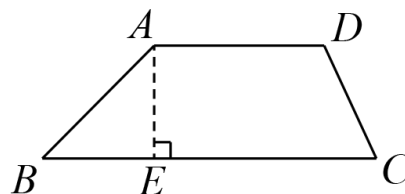
$$9 \times 3 = 27$$

梯形面积=(上底+下底)×高÷2,

$$(3+6) \times 3 \div 2 = 13.5 \text{ (平方厘米)}$$

例题5

- 1 已知下图中梯形 $ABCD$ 的上底 $AD = 5$ 厘米, 下底 $BC = 9$ 厘米, 高 $AE = 4$ 厘米, 那么这个梯形的面积是 _____ 平方厘米.



答案 28

解析 梯形面积=(上底+下底)×高÷2, $(5+9) \times 4 \div 2 = 28$ (平方厘米) .

- 2 回答下列各题:

- (1) 梯形的面积为60, 上底为8, 下底为12, 梯形的高为 _____ .
 (2) 梯形的面积为84, 上底为9, 高为8, 则下底为 _____ .



答案 (1) 6

(2) 12

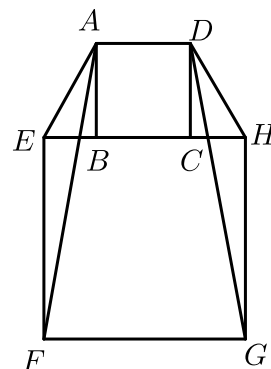
解析 (1) $60 \times 2 \div (8 + 12) = 6$.

(2) $84 \times 2 \div 8 - 9 = 12$.

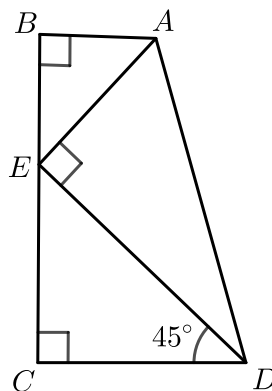
补充

回答下列问题.

(1) 小正方形 $ABCD$ 放在大正方形 $EFGH$ 的上面, 已知小正方形的边长为 4 厘米, 且梯形 $AEHD$ 的面积是 28 平方厘米, 那么梯形 $AFGD$ 的面积是多少平方厘米?



(2) 在直角梯形 $ABCD$ 中, 三角形 ABE 和三角形 CDE 都是等腰直角三角形, 且 $BC = 20$, 那么直角梯形 $ABCD$ 的面积是多少?



答案 (1) 98 平方厘米.

(2) 200.

解析

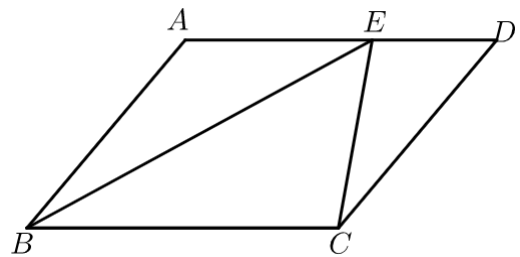


(1) 由于梯形 $ADHE$ 的面积是： $(4 + EH) \times 4 \div 2 = 28$ (平方厘米)，则 $EH = 10$ (厘米)。则对梯形 $AFGD$ 来说，上底为 4，下底为 10，高为 14，则面积为 $14 \times 14 \div 2 = 98$ (平方厘米)。

(2) 直角梯形 $ABCD$ 的面积为： $(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2 = 20 \times 20 \div 2 = 200$ 。

挑战1

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，三角形 BCE 的面积是 42 平方厘米， BC 的长度为 14 厘米， AE 的长度为 9 厘米，那么三角形 DCE 的面积是 _____ 平方厘米？

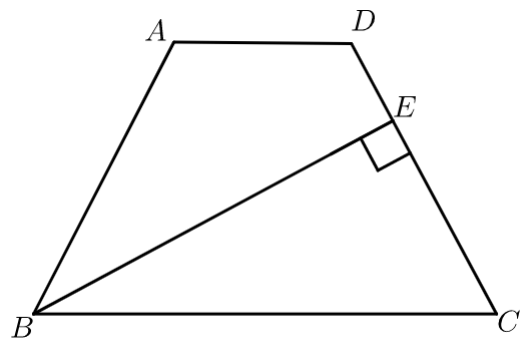


答案 15

解析 平行四边形的高为 $42 \times 2 \div 14 = 6$ (厘米)， $ED = 14 - 9 = 5$ (厘米)，所以三角形 DCE 的面积为 $5 \times 6 \div 2 = 15$ (平方厘米)。

挑战2

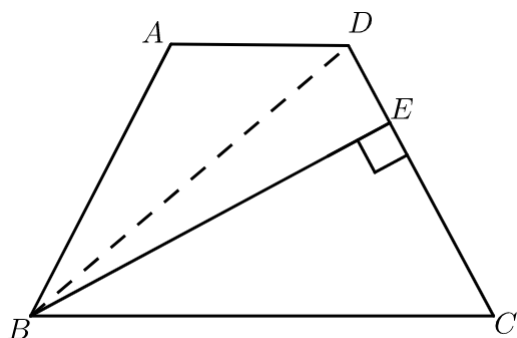
如图，梯形 $ABCD$ 的上底 AD 长 5 厘米，下底 BC 长 12 厘米，腰 CD 的长为 8 厘米。过 B 向 CD 作出的垂线 BE 的长为 9 厘米，那么梯形 $ABCD$ 的面积是多少？



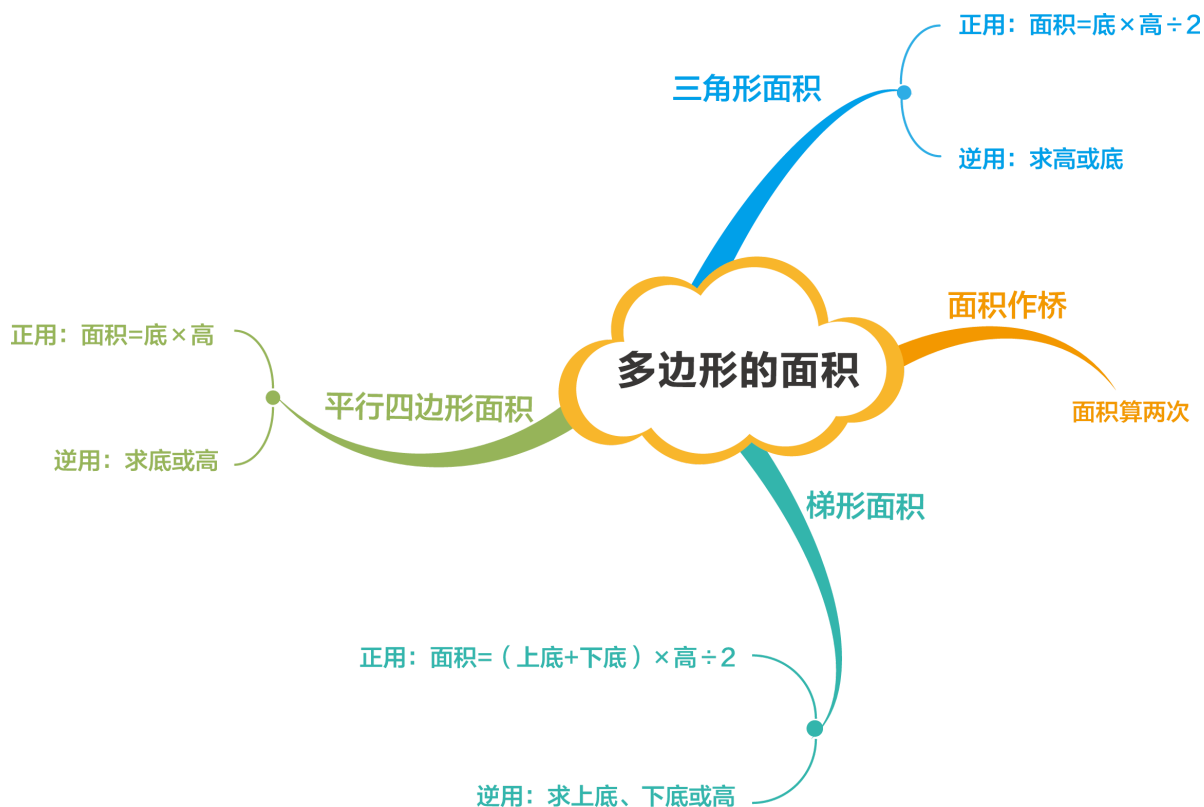
答案 51 平方厘米。



解析 连接 BD ， $S_{\triangle BCD} = 8 \times 9 \div 2 = 36$ （平方厘米），所以梯形的高是 $36 \times 2 \div 12 = 6$ （厘米），所以梯形面积为 $(5 + 12) \times 6 \div 2 = 51$ （平方厘米）。

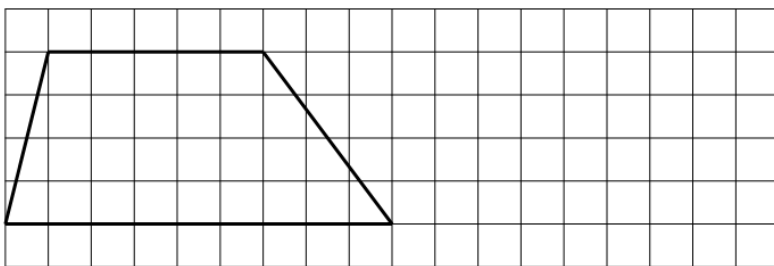


思维导图



我是小讲师

请你给同学讲一讲，梯形的面积公式是怎么推导出来的。

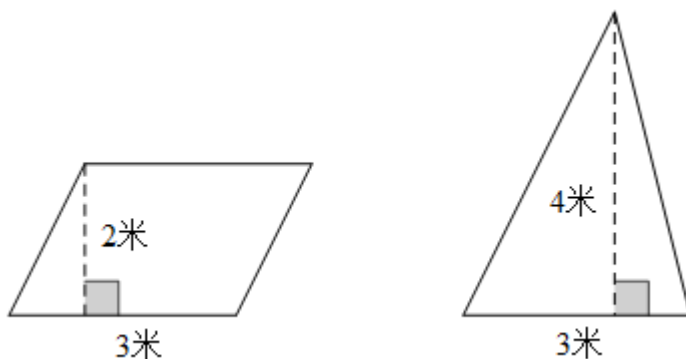


答案 梯形面积=(上底+下底)×高÷2

解析 梯形面积是平行四边形面积的一半，梯形面积=(上底+下底)×高÷2，

生活应用

王伯伯和李叔叔各自开辟出一片菜园子，他们互相觉得对方的菜园子更好，单纯从面积上讲，王伯伯和李叔叔交换菜园子合适吗？

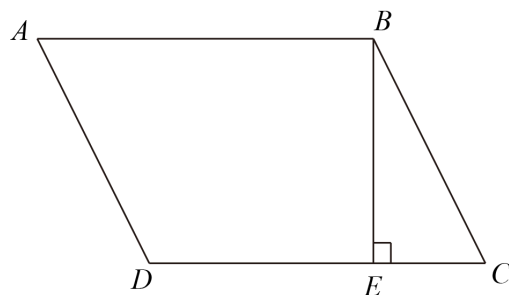


答案 合适，面积相等。

解析 合适，面积相等，都是6平方米。

本讲巩固

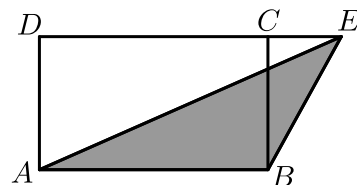
1 如图， AB 长8厘米， AD 长5厘米， BE 长4厘米，则平行四边形的面积为 _____ 平方厘米。



答案 32

解析 $8 \times 4 = 32$ (平方厘米) .

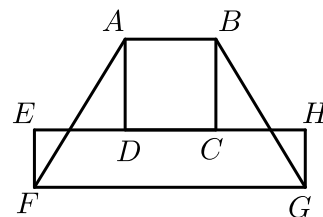
2 已知长方形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 5$, 则三角形 ABE 的面积为 _____ .



答案 20

解析 $8 \times 5 \div 2 = 20$.

3 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积是16平方厘米, $ED = CH = 4$ 厘米, $EF = 2$ 厘米, 四边形 $EFGH$ 是长方形, 梯形 $ABGF$ 的面积是 _____ 平方厘米 .

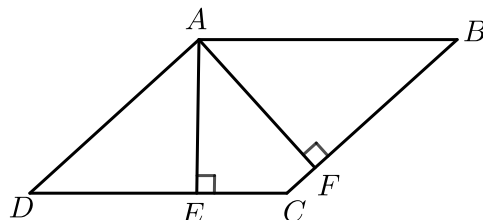


答案 48

解析 正方形 $ABCD$ 面积是16平方厘米, 所以正方形边长是4厘米, 梯形 $ABGF$ 的上底 = 4厘米, 下底 $4 + 4 + 4 = 12$ (厘米), 高 $4 + 2 = 6$ (厘米), 梯形 $ABGF$ 的面积 = $(4 + 12) \times 6 \div 2 = 48$ (平方厘米) .

基础过关

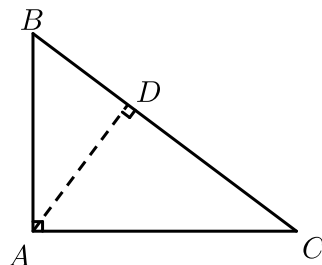
- 1 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中 $AB = 12$ 厘米，过 A 点作 AE 垂直 DC 于点 E ，过 A 点作 AF 垂直 BC 于点 F ， $AE = 5$ 厘米， $AF = 6$ 厘米。求线段 BC 的长度。



答案 10厘米。

解析 平行四边形 $ABCD$ 面积 $= 12 \times 5 = 60$ （平方厘米）；线段 $BC = 60 \div 6 = 10$ （厘米）。

- 2 如图，已知三角形 ABC 是直角三角形， $AC = 40$ 厘米， $BC = 50$ 厘米， BC 边上的高 AD 是24厘米，那么 AB 的长是 _____ 厘米。



答案 30

解析 由三角形面积公式：底 \times 对应高 $\div 2$ ，再结合面积不变列等式得 $50 \times 24 = 40 \times AB$ ，可求 $AB = 30$ （厘米）。

- 3 根据梯形面积公式，填空。

(1) 梯形的上底为4，下底为15，高为10，梯形的面积为 _____。

(2) 梯形的面积为88，上底为10，下底为12，梯形的高为 _____。



(3) 梯形的面积为72, 上底为7, 高为8, 则下底为 _____ .

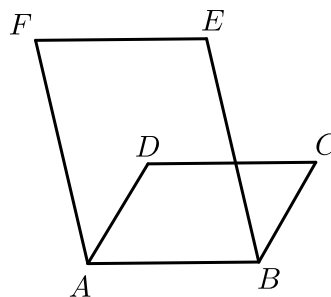
答案 1:95

2:8

3:11

解析 (1) $(4 + 15) \times 10 \div 2 = 95$; (2) $88 \times 2 \div (10 + 12) = 8$; (3) $72 \times 2 \div 8 - 7 = 11$.

4 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, AB 长为10厘米, 点 E 到 CD 边的距离为8厘米, 求平行四边形 $ABEF$ 比平行四边形 $ABCD$ 大多少平方厘米 .

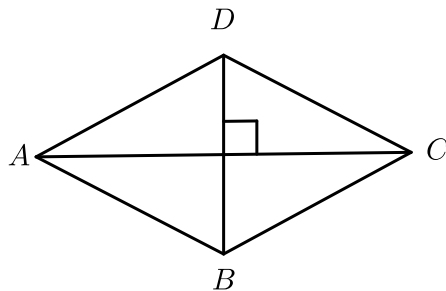


答案 80 .

解析 $8 \times 10 = 80$ (平方厘米) .

能力提升

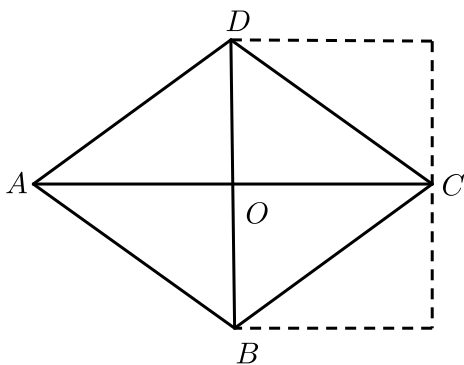
1 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形(四条边均相等的平行四边形), 已知 $AC = 18$, $BD = 6$, 菱形的面积是 _____ . (菱形对角线相互垂直且互相平分)



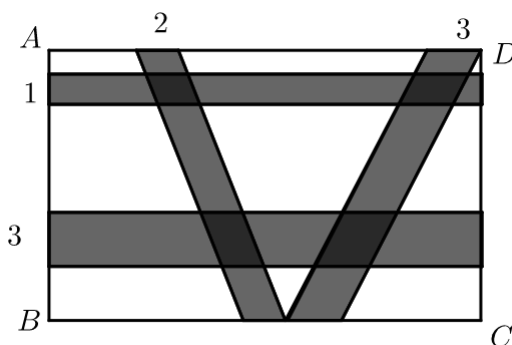


答案 54

解析 如图，通过割补转化为长方形的面积，从而得到菱形面积等于对角线乘积的一半。



2 如图所示，长方形ABCD的长为25，宽为15。四组平行线截长方形各边所得的线段的长已在图上标出，且横向的两组平行线都与BC平行。求阴影部分的面积。



答案 155

解析 方法一：先计算四个长条形面积之和，再减去重叠部分：

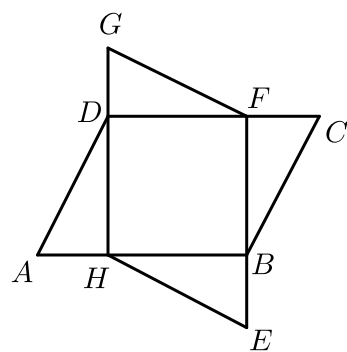
$$S_{\text{阴影}} = 3 \times 25 + 1 \times 25 + 2 \times 15 + 3 \times 15 - 2 \times 1 - 2 \times 3 - 3 \times 1 - 3 \times 3 = 155 .$$

方法二：可将四个长条移至边缘位置，阴影面积不变，用整体减空白即可：

$$S_{\text{阴影}} = 25 \times 15 - (25 - 2 - 3) \times (15 - 1 - 3) = 155 .$$

建议老师讲方法一，练习找平行四边形的底和高及平行四边形面积的求法。

3 如图，两个相同的平行四边形分别水平、竖直放置，并重叠在一起。已知重叠部分恰好是一个边长为8厘米的正方形，AH长为3厘米，那么这两个平行四边形所覆盖的面积是多少？

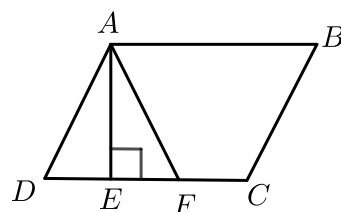


答案 112平方厘米

解析 每个平行四边形的面积为 $(8 + 3) \times 8 = 88$ (平方厘米), 覆盖的面积为 $88 + 88 - 8 \times 8 = 112$ (平方厘米) .

创新挑战

如图, 平行四边形 $ABCD$ 的边长 $DC = 15$ 厘米, 这条边上的高 $AE = 6$ 厘米, 一条线段 AF 将此平行四边形分成了两部分, 它们的面积相差 18 平方厘米. 请问: 其中梯形 $ABCF$ 的面积是多少平方厘米?



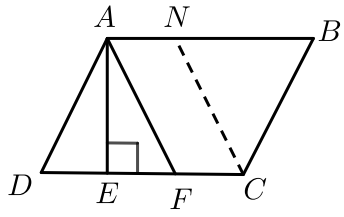
答案 54

解析 方法一: 平行四边形 $ABCD$ 的面积是 $15 \times 6 = 90$ 平方厘米, 是图中三角形 ADF 和梯形 $ABCF$ 的面积和, 由题意知两者面积差为 18 平方厘米, 由和差问题可得, 梯形 $ABCF$ 的面积是:

$$(90 + 18) \div 2 = 54 \text{ (平方厘米)} ;$$

方法二: 过点 C 作 $CN \parallel AF$, 平行四边形 $AFCN$ 即为三角形 ADF 和梯形 $ABCF$ 两部分的面积差, 面积是 18 平方厘米, 所以 $CF = 18 \div 6 = 3$ 厘米, 那么梯形 $ABCF$ 的面积是:

$$(3 + 15) \times 6 \div 2 = 54 \text{ (平方厘米)} .$$

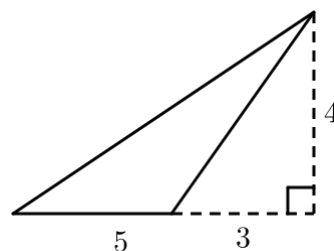


第3讲 整除特征 B版

一、预习

1. 课前热身

1 下图中三角形的面积是 _____ .



A. 20

B. 10

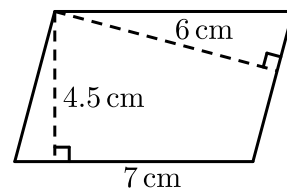
C. 12

答案 B

解析 面积=底×高÷2 = $4 \times 5 \div 2 = 10$.

故答案为 : 10 .

2 右图中平行四边形的面积是 () 平方厘米 .



A. 31.5

B. 42

C. 27

答案 A

解析 根据平行四边形的面积=底×高 ,

所以从图上可以看出当底是7厘米的时候高是4.5厘米 ,



所以面积是 $7 \times 4.5 = 31.5$ 平方厘米 .

选A .

3 梯形的上底是8厘米，下底是22厘米，高是5厘米，那么梯形的面积是 _____ 平方厘米 .

A. 150

B. 75

C. 不知道

答案 B

解析 梯形面积： $(8 + 22) \times 5 \div 2 = 75$ (平方厘米) .

2. 知识GPS

本讲内容 (抽象概括能力)

特殊数的整除特征

前铺知识

奇数与偶数

后续知识

质数与合数

课内衔接： 因数与倍数

教学目标

掌握特殊数的整除特征

会应用整除特征快速判断能否整除

会应用整除特征快速求余数

教学重点

特殊数的整除特征



教学难点

整除特征的综合应用

3. 板书设计

一、整除

若 $a \div b = c$ ，其中 $b \neq 0$ ，且 a, b, c 均为整数，则

- (1) a 是 b 的倍数； b 是 a 的因数。
- (2) a 能被 b 整除； b 能整除 a 。

二、整除特征

- 1. 尾系：(2, 5) (4, 25) (8, 125)
- 2. 和系：(3, 9) (99)
- 3. 差系：(11)

三、整除特征的应用

- 1. 快速判断能否整除
- 2. 快速求余数

4. 教学说明

本讲为整除特征初步与进阶合并而成的一讲，为减小学习压力，本讲不涉及7、11、13的三位一段的判别方法，时间允许的情况下可以给孩子补充。

注：孩子在四春余数一讲中已经学过了尾系的整除特征，所以B版例题从和系开始讲起。

A版考虑到新生较多，仍从尾系开始。

模块1 数的整除特征

【探索】探究和系整除特征

【例题1】3、9的整除特征

【例题2】补全多位数，多种情况

【例题3】99的整除特征



【例题4】11的整除特征

模块2 综合应用

【例题5】试除法

【挑战1】同时满足多个数的整除特征

【挑战2】拆合数

5. 追本溯源

小朋友们，你们知道古代人怎么计算除法吗？

【参考话术】在我国古代，人们很早就掌握了数的除法运算。最早使用是在先秦时期，或更早一些。形成于那个年代的《算数书》中，关于除法的表示方式共有7类19种，涉及55条。

自公元前春秋战国时代之前，我国出现了用“九九”表计算乘法以后，人们也总结了用口诀来计算除法的方法。《孙子算经》上说：“凡除之法，与乘正异。”当时我国主要是用算筹和口诀来计算除法的。利用口诀可以快速判断出来能否整除。但是如果遇到较大的数做除法，那么该怎么计算呢？用算盘么？当然不是！今天我们就来研究研究，如何快速判断出一个数能否被另一个数整除！

6. 课内链接

人教版五下第2单元 因数与倍数：



1. 因数和倍数

1 在前面的学习中，我们见过下面的算式。

$12 \div 2 = 6$	$8 \div 3 = 2 \cdots \cdots 2$	$30 \div 6 = 5$
$19 \div 7 = 2 \cdots \cdots 5$	$9 \div 5 = 1.8$	$26 \div 8 = 3.25$
$20 \div 10 = 2$	$21 \div 21 = 1$	$63 \div 9 = 7$

你能把这些算式分类吗？

我们分成了这样的两类。



第一类	$12 \div 2 = 6$	$20 \div 10 = 2$	第二类	$8 \div 3 = 2 \cdots \cdots 2$	$9 \div 5 = 1.8$
	$30 \div 6 = 5$	$21 \div 21 = 1$		$19 \div 7 = 2 \cdots \cdots 5$	$26 \div 8 = 3.25$
	$63 \div 9 = 7$				

在整数除法中，如果商是整数而没有余数，我们就说被除数是除数的**倍数**，除数是被除数的**因数**。例如， $12 \div 2 = 6$ ，我们就说12是2的倍数，2是12的因数。 $12 \div 6 = 2$ ，所以12是6的倍数，6是12的因数。

说一说第一类的每个算式中，谁是谁的因数？谁是谁的倍数？

因数与倍数是相互依存的。



注意：为了方便，在研究因数和倍数的时候，我们所说的数指的是自然数（一般不包括0）。



2. 2、5、3 的倍数的特征

2、5 的倍数的特征

1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- (1) 上表中哪些数是 5 的倍数？把它们圈起来。你发现了什么？
 (2) 上表中哪些数是 2 的倍数？把它们框起来。你发现了什么？

个位上是
 或 的数都
 是 5 的倍数。



个位上是 0, 2,
 的数都
 是 2 的倍数。



整数中，是 2 的倍数的数叫做**偶数**（0 也是偶数），不是 2 的倍数的数叫做**奇（jī）数**。



3 的倍数的特征

2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- (1) 上表中哪些数是 3 的倍数？把它们圈起来。
- (2) 横着看，圈起来的前 10 个数，个位分别是哪些数字？判断一个数是不是 3 的倍数，只看个位行吗？
- (3) 斜着看，你发现了什么？



3 的倍数个位上可以是任意数。



斜着看，3 的倍数各位上数的和都是 3 的倍数。



任意找几个 3 的倍数，把各位上的数相加，看看你有什么发现。

一个数各位上的数的和是 3 的倍数，这个数就是 3 的倍数。



◎ 你知道吗? ◎

为什么判断一个数是不是 2 或 5 的倍数，只要看个位数？为什么判断一个数是不是 3 的倍数，要看各位上数的和？

$$24 = 20 + (\quad)$$

$$2485 = 2480 + (\quad)$$



20、2480 都是 2 或 5 的倍数，所以一个数是不是 2 或 5 的倍数，只要看……

$$24 = 2 \times 10 + 4 = 2 \times (9 + 1) + 4 = \underline{2 \times 9} + (2) + (4)$$

$$2485 = 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 8 \times 10 + 5$$

$$= 2 \times (999 + 1) + 4 \times (99 + 1) + 8 \times (9 + 1) + 5$$

$$= \underline{2 \times 999 + 4 \times 99 + 8 \times 9} + (\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad)$$

划线部分都是 3 的倍数，剩下部分正好是这个数各位上数的和，所以……



二、模块1 数的整除特征

【教学提示】孩子在四春余数一讲中已经学过了尾系的整除特征，老师可以利用下面几道题做一个简单的复习。

铺垫1

1 下面6个自然数中：152，650，434，4375，9064，24125。

- (1) 哪些能被2整除？哪些能被5整除？
- (2) 哪些能被4整除？哪些能被25整除？
- (3) 哪些能被8整除？哪些能被125整除？
- (4) 这些数除以5的余数分别是多少？除以4的余数分别是多少？

答案

- (1) 能被2整除：152，650，434，9064；能被5整除：650，4375，24125。
- (2) 能被4整除：152，9064；能被25整除：650，4375，24125。
- (3) 能被8整除：152，9064；能被125整除：4375，24125。
- (4) 除以5的余数分别是2，0，4，0，4，0；除以4的余数分别是：0，2，2，3，0，1。



- 解析**
- (1) 看末一位 .
 - (2) 看末两位 .
 - (3) 看末三位 .
 - (4) 整除特征还可以用于判断余数 .

2 请回答下列问题 :

- (1) 修改5679中的一个数字, 使这个四位数能被25整除, 修改后的四位数是多少?
 A. 5670 B. 5675 C. 5670和5675
- (2) 修改545679中的一个数字, 使这个六位数能被8整除, 修改后的六位数是多少?
 A. 545672 B. 545674 C. 545676 D. 前三项都对

- 答案**
- (1) B
 - (2) A

- 解析**
- (1) 末两位能被25整除, 只能改成75 .
 - (2) 末三位能被8整除, 只能改为672 .

3 在下列方框中填上一个数字, 使得每个数都能被4整除, 请写出所有的可能 .

$\square 0$ $\square 2$ $\square 4$ $\square 6$ $\square 8$

答案 个位为0、4、8时, 十位是偶数2、4、6、8; 个位为2、6时, 十位是奇数1、3、5、7、9 .

解析 个位为0、4、8时, 十位是偶数2、4、6、8; 个位为2、6时, 十位是奇数1、3、5、7、9 .

探索

1 若 $a \div b = c$, 其中 $b \neq 0$, 且 a, b, c 均为整数, 则

- (1) a 是 b 的倍数; b 是 a 的因数 .
- (2) a 能被 b 整除; b 能整除 a .



那么， $24 \div 3 = 8$ 中，_____是_____的倍数；_____是_____的因数。_____能被_____整除；_____能整除_____。

答案 24, 3, 3, 24;

24, 3, 3, 24;

解析 根据题干的表述进行填空。

2 你知道怎么快速地判断4235能否被3整除吗？

$$4235 = 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5$$

$$= 4 \times (999 + 1) + 2 \times (99 + 1) + 3 \times (9 + 1) + 5$$

$$= 4 \times 999 + 2 \times 99 + 3 \times 9 + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

判断4235能否被3整除，只需看哪部分就可以了？通过你的判断可知，4235_____（能或不能）被3整除。

答案 4, 2, 3, 5, 不能。

解析 根据题干的表述进行填空。

例题1

下面5个自然数中：68, 297, 4531, 7953, 164693

(1) 哪些能被3整除？不能被3整除的数除以3的余数分别是多少？

(2) 哪些能被9整除？不能被9整除的数除以9的余数分别是多少？

答案 (1) 能被3整除：297, 7953；68余2, 4531余1, 164693余2

(2) 能被9整除：297；68余5, 4531余4, 7953余6, 164693余2

解析 (1) 看各位数字和。

(2) 看各位数字和。



例题2

在下面每个数的“□”里填上数字，使这个数能被3整除，都有哪些填法呢？

$\overline{16\square 2}$, $\overline{5\square 41}$, $\overline{56\square 3}$, $\overline{618\square}$

答案 见解析 .

解析 根据数字和判定法可知依次为0、3、6或9；2、5或8；1、4或7；0、3、6或9 .

例题3

1 下列五个自然数：198，45621，7029，99999，20763中，能被99整除的有 _____ 个 .

答案 2

解析 根据99的整除特征，198和7029能被99整除 .

2 (1) 六位数 $\overline{20\square\square 08}$ 能被99整除， $\square\square$ 是 _____ .

(2) 六位数 $\overline{\square 2008\square}$ 能被99整除， \square 处分别是 _____、_____ .

答案 1:71

2:1

3:7

解析 (1) 设原数为 $\overline{20ab08}$ ，根据99的整除特征可知 $20 + \overline{ab} + 8 = 99$ ，从而 $\overline{ab} = 71$;

(2) 设原数为 $\overline{a2008b}$ ，根据99的整除特征可知 $\overline{a2} + \overline{8b} = \overline{ab} + 82 = 99$ ，所以 $\overline{ab} = 17$.

随堂练

1 六位数 $\overline{10\square\square 01}$ 能被99整除，这个数是 _____ .



答案 108801

解析 利用99的整除性， $10 + \square\square + 1 = 99$ ， $\square\square = 99 - 10 - 1 = 88$ 。

2 六位数 $\overline{\square\square5308}$ 能被99整除，那么这个六位数是多少？

答案 385308。

解析 利用99的整除性， $\overline{\square\square} + 08 + 53 = 99$ ， $\overline{\square\square} = 99 - 8 - 53 = 38$ ，得 $\overline{\square\square5308} = 385308$ 。

例题4

265、2139、4752、19643、5281除以11的余数分别是_____、_____、_____、_____、_____。

答案 1:1

2:5

3:0

4:8

5:1

解析 奇数位数字和减偶数位数字和，不够减的补11。

捉虫时刻

3494除以11的余数是多少？

艾迪的解答如下：

奇数位数字和为 $4 + 4 = 8$ ，偶数位数字和为 $9 + 3 = 12$ 。


所以3494除以11的余数是 $12 - 8 = 4$ 。

艾迪的结果正确吗？请你帮他挑挑错吧！



答案 余数是7 .

解析 求余数应用奇数位数字和减去偶数位数字和，不够减的补11，不能反过来减 .

 课堂互动 (pk对战)

1 下列数中，不能够被2整除的是 _____ .

A. 326

B. 261

C. 308

答案 B

解析 一个数的末一位能够被2整除的话，那么这个数就能被2整除，261末位不能被2整除，所以选B .

2 4512能否被4整除 .

A. 能

B. 不能

答案 A

解析 一个数的末两位能够被4整除的话，那么这个数就能被4整除 . $12 \div 4 = 3$. 所以能 .
故选A .

3 修改5679中的一个数字，使这个四位数能被25整除，修改后的四位数是多少 () ?

A. 5670

B. 5675

C. 5659

D. 5650

答案 B

解析 末两位能被25整除，只能改成75 .

4 被3除没有余数的是 () .



A. 529

B. 726

C. 902

答案 B

解析 是3的倍数的数各个位上的数相加所得的和能被3整除，据此求出被3除没有余数的是哪个数即可。

因为 $5 + 2 + 9 = 16$, $16 \div 3 = 5 \cdots \cdots 1$,

所以529被3除有余数；

因为 $7 + 2 + 6 = 15$, $15 \div 3 = 5$,

所以726被3除没有余数；

因为 $9 + 0 + 2 = 11 \div 3 = 3 \cdots \cdots 2$,

所以902被3除有余数，

所以被3除没有余数的是726。

故选：B。

5 54321能否被11整除？

A. 能

B. 不能

答案 B

解析 $(1 + 3 + 5) - (2 + 4) = 3$, 3不是11的倍数，所以这个数不能被11整除。

三、模块2 综合应用

铺垫2

如果 $3\square\square$ 能被47整除，那么它的末两位最大是多少？最小是多少？

答案 76；29。



解析 试除法： $399 \div 47 = 8 \cdots \cdots 23$ ， $99 - 23 = 76$ ，所以它的末两位最大是76； $76 - 47 = 29$ ，最小是29。

例题5

六位自然数 $\overline{1082\square\square}$ 能被23整除，末两位数有 _____ 种情况。

答案 4

解析 $108200 \div 23 = 4704 \cdots \cdots 8$ ， $23 - 8 = 15$ ，
所以方框中的数可以为15、38、61、84，共4种。

挑战1

在下面每个数“□”里填上合适的数字：

- (1) 能被2整除，又能被3整除： $\overline{3\square 2}$ ， $\overline{28\square}$ 。
- (2) 能被5整除，又能被9整除： $\overline{\square 15}$ ， $\overline{22\square}$ ， $\overline{5\square 2\square}$ 。
- (3) 同时能被2、5、11整除： $\overline{4\square\square}$ ， $\overline{\square 59\square}$ 。

答案 (1) 312，342，372；282，288。
(2) 315；225；5220，5625。
(3) 440；7590。

解析 (1) (1) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$ ，个位为2，能被2整除，所以只要满足能被3整除即可，十位可填1、4、7。
(2) $\overline{28\square}$ 能被2和3整除，则个位是偶数，且各位数字和能被3整除，只能是2或8。
(2) (1) $\overline{\square 15}$ 的个位是5肯定能被5整除，只要满足能被9整除即可，百位只能填3；
(2) $\overline{22\square}$ 能被5整除，个位只能是0或5，只有为5时能被9整除；
(3) $\overline{5\square 2\square}$ 的个位只能是0或5，当个位取0时，为了满足能被9整除，百位只能为2；当个位取5时，为了满足能被9整除，百位只能为6。



(3) 同时能被2、5、11整除可先满足能同时被2、5整除,那么个位只能取0,所以 $\overline{4\square\square}$ 的十位可取4; $\overline{\square59\square}$ 的千位可取7.

挑战2

老师买了36支相同价格的钢笔,当时没有记住每支钢笔的价格(每支钢笔的价格是不超过100元的整数),只用铅笔记下了用掉的总钱数,回校后发现两个数字已看不清了,你能帮忙补上这两个数字吗?

□ 3 7 □ 元

答案 2376

解析 $36 = 4 \times 9$, 能被4整除, 个位可以是2或6;

当个位为2时, 能被9整除, 千位为6, 此时每支钢笔 $6372 \div 36 = 177$ 元, 大于100元, 与题意不符;

当个位为6时, 能被9整除, 千位为2, 此时每支钢笔 $2376 \div 36 = 66$ 元, 符合题意, 因此总钱数为2376元.

补充

1 一个电子钟表上总是把日期显示为八位数, 如2011年1月1日显示为20110101, 如果2011年最后一个能被101整除的日子是 $\overline{2011ABCD}$, 那么 $\overline{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 1221

解析 \overline{ABCD} 最大是1231, $20111231 \div 101 = 199121 \dots\dots 10$; 所以 $\overline{ABCD} = 1231 - 10 = 1221$.

2 两个四位数 $\overline{A275}$ 和 $\overline{275B}$ 相乘, 乘积能被72整除, A, B分别是多少?

答案



4, 2

解析

考虑到 $72 = 8 \times 9$ ，而 $\overline{A275}$ 是奇数，所以 $\overline{275B}$ 必为 8 的倍数，因此可得 $B = 2$ ；

四位数 $\overline{2752}$ 各位数字之和为 $2 + 7 + 5 + 2 = 16$ 不是 3 的倍数也不是 9 的倍数，因此 $\overline{A275}$ 必须是 9 的倍数，其各位数字之和 $A + 2 + 7 + 5 = A + 14$ 能被 9 整除，所以 $A = 4$ 。

3

一个五位数 A 由数字 1、3、5、9 组成，每个数字都可以重复出现但至少出现一次，而且 A 可以被 3、5、9 整除，这样的 A 的最小值是 _____。

答案

13995

解析

末位为 5，数字和分析可得 13995。

4

若四位数 $\overline{9a8b}$ 能被 36 整除，则这个四位数是多少？

答案

9180、9684、9288

解析

$36 = 4 \times 9$ ，利用 4 的整除特征，个位可以是 0、4、8；

当个位是 0 时，能被 9 整除， $9 + 8 + 0 = 17$ ， $18 - 17 = 1$ 。所以这个数是 9180；

当个位是 4 时，能被 9 整除， $9 + 8 + 4 = 21$ ， $27 - 21 = 6$ 。

所以这个数是 9684；当个位是 8 时，能被 9 整除， $9 + 8 + 8 = 25$ ， $27 - 25 = 2$ 。所以这个数是 9288。

5

对于一个自然数 N ，如果具有以下性质就称为“破坏数”：把它添加到任何一个自然数的右端，形成的新数都不能被 $N + 1$ 整除。请问：一共有多少个不大于 10 的破坏数？

答案

6个

解析

方法一：所有的奇数都是破坏数，因为奇数放在任何自然数的右边都是奇数，不可能被偶数整除。



再看偶数：4是破坏数，因为末位是4的数不可能被5整除。

2, 6, 8, 10都不是破坏数，因为12, 56, 18, 110可以分别被3, 7, 9, 11整除。

所以不大于10的破坏数一共有6个，它们分别是1, 3, 4, 5, 7, 9。

方法二：若 N 为0，自然数一定是1的倍数，因此0不是破坏数；

若 N 为1，1结尾的数一定不是2的倍数，因此1是破坏数；

若 N 为2，2结尾的数不一定不是3的倍数，因此2不是破坏数；

若 N 为3，3结尾的数一定不是4的倍数，因此3是破坏数；

若 N 为4，4结尾的数一定不是5的倍数，因此4是破坏数；

若 N 为5，5结尾的数一定不是6的倍数，因此5是破坏数；

若 N 为6，6结尾的数不一定不是7的倍数，因此6不是破坏数；

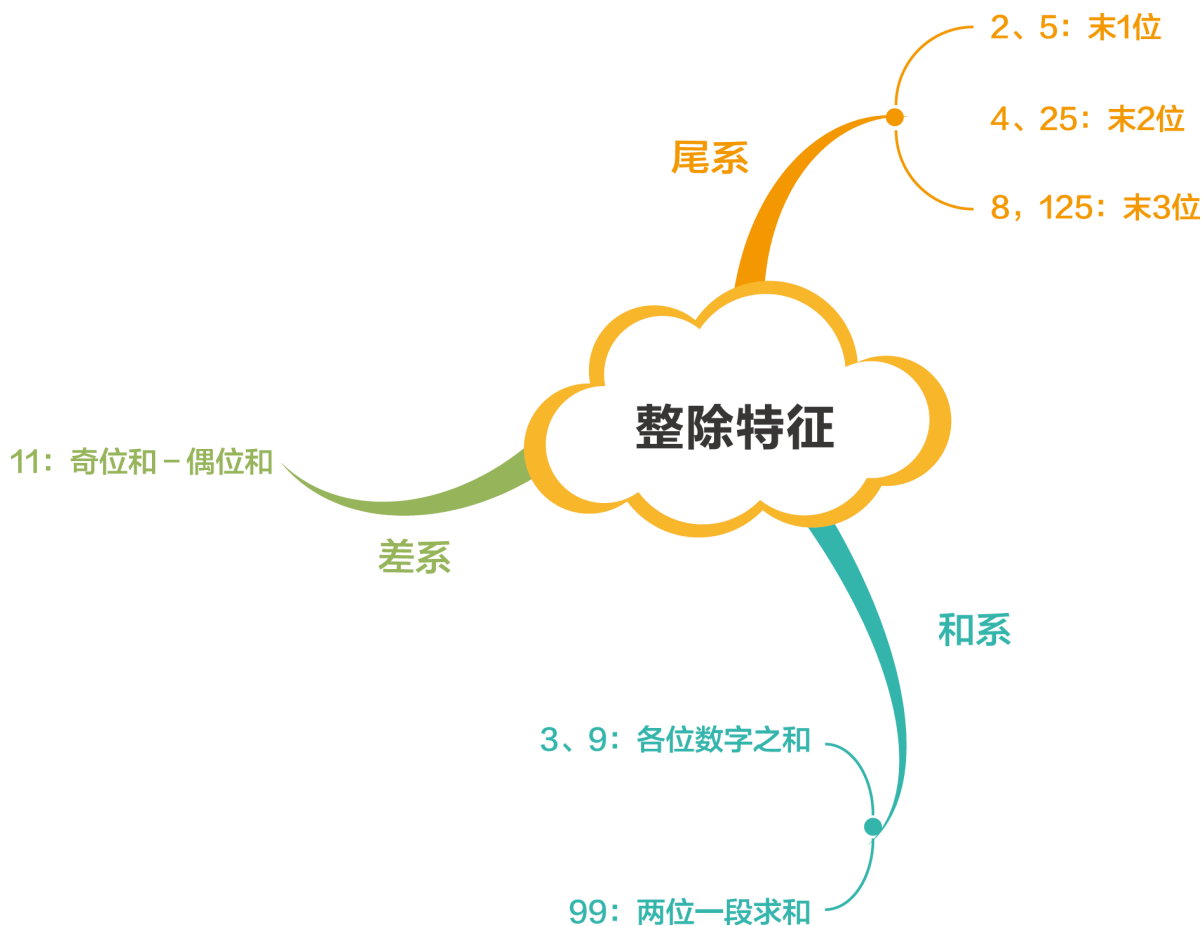
若 N 为7，7结尾的数不一定不是8的倍数，因此7是破坏数；

若 N 为8，8结尾的数不一定不是9的倍数，因此8不是破坏数；

若 N 为9，9结尾的数一定不是10的倍数，因此9是破坏数；

故小于10的破坏数共有6个：1, 3, 4, 5, 7, 9。

 思维导图



我是小讲师

亲爱的小朋友们，请你给爸爸妈妈讲一讲，如何快速判断2894501能不能被9整除？

答案 2894501不能被9整除，余2。

解析 方法一：求数字和： $2 + 8 + 9 + 4 + 5 + 0 + 1 = 29$ ， $29 \div 9 = 3 \dots 2$
 方法二：弃九法，把9、(8、1)、(4、5)划掉，剩下2，所以原数不能被9整除。
 故答案为：2894501不能被9整除，余2。

生活应用

计算是我们数学学习必须掌握的基本能力之一，在我们生活中也是随处可见，如购物时计算总价，出去旅游计算费用等等。而掌握一定的技巧，可以大大节省计算的时间，比如巧算的学习，可以帮助妈妈在买菜的时候快速计算总价。而我们今天学习的整除特征，更是



可以在生活中发挥出巨大的作用，快速解决一些复杂的计算问题。

举个例子，博士为公司代买了99台机器，正打算用发票报销，却发现发票上的总价有两个数字已经被摩擦的辨认不清了，这个时候，就可以运用今天学习的整除特征，快速帮助博士算出总价应该是多少，试试吧！（每台机器的价格相同，且为整数）

1100143160 xx 增值税专用发票 No

此联不作报销等扣税凭证使用 开票日期：

税 总 额 [2014] × × × × × × 公 司	购买方 名称： 纳税人识别号： 地址、电话： 开户行及账号：	密 码 区						
	货物或应税劳务、服务名称 <p style="text-align: center;">机器</p>	规格型号	单 位	数 量 <p style="text-align: center;">99</p>	单 价 <p style="text-align: center;">■■■■■</p>	金 额 <p style="text-align: center;">■0998■.00</p>	税 率	税 额
合 计								
价税合计（大写）		■拾万玖仟玖佰捌拾■圆整（小写） ■0998■.00						
第一联：记账联 销售方记账凭证	销售方 名称： 纳税人识别号： 地址、电话： 开户行及账号：		备 注					
	收款人：		复核：		开票人：		销售方：（章）	

答案 109989 .

解析 设原数为 $\overline{a0998b}$ ，能被99整除，两位一段，求和： $\overline{a0} + 99 + \overline{8b} = 99 + 80 + \overline{ab}$ ， $\overline{ab} = 19$ 所以总价是109989元。

四、本讲巩固

1 在下面的数中，能被9整除的有 _____ 个。

452 , 1287 , 9765 , 525 , 132698

答案 2

解析 看数字和。

2



234, 719, 8862除以11的余数分别是 _____、_____、_____。

答案 1:3

2:4

3:7

解析 奇数位数字和减偶数位数字和。

3 若四位数 $\overline{9a8a}$ 能被3和5同时整除, 则 a 代表的数字是 _____。

答案 5

解析 $\overline{9a8a}$ 既能被3整除, 也能被5整除。能被5整除的数的个位数字是0或5, 能被3整除的数的各位数字的和是3的倍数。

当 $a = 0$ 时, $9 + a + 8 + a = 17$, 不是3的倍数;

当 $a = 5$ 时, $9 + a + 8 + a = 27$, 是3的倍数。

所以, a 代表的数字是5。

五、基础过关

1 有10个自然数: 6705, 458, 9452, 10104, 45, 2687, 673, 3465, 7940, 31048, 这些自然数中, 哪些能被3整除? 哪些能被9整除? 不能被9整除的数, 求出它们除以9的余数。

答案 能被3整除: 6705, 10104, 45, 3465; 能被9整除: 6705, 45, 3465; 458, 9452, 10104, 2687, 673, 7940, 31048除以9分别余8, 2, 6, 5, 7, 2, 7。

解析 根据整除特征判断即可。

2 五位数 $\overline{2E3E2}$ 能被9整除, 求 E 。



答案 1 .

解析 数字和 $2 + E + 3 + E + 2 = 2E + 7$ 为奇数，且为9的倍数，只能为21312 .

故答案为：1 .

3 判断下列数中哪些能被11整除？这些数除以11的余数分别是多少？

2009 2992 61215232 715868

答案 能被11整除的有：2992；

除以11的余数：7、0、1、10 .

解析 奇数位数字和减偶数位数字和 .

4 填空：

(1) 六位数 $\overline{2013ab}$ 能被99整除，它的最后两位数是 _____ .

(2) 九位数 $\overline{2007\Box12\Box2}$ 能被99整除，这个九位数是 _____ .

答案 (1) 66

(2) 200731212

解析 (1) 99的整除特征是从个位开始，两位一段，所有段内的数之和为99的倍数 . 99的整除

特征是从个位开始，两位一段，所有段内的数之和为99的倍数 .

$$\overline{ab} + 13 + 20 = 99n, \text{ 解得 } \overline{ab} = 66 .$$

(2) 设为 $\overline{2007A12B2}$ ，则 $B2 + 12 + \overline{7A} + 2 = 99n$ ，即 $86 + \overline{BA} = 99$ ， $B = 1$ ， $A = 3$.

六、能力提升

1 一个三位数 $\overline{6\Box4}$ 的十位数字未知 . 请分别根据下列要求找出“ \Box ”中合适的取值：

(1) 如果要求这个三位数能被3整除，“ \Box ”可能等于多少？



(2) 如果要求这个三位数能被4整除,“□”可能等于多少?

(3) 这个三位数有没有可能同时被3和4整除?如果有可能,“□”可能等于多少?

答案 (1) 2, 5或8.

(2) 0, 2, 4, 6或8.

(3) 2或8.

解析 (1) 要使 $\overline{6\square4}$ 能被3整除,只需使 $6 + \square + 4 = 10 + \square$ 能被3整除, \square 只能等于2, 5或8.

(2) 要使 $\overline{6\square4}$ 能被4整除,只需使 $\square4$ 能被4整除, \square 只能等于0, 2, 4, 6或8.

(3) 综合(1)和(2)可知,当 \square 等于2或8时, $\overline{6\square4}$ 既能被3整除,也能被4整除.

2 刘叔叔给18名工人发完工资后,把总钱数写在一张纸上,可是在练书法的时候,墨汁不小心洒在纸上,两个数字被墨汁遮住了,总钱数为 $\overline{97\square8\square}$,刘叔叔记得每名工人的工资都一样,而且都是整数元,每名工人的工资最高可能是多少?

答案 5438元.

解析 令总工资为 $\overline{97a8b}$,由于每名工人的工资都一样,说明总工资能被18整除, $18 = 2 \times 9$,该数能被2整除,也能被9整除;能被2整除说明,则该数的个位为0、2、4、6、8中的一种;能被9整除,数字和为 $9 + 7 + 8 + a + b = 24 + a + b$,让 a 尽量大,为8,此时 $b = 4$.所以每个工人的最高工资为: $97884 \div 18 = 5438$ (元).

3 回答下列各题:

(1) 四位数 $\overline{\square23\square}$ 能被15整除,求该四位数所有不同的可能值.

(2) 六位数 $\overline{\square2014\square}$ 能被45整除,则满足条件的所有六位数之和为_____.

答案 (1) 2235、5235、8235、1230、4230、7230.

(2) 840285

解析



- (1) $15 = 3 \times 5$ ，能被15整除即该数既能被5整除，又能被3整除，能被5整除则末位只有0、5两种选择。设该四位数为 $\overline{a23b}$ ，则 b 有0、5两个选择：当 $b = 5$ 时， $a = 2\ 5\ 8$ ，四位数为2235、5235、8235；当 $b = 0$ 时， $a = 1\ 4\ 7$ ，四位数为1230、4230、7230。
- (2) $45 = 5 \times 9$ ，能被45整除即该数既能被5整除又能被9整除。能被5整除，则个位只能是0或5，当个位为0时，220140满足是9的倍数；当个位为5时，620145满足是9的倍数，所以和为 $220140 + 620145 = 840285$ 。
- 故答案为：840285。

七、创新挑战

$\overline{98A}$ 是4的倍数， $\overline{34B}$ 是5的倍数， $\overline{98A34B}$ 是3的倍数，两位数 \overline{AB} 是_____。

答案 45

解析 $4 \mid \overline{98A} \Rightarrow 4 \mid \overline{8A} \Rightarrow A = 0、4、8$ ，由于 \overline{AB} 是两位数，所以 $A \neq 0$ ，故 A 为4或8，
 $5 \mid \overline{34B} \Rightarrow 5 \mid B \Rightarrow B = 0、5$ ，所以 $A + B$ 可能为4、8、9、13，
 $3 \mid \overline{98A34B} \Rightarrow 3 \mid 9 + 8 + A + 3 + 4 + B \Rightarrow 3 \mid A + B$ ，综上， $A + B = 9$ ，即 $A = 4$ ， $B = 5$ ，所以 $\overline{AB} = 45$ 。



第4讲 质数与合数 B版

预习

课前热身

1 下面5个自然数中：152，430，375，504，2125，能被4整除的有（ ）个。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案 B

解析 能被4整除：152，504。

2 下面5个自然数：152，430，375，504，2125，能被3整除的有（ ）个。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答案 B

解析 能被3整除：375，504。

3 下列哪个数能被11整除（ ）。

- A. 6249 B. 6218 C. 2547 D. 7524

答案 D

解析 根据11的整除特征，一个数从末位开始，奇数位数字之和与偶数位数字之和的差是

$(9 + 2) - (4 + 6) = 1$ 、 $(8 + 2) - (6 + 1) = 3$ 、 $(5 + 7) - (4 + 2) = 6$ 、 $(4 + 5) - (2 + 7) = 0$ ，只有0为11的倍数，故选D。



知识GPS

本讲内容（抽象概括能力）

质数与合数的概念；质数与合数的判断；特殊质数

前铺知识

整数的除法

后续知识

因数与倍数

课内衔接：因数与倍数

教学目标

理解质数与合数的概念

掌握质数与合数的判定

了解特殊质数的性质

教学重点

质数与合数的判定

教学难点

质数与合数的判定

板书设计

一、基本概念

1. 因数与倍数

若 $a = b \times c$ (a, b, c 均是不为零的自然数)，则 a 是 b 与 c 的倍数， b 与 c 是 a 的因数

2. 质数与合数



- (1) 质数：只有1和它本身这两个因数（2个因数）
- (2) 合数：除了1和它本身，还有别的因数（3个及以上因数）
- (3) 0和1：既不是质数，也不是合数

二、质数的判断

- 1. 整除特征：判断是否为2,5,3,11的倍数
- 2. 试除法：
 - (1) 从最小的质数开始试除
 - (2) 试除到商小于除数

三、常见质数

- 1. 1~100以内的质数：共25个
2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,
43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97
- 2. 最小的三位质数：101
最小的四位质数：1009

四、特殊质数

- 2→唯一的偶质数（奇偶分析）
- 5→唯一的个位为5的质数（尾数分析）

教学说明

模块1 质数合数的认识与判断

- 【探索】100以内的质数
- 【例题1】质数合数的概念
- 【例题2】用数字组成质数
- 【例题3】较大数的质合判定



模块2 特殊质数

【探索】奇偶分析

【例题4】特殊质数2简单应用

【例题5】特殊质数2复杂应用

【挑战1】特殊质数5

【挑战2】质数最值

追本溯源

小朋友们，你们知道质数与密码学有什么联系吗？

【参考话术】小朋友们，你们知道吗？质数除了在数学领域中具有极其重要的地位外，在密码技术中也起着关键作用，广泛应用于金融、电子商务和网络安全中。那质数为什么能守护我们的信息安全呢？

将几个质数相乘非常简单，反过来——将一个数分解成质数相乘的形式是不是很难呢？对于非常大的数字这几乎是不可能的。这使得质数在设定密码方面相当合适。当你在互联网上消费的时候，交易的细节都是通过这种方式隐藏起来的。代码的“锁”是非常大的数字，而“钥匙”则是由它的质因数组成，现在人们已经将大质数用于现代密码设计领域。在这种密码设计中，需要使用较大的质数。质数越大，密码被破译的可能性就越小。这个问题也是目前数学与计算机领域的核心问题之一，至今没有有效的方法予以解决，因此可以确保RSA算法的安全性。

课内链接

以下为人教版五下第2单元因数与倍数第14页的截图，供老师参考。

3. 质数和合数

找出 1~20 各数的因数，看看它们的因数的个数有什么规律。

有的数只有两个因数，如 5 的因数是 1 和 5。1 只有因数 1。



有的数的因数不止两个……我们来给它们分分类吧！

只有一个因数的数	只有 1 和它本身两个因数的数	有两个以上因数的数

一个数，如果只有 1 和它本身两个因数，这样的数叫做**质数**（或**素数**）。

如 2, 3, 5, 7 都是质数。

一个数，如果除了 1 和它本身还有别的因数，这样的数叫做**合数**。如 4, 6, 15, 49 都是合数。

1 不是质数，也不是合数。



1 找出 100 以内的质数，做一个质数表。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

可以把每个数都验证一下，看哪些是质数。



先把 2 的倍数划去，但 2 除外，划掉的这些数都不是质数。3 的倍数也可以……



划到几的倍数就可以了？

模块1 质数合数的认识与判断



知识剖析

1. 质数与合数

一个数除了1和它本身，不再有别的因数，这个数就叫做质数（也叫做素数）；

一个数除了1和它本身，还有别的因数，这个数就叫做合数。

要特别记住：0和1不是质数，也不是合数。

2. 判断一个数是否为质数的方法

从最小的质数开始试除，一直除到商小于除数为止，若均不能整除，则该数为质数。

试除过程中，借助数的整除特征，可快速判断是否能整除。

例如，判断281是否为质数：

由整除特征可知，281不能被2、3、5、11整除；

$281 \div 7 = 40 \cdots 1$ ， $281 \div 13 = 21 \cdots 8$ ， $281 \div 17 = 16 \cdots 9$ ， $16 < 17$ ，试除结束，281是质数。

探索1

请在下表中：

(1) 划掉2的倍数（不含2）；

(2) 划掉3的倍数（不含3）；

(3) 划掉5的倍数（不含5）；

(4) 划掉7的倍数（不含7）。

观察一下还剩哪些数呢？将这些数整理出来。



	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

答案 整理如下：

2	3	5	7
11	13	17	19
	23		29
31		37	
41	43	47	
	53		59
61		67	
71	73		79
	83		89
		97	

解析 培养孩子的整理习惯，整理方法不唯一，鼓励孩子分享自己的整理方式。

例题1

1 解答下列各题：



一个数除了1和它本身，不再有别的因数，这个数就叫做_____。一个数除了1和它本身，还有别的因数，这个数就叫做_____。要特别记住：_____不是质数，也不是合数。

- 答案**
- 1:质数
 - 2:合数
 - 3:0和1

解析 可根据因数倍数、质数合数的知识点填写出此题。

2 自然数 N 是一个两位数，它是一个质数，而且 N 的个位数字与十位数字都是质数，这样的自然数有_____个。

答案 4

解析 1到9这些数字中质数有2、3、5、7这四个，因此这个两位数 N 一定是用这4个数字组成的。其中23、37、53和73满足条件。

3 将100拆成两个不同质数的和，共有_____种拆法。

答案 6

解析 逐一试验，可知： $100 = 3 + 97 = 11 + 89 = 17 + 83 = 29 + 71 = 41 + 59 = 47 + 53$ ，共6种。

例题2

如图，三张卡片上各印有一个数字。从这三张卡片中选取一张或多张（卡片可旋转）拼成质数，一共可以拼成_____个不同的质数。



答案 5

解析 一位质数：7；

两位质数：79、89、97、67；

三位质数：因为其数字和为24或21，必为3的倍数，故无质数。

所以一共可以组成5个质数。（注：卡牌9可以当6用）

例题3

1 在100~115这些自然数中，质数有 _____ 个。

答案 5

解析 这些数中有5个不可拆分的数，分别是：101，103，107，109，113。

2 判断下列各数，哪些数是质数？

39 103 243 401 667 1001

答案 质数有：103，401

解析 39是3的倍数；243看数字和是3的倍数； $667 = 23 \times 29$ ；最小的不可拆分的四位数为1009，

$1001 = 7 \times 11 \times 13$ ， $1003 = 17 \times 59$ ， $1007 = 19 \times 53$ 。

课堂互动（pk对战）

1 试判断九位数111111111是否是质数：（ ）。



A. 是

B. 否

答案 B

解析 $111111111 = 12345679 \times 9$.

故选B .

2 () 是偶数也是质数 .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

答案 B

解析 1既不是质数，也不是合数，3是质数但不是偶数，4是偶数但不是质数，2既是质数也是偶数 .

3 100以内的质数有 () 个 .

A. 15

B. 20

C. 25

D. 30

答案 C

解析 100以内的质数有25个，分别是2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 .

4 下列哪个数是质数 () .

A. 75

B. 91

C. 87

D. 23

答案 D

解析 75是5的倍数，91是7的倍数，87是3的倍数 .
故选D .



5 下列哪组数全部都是质数 () .

A. 21 31 47 59

B. 23 37 43 79

C. 35 47 59 89

D. 73 46 97 61

答案 B

解析 根据质数的定义 .

模块2 特殊质数

知识剖析

质数2：唯一的偶质数，与之相关的问题常用奇偶分析法；

质数5：唯一一个位为5的质数，与之相关的问题一般使用尾数判断法 .

探索2

若 a 是偶数， b 是奇数， $a > b$ ，则：

(1) $a + b$ 的结果是 () .

A. 偶数

B. 奇数

(2) $3a + 2b$ 的结果是 () .

A. 偶数

B. 奇数

答案 (1) B

(2) A

解析 (1) a 是偶数， b 是奇数，偶+奇=奇 .

故选B .

(2) a 是偶数，则 $3a$ 是偶数； b 是奇数， $2b$ 是偶数，偶+偶=偶 .

故选A .



例题4

回答下列问题：

- (1) 如果两个质数相加等于39，这两个质数分别是多少？
- (2) 如果三个互不相同的质数相加，和为40，这三个质数分别是多少？

答案 (1) 2, 37

(2) 2, 7, 31

解析 (1) 因为39是奇数，所以两数中必有一个是偶质数2，另一个是 $39 - 2 = 37$ 。

(2) 因为40是偶数，所以3个质数只能是“偶+奇+奇”， $40 = 2 + 7 + 31$ 。

例题5

1 回答下列问题：

已知 A, B 都是质数，并且 $35A + 12B = 130$ ，则 $A \times B$ 是多少？

答案 10

解析 由奇偶性可知 A, B 中必有2，且只能 A 为2， $B = 5$ ， $A \times B = 10$ 。

2 已知 P, Q 都是质数，并且 $P \times 11 - Q \times 93 = 2003$ ，则 $P \times Q =$ _____。

答案 398

解析 过观察发现题目中有2个未知数，但是都是质数，从结果上看2003是一个奇数，那么前面2个乘积必须为1个奇数1个偶数，那么 P 和 Q 中必须有一个是2才可以。由大小关系可以发现只能 Q 是2，解出 $P = 199$ ， $P \times Q = 398$ 。

捉虫时刻



如果 a, b 均为质数, 且 $3a + 4b = 26$, 则 $a + b$ 是多少?

艾迪的解法如下, 请你帮艾迪挑挑错吧!

奇偶分析知, a, b 中必有2,

若 $a = 2$, 则 $b = (26 - 6) \div 4 = 5$, $a + b = 7$,

若 $b = 2$, 则 $a = (26 - 8) \div 3 = 6$, $a + b = 8$,

所以 $a + b$ 的结果为7或8.

答案 7.

解析 因为 a, b 均为质数, 所以 $a = 6, b = 2$ 不成立.

挑战1

已知 $n, n + 6, n + 84, n + 102, n + 218$ 都是质数, 那么 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 5

解析 显然不是2,

若 n 的个位是1, 则 $n + 84$ 的个位是5, 是合数;

若 n 的个位是3, 则 $n + 102$ 的个位是5, 是合数;

若 n 的个位是7, 则 $n + 218$ 的个位是5, 是合数;

若 n 的个位是9, 则 $n + 6$ 的个位是5, 是合数.

所以 n 的个位是5, n 也是5.

挑战2

1-9这9个数字组成若干个质数, 每个数字恰好用一次, 最多能组成 个质数.

答案 6

解析



4, 6, 8, 9都是合数, 其中4、6、8不可能放在个位, 而9可能在个位, 经尝试89恰好是一个质数; 1本身不是质数, 所以放在两位数的个位, 可以是41; 其他分别为67, 2, 3, 5. (不唯一)

补充

1 用0~9这10个数字组成若干个合数, 每个数字都恰好用一次, 那么这些合数之和的最小值是_____.

答案 99

解析 根据题意, 这些合数之和要尽量的小, 首先要选择这些合数中是本身是合数的, 有4、6、8、9, 还剩下0、1、2、3、5、7这六个数构成两位数为合数, 让十位上的数尽量的小, 则为1、2、3, 个位上的数有0、5、7, 根据题意, 10、27、35或15、27、30均为合数, 所以合数的最小值为: $4 + 6 + 8 + 9 + 10 + 27 + 35 = 99$.

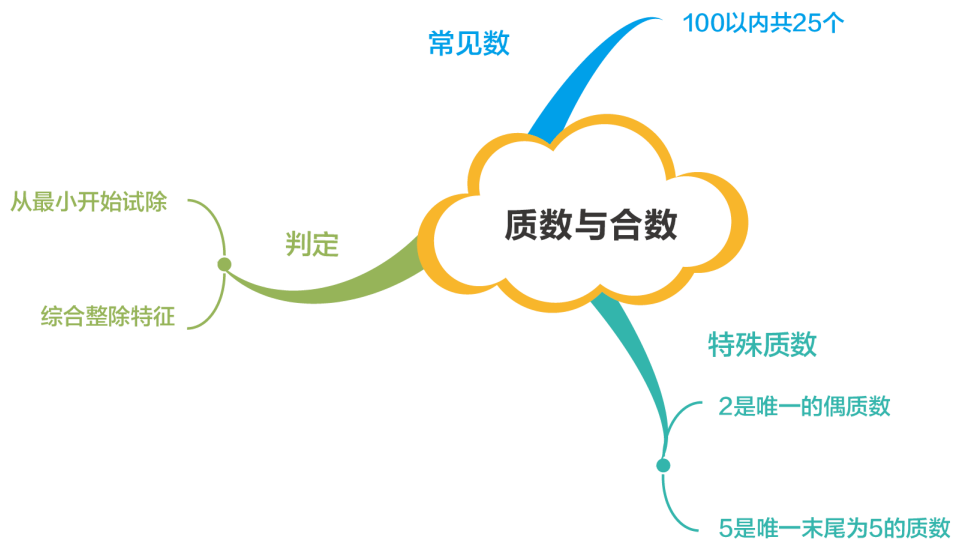
2 用0~9这10个数字组成若干个质数, 每个数字都恰好用一次, 这些质数的和最小是_____.

答案 567

解析 $2 + 3 + 5 + 67 + 89 + 401 = 567$.



思维导图



我是小讲师

请给你的爸爸妈妈讲一讲，100以内有多少个质数，说说你是怎么找到的。

答案 25个

解析 可以用筛选法。

生活应用

生活中有哪些质数？请你仔细观察，并把它们记录下来！



本讲巩固

1 在59, 77, 91, 111, 313, 649这六个数中, 质数有 _____ 个.

答案 2

解析 $77 = 7 \times 11$, $91 = 7 \times 13$, $111 = 3 \times 37$, $649 = 11 \times 59$, 所以质数有59, 313, 共2个.
故答案为: 2.

2 a, b, c 均为质数, 且 $a + b = 33$, $b + c = 44$, 那么 $a \times c =$ _____ .

答案 26

解析 33是奇数, 奇数等于偶数+奇数; 44是偶数, 偶数等于奇数+奇数或者偶数+偶数, 质数中只有2是偶数, 所以是奇数+奇数; 所以 a, b, c 分别是偶数、奇数、奇数, $a = 2$,
 $b = 33 - 2 = 31$, $c = 44 - 31 = 13$, $a \times c = 2 \times 13 = 26$.



3 如果 a, b 均为质数, 且 $3a + 7b = 41$, 则 $a + b =$ _____ .

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

答案 B

解析 由奇偶性可知 a, b 中必有2, 若 $a = 2$, 则 $b = 5$, $a + b = 7$; 若 $b = 2$, 则 $a = 9$, 9不是质数, 不合题意.

基础过关

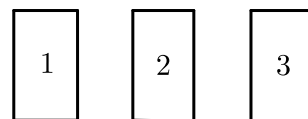
1 在121~131这十一个数中, 质数有多少个?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

答案 C

解析 质数只有2个: 127、131.

2 如图所示, 有三张卡片, 在它们上面各写有一个数字. 从中抽出一张、两张、三张, 按任意次序排起来, 可以得到不同的一位数、两位数、三位数. 请你将其中的质数都写出来.



答案 2, 3, 13, 23, 31.

解析 因为三张卡片上的数字和为6, 能被3整除, 所以用这三个数字任意排成的三位数都能被3整除, 因此不可能是质数. 再看两张卡片的情形. 因为 $1 + 2 = 3$, 根据同样的道理, 用1、2组成的两位数也能被3整除, 因此也不是质数. 这样剩下要讨论的两位数只有13, 31, 23, 32这四个了, 其中13, 31和23都是质数, 而32不是质数. 最后, 一位数有三个: 1, 2, 3. 1不是



质数，2和3都是质数。所以，本题中的质数共有五个：2，3，13，23，31。

3 两个不同的质数之和为45，较大的质数是_____。

答案 43

解析 两数之和为奇数，说明这两个数一个是奇数，一个是偶数。因为质数中唯一的偶数是2，则其中一个数必为2，另一个质数则为43。

4 若 $A + B = 25$ ，且 A 、 B 是质数，则是 $A \times B =$ _____。

答案 46

解析 两数之和为奇数，说明这两个数一个是奇数，一个是偶数。因为质数中唯一的偶数是2，则其中一个数必为2，另一个质数则为23，所以两数的乘积是46。

能力提升

1 A ， B ， C 为3个小于20的质数， $A + B + C = 30$ ，则这三个质数分别是_____、_____、_____。（按从小到大的顺序填写）

答案 1:2

2:11

3:17

解析 简单奇偶分析，容易知道 A ， B ， C 中一定有一个数为2，分析得出另外两个数只能为11，17。

2 某质数加6和减6得到的数都是质数，在50以内你能找出几个这样的质数？把它们写出来。



答案 六个，分别是11，13，17，23，37，47。

解析 根据质数的定义，使用枚举法找到六个这样的数，分别是11，13，17，23，37，47。

3 王老师家的门牌号是一个六位数。

第一位数：既是偶数又是质数。

第二位数：是最小自然数。

第三位数：是4的倍数，又是4的因数。

第四位数：既是2的倍数又是3的倍数。

第五位数：既是奇数又是合数。

第六位数：既是质数，又是奇数，并且是12的因数，你知道王老师家的门牌号吗？

答案 王老师的门牌号是：204693

解析 根据每一位数进行逐个分析即可得出答案。

创新挑战

将50分拆成10个质数的和，要求其中最大的质数尽可能大，则这个最大的质数是 _____。

答案 31

解析 若要求最大的质数尽可能大，则其余9个质数应尽可能小，最佳的方案是9个2，但是此时剩余的数为32，不是质数，所以退而求其次，8个2，1个3，那么第10个数为31。



第5讲 分解质因数 B版

预习

课前热身

1 () 不是质数，也不是合数。

A. 只有1

B. 只有0

C. 0, 1

D. 0, 1, 2

答案 C

解析 0, 1不是质数也不是合数，2是质数。

故选C。

2 下列选项正确的是 ()。

A. 任何一个自然数，不是质数就是合数

B. 偶数都是合数，奇数都是质数

C. 两个质数的积一定不是质数

D. 1是最小的自然数，也是最小的质数

答案 C

解析 A. 0和1既不是质数也不是合数，故A错误；

B. 2是偶数质，故B错误；

D. 1不是质数。故D错误。

故选C。

3 下列说法中正确的是 ()。

A. 任意两个整数的积一定是合数

B. 两个质数的积一定是合数



C. 任意两个自然数的积一定是合数

D. 两个奇数的积一定是合数

答案 B

解析 一个数，如果除了1和它本身还有别的因数，这样的数叫做合数，所以两个质数的积一定是合数。

知识GPS

本讲内容（抽象概括能力）

分解质因数方法与应用；末尾0的个数

前铺知识

质数与合数

后续知识

最大公因数与最小公倍数

课内衔接：因数与倍数

教学目标

掌握利用短除法和逐步分拆法分解质因数

学会利用分解质因数解决与乘积相关的问题

学会求乘积末尾零的个数

教学重点

利用短除法和逐步分拆法分解质因数

教学难点

较大数（或算式）的分解质因数

板书设计



一、分解质因数

- ①定义：将合数拆成若干质数相乘
- ②标准形式：乘方
- ③方法：逐步分拆；短除

二、分解质因数的应用

- ①已知乘积求因数；
- ②乘积末尾0的个数：
 - 1.与质因数2、5的次数有关
 - 2.取决于次数较少的那个

教学说明

模块一：分解质因数

【探索】枚举拆数引出分解质因数的概念

【例1】短除法分解质因数

【例2】拆数法分解质因数

【例3】多数相乘分解质因数

模块二：分解质因数的应用

【例4】已知乘积求因数

【例5】已知乘积求因数

【挑战1】已知乘积求因数

【挑战2】末尾连续0的个数

追本溯源

小朋友们，你们听过“庖丁解牛”这个成语吗？

【参考话术】小朋友们，庖丁解牛这个成语出自《庄子》，它讲的故事是，从前有一个叫“丁”的厨师，他来为梁惠王解刨整个一只牛，丁几刀下去，干净利索，噉哩喀喳，就把整个一只牛拆解完毕。非常细致，精准。那为什么丁解刨整个牛会这么快呢？究其原因，是因为丁熟能生巧，他已经对牛的结构了如指掌。所以，这个成语后来比喻掌握了事物的



客观规律，做事得心应手，运用自如。

那么在数学领域当中，有没有庖丁解牛的操作呢？我们今天就来学一学数学当中的庖丁解牛吧！

课内衔接

人教版五下 第4单元 分数的意义和性质 P56

分解质因数

◎ 你知道吗？

每个合数都可以由几个质数相乘得到。例如： $4=2\times 2$ ， $15=3\times 5$ ……

$$30=2\times 3\times 5$$

2	30
3	15
	5

这种方法叫做短除法。

其中每个质数都是这个合数的因数，叫做这个合数的质因数。

模块1 分解质因数

知识剖析

因倍：如果整数 a 除以整数 b 得到整数 c ，并且没有余数，我们就称 b 是 a 的因数， a 是 b 的倍数。

质因数：若整数 b 是整数 a 的因数，并且 b 是质数，那么我们就称 b 是 a 的质因数。

分解质因数：把一个合数用质因数相乘的形式表示出来，叫做分解质因数。

唯一分解定理：任何一个大于1的自然数 N 都可以写成质数的连乘积，即：

$$N = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times p_3^{a_3} \times \cdots \times p_k^{a_k}$$

其中 p_i 为质数， a_i 为非零自然数，并且这种表示是唯一的。该式称为 N 的质因数分解式。

探索

回答下列各题。

(a) 你能将60拆成两个大于1的自然数相乘吗？(写出你想到的第一种拆法)

$$60 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

(b) 你能将60拆成三个大于1的自然数相乘吗？(写出你想到的第一种拆法)



$$60 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

(c) 60最多能拆成几个大于1的自然数相乘？请写出你的拆法。

$$60 = \underline{\hspace{2cm}}$$

答案 (a) 略；(b) 略；(c) 4个， $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

解析 (a) 略；(b) 略；(c) 4个， $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

【教学提示】下图截自 人教版五下 第4单元 分数的意义和性质 P56，讲分数的基本性质之前出现的一个小模块，供老师参考。

分解质因数 ◎ 你知道吗? ◎

每个合数都可以由几个质数相乘得到。例如： $4=2 \times 2$ ， $15=3 \times 5$ ， $30=2 \times 3 \times 5 \dots\dots$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 0 \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{15} \\ 0 \\ 5 \end{array}$$

这种方法叫做短除法。

其中每个质数都是这个合数的因数，叫做这个合数的质因数。

例题1

将下列各组数分解质因数：

- (1) 24
- (2) 50
- (3) 72
- (4) 111
- (5) 1001
- (6) 2020

答案 (1) $2^3 \times 3$.

(2) 2×5^2 .

(3) $2^3 \times 3^2$.



(4) 3×37 .

(5) $7 \times 11 \times 13$.

(6) $2020 = 2^2 \times 5 \times 101$.

解析

(1) $24 = 2^3 \times 3$.

故答案为： $2^3 \times 3$.

(2) $50 = 2 \times 5^2$.

故答案为： 2×5^2 .

(3) $72 = 2^3 \times 3^2$.

故答案为： $2^3 \times 3^2$.

(4) $111 = 3 \times 37$.

故答案为： 3×37 .

(5) $1001 = 7 \times 11 \times 13$.

故答案为： $7 \times 11 \times 13$.

(6) $2020 = 2^2 \times 5 \times 101$.

故答案为： $2^2 \times 5 \times 101$.

例题2

将下列各组数分解质因数：

(1) 450

(2) 999

(3) 45045

(4) 123123

答案

(1) $2 \times 3^2 \times 5^2$.

(2) $3^3 \times 37$.

(3) $3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$.

(4) $3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 41$.

解析

(1) $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$.



故答案为： $2 \times 3^2 \times 5^2$.

(2) $999 = 3^3 \times 37$.

故答案为： $3^3 \times 37$.

(3) $45045 = 45 \times 1001 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$.

故答案为： $3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$.

(4) $123123 = 123 \times 1001 = (3 \times 41) \times (7 \times 11 \times 13) = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 41$.

故答案为： $3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 41$.

【教学提示】(1) 本题为逐步拆分法，先将一个数拆成两个数相乘，再将不是质数的部分继续拆分，直到每个数均为质数。短除法和逐步分拆法两种方法各有利弊，可引导孩子进行思考并总结。

如果一个较大数比较容易拆成两个较小数的乘积，则适合用逐步拆分法，如椅子数、末尾为0的数；

如果一个较大数不容易拆成两个较小数的乘积，则适合用短除法。

(2) 999是111的9倍，适合用逐步拆分法；45045、123123是椅子数，适合用逐步拆分法。

(3) 孩子要熟记一些特殊数的分解质因数，例如 $111 = 3 \times 37$ ， $1001 = 7 \times 11 \times 13$ ，椅子数以及年份。

补充：

常见年份分解质因数： $2001 = 3 \times 23 \times 29$ ， $2007 = 3^2 \times 223$ ， $2008 = 2^3 \times 251$ ， $2009 = 7^2 \times 41$ ，

$2010 = 2 \times 3 \times 5 \times 67$ ， $2012 = 2^2 \times 503$ ， $2013 = 3 \times 11 \times 61$ ， $2014 = 2 \times 19 \times 53$ ，

$2015 = 5 \times 13 \times 31$ ， $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ ， $2018 = 2 \times 1009$ ， $2019 = 3 \times 673$ ， $2020 = 2^2 \times 5 \times 101$ ，

$2021 = 43 \times 47$ ， $2022 = 2 \times 3 \times 337$ ， $2024 = 2^3 \times 11 \times 23$

随堂练1

请把下面的数分解质因数：

(1) 360

(2) 539

(3) 373

(4) 12660



- 答案**
- (1) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
 - (2) $539 = 7^2 \times 11$
 - (3) 373是质数
 - (4) $12660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 211$

- 解析**
- (1) $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.
 - (2) $539 = 7^2 \times 11$.
 - (3) 373是质数 .
 - (4) $12660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 211$.

捉虫时刻

将570分解质因数 .

马马虎的做法如下，请你帮他挑挑错吧！

解： $570 = 2 \times 5 \times 57$.

答案 $570 = 2 \times 3 \times 5 \times 19$

解析 57还可继续拆分， $570 = 2 \times 3 \times 5 \times 19$.

例题3

请将下列各式分解质因数并写成标准形式：

- (1) 35×45
- (2) 32×102
- (3) $18 \times 25 \times 28$
- (4) $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

- 答案**
- (1) $3^2 \times 5^2 \times 7$.
 - (2) $2^6 \times 3 \times 17$.
 - (3) $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.



(4) $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$.

解析

(1) $35 \times 45 = 3^2 \times 5^2 \times 7$.

故答案为： $3^2 \times 5^2 \times 7$.

(2) $32 \times 102 = 2^6 \times 3 \times 17$.

故答案为： $2^6 \times 3 \times 17$.

(3) $18 \times 25 \times 28 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.


故答案为： $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

(4) 方法一：对1~10每个因数分解质因数，再合并；

方法二：考虑10以下有2、3、5、7四个质数，所以10!含有4个质因数，再分别计算每个质因数的次数即可 .

故答案为： $2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$.

【教学提示】千万不要算出乘积再分解

 课堂互动 (pk对战)

1 分解质因数

124

A. $2^2 \times 31$

B. $2^3 \times 31$

C. 4×31

D. 8×31

答案 A

解析 A

2 把130分解质因数，正确的是 () .

A. $2 \times 5 \times 13 = 130$

B. $130 = 2 \times 5 \times 13 \times 1$

C. $130 = 2 \times 5 \times 13$

D. $1 \times 2 \times 5 \times 13 = 130$

答案 C



解析 分解质因数就是把一个合数写成几个质因数相乘的形式，一般先从简单的质数试着分解。
故选C。

3 将900分解质因数并写成标准式：()。

A. $2^2 \times 3^3 \times 5$

B. $2^3 \times 3^2 \times 5$

C. $2^3 \times 3 \times 5^2$

D. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

答案 D

解析 D

4 将 50×12 分解质因数并写成标准形式应该为()。

A. $50 \times 12 = 2 \times 3 \times 5$

B. $50 \times 12 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

C. $50 \times 12 = 2^2 \times 3 \times 10$

D. $50 \times 12 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

答案 D

解析 将50, 12分别分解质因数, $50 = 2 \times 5^2$, $12 = 2^2 \times 3$, 所以 $50 \times 12 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 。

随堂练2

请将下列各式分解质因数并写成标准形式：

(1) 1001×105

(2) 111×143

(3) $32 \times 27 \times 18$

答案 (1) $3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

(2) $3 \times 11 \times 13 \times 37$



(3) $2^6 \times 3^5$

解析 (1) $3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

(2) $3 \times 11 \times 13 \times 37$

(3) $2^6 \times 3^5$

随堂练3

请将下列各式分解质因数并写成标准形式

(1) 10×8

(2) 12×30

(3) 78×39

(4) $15 \times 20 \times 22$

答案 (1) $2^4 \times 5$.

(2) $2^3 \times 3^2 \times 5$.

(3) $2 \times 3^2 \times 13^2$.

(4) $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$.

解析 (1) $10 \times 8 = 2^4 \times 5$.

故答案为： $2^4 \times 5$.

(2) $12 \times 30 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

故答案为： $2^3 \times 3^2 \times 5$.

(3) $78 \times 39 = 2 \times 3^2 \times 13^2$.

故答案为： $2 \times 3^2 \times 13^2$.

(4) $15 \times 20 \times 22 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$.

故答案为： $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$.

模块2 分解质因数的应用

铺垫1



三个连续自然数的乘积是210，求这三个数是多少？

答案 5, 6, 7.

解析 210分解质因数： $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ，可知这三个数是5、6和7.

例题4

三个连续自然数的乘积是504，那么这三个连续自然数分别是多少？

答案 7、8、9.

解析 $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7 = 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) = 7 \times 8 \times 9$ ，
故答案为：7, 8, 9.

随堂练4

四个连续自然数的乘积是840，求这四个自然数是多少？

答案 4, 5, 6, 7.

解析 840分解质因数： $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7$ ，可知这四个自然数是4, 5, 6, 7.
故答案为：4, 5, 6, 7.

例题5

回答下列问题：

(1) 六个连续奇数的乘积为135135，那么这六个数的和是 _____ .

(2) 两个连续奇数的乘积是111555，这两个奇数之和是 _____ .



答案 (1) 48

(2) 668

解析 (1) $135135 = 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times 13$. 这6个数的和是48 .

故答案为：48 .

(2) 111555分解质因数： $111555 = 3 \times 3 \times 5 \times 37 \times 67 = (3 \times 3 \times 37) \times (5 \times 67) = 333 \times 335$,

所以和为668 .

故答案为：668 .

挑战1

已知大牛，二牛，三牛和小牛都属牛，他们年龄的乘积是12025，那么他们的年龄的和为_____ .

答案 76

解析 $12025 = 5^2 \times 13 \times 37 = 1 \times 13 \times 25 \times 37$, 所以他们的年龄和为 $1 + 13 + 25 + 37 = 76$.

铺垫2

1 150×60 的积的末尾有()个0 .

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

答案 A

解析 选A.

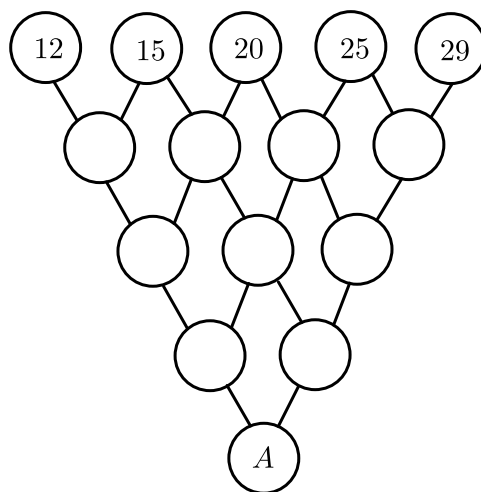
2 算式 $715 \times 644 \times 475 \times 285 \times 221$ 的末尾有_____个连续的0 .

答案 2

解析 对乘数进行分解质因数： $715 = 5 \times 11 \times 13$ ， $644 = 2 \times 2 \times 7 \times 23$ ， $475 = 5 \times 5 \times 19$ ， $285 = 5 \times 57$ ， 221 显然不包含质因数2和5，可以不做考虑。质因数5的个数为4，质因数2的个数为2，所以末尾连续0的个数是2。

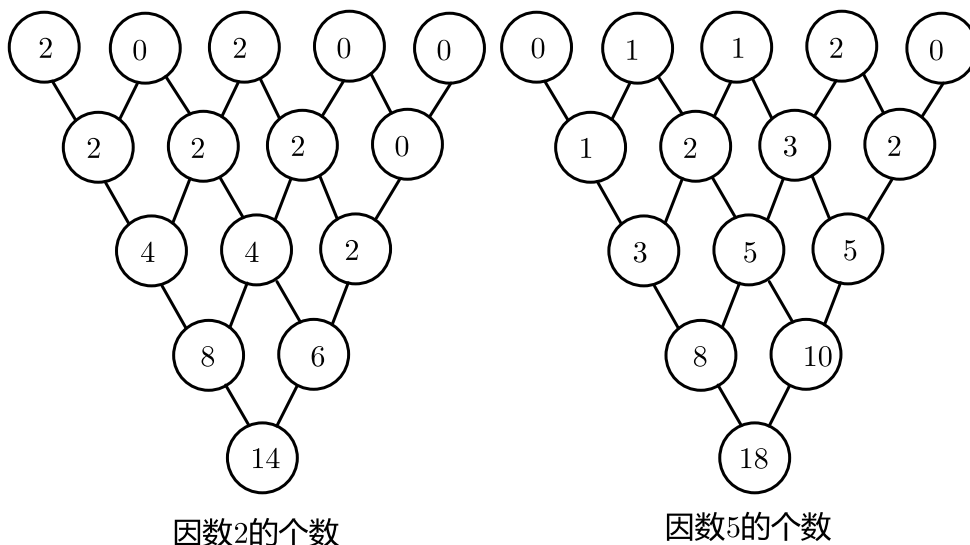
挑战2

下图中最上排有五个数，将相邻两个数的乘积写在它们之间下方的圈内。第二排的四个数填完后，再依次填第三、四、五排，第五排中的数A的末尾共有多少个0？



答案 14。

解析 分别计算2和5的个数，由图可知A中含有14个因数2，18个因数5，所以末尾有14个0。



随堂练5



$25 \times 48 \times 15 \times 135 \times 64$ 的末尾有 _____ 个连续的零 .

答案 4

解析 $25 \times 48 \times 15 \times 135 \times 64 = 2^{10} \times 3^5 \times 5^4$, 末尾0的个数由质因数2和5的指数较低者决定, 故有4个 .

补充

1 三个自然数的乘积是13986, 那么这三个数之和的最小可能值是多少?

答案 76 .

解析 $13986 = 2 \times 3^3 \times 7 \times 37 = 37 \times 21 \times 18$, $37 + 21 + 18 = 76$.
故答案为 : 76 .

2 算式 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 789$ 的计算结果的末尾有 _____ 个连续的零 .

答案 195

解析 $[789 \div 5] = 157$, $[157 \div 5] = 31$, $[31 \div 5] = 6$, $[6 \div 5] = 1$, $157 + 31 + 6 + 1 = 195$.

3 已知算式 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ 的计算结果末尾恰好有38个连续的零, 那么n的最小值是多少? 最大值是多少?

答案 最小值是155, 最大值是159 .

解析 算式 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 150$ 的计算结果末尾恰好有 $150 \div 5 = 30$, $30 \div 5 = 6$, $[6 \div 5] = 1$,
 $30 + 6 + 1 = 37$ 个连续的零 .
则n的最小值是155, 最大值是159 .



4 把12、30、35、42、49、75分成两组，使每组中三个数的乘积相等，那么写出六个数的分组情况。

答案 12、49、75为一组，35、30、42为一组。

解析 把这6个数分解质因数，然后再根据质因数的情况分组：

$$12 = 2^2 \times 3, 30 = 2 \times 3 \times 5, 35 = 5 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7, 49 = 7^2, 75 = 3 \times 5^2,$$

所以12、49、75为一组，35、30、42为一组。

5 请将2, 5, 14, 24, 27, 55, 56, 99这8个数分成两组，使得这两组数的乘积相等。

答案 第一组27, 55, 56, 2；第二组5, 14, 24, 99

解析 要使所分的两组的乘积相等，就要使得两组的乘积的质因数完全一样，将它们分解质因数有

$$2 = 2; 5 = 5; 14 = 2 \times 7; 24 = 2^3 \times 3; 27 = 3^3; 55 = 5 \times 11; 56 = 2^3 \times 7; 99 = 3^2 \times 11.$$

现在要将其分为两组，假设为第一组与第二组。

如若27在第一组，则24与99均应在第二组；

从质因数11可以看出，55应在第一组。

从质因数5可以看出，5应在第二组；

现在第一组有：27、55；第二组有：5、24与99；

从质因数2可以看出，56应在第一组；

从质因数7可以看出，14应在第二组，则2应在第一组。

所以第一组有数：27、55、56、2；第二组有数：5、14、24与99。

6 在射箭运动中，每射一箭得到的环数或者是“0”（脱靶），或者是不超过10的自然数。甲、乙两名运动员各射了5箭，每人5箭得到的环数的积都是1764，但是甲的总环数比乙少4环。求甲、乙的总环数各是多少？

答案 甲的总环数为24，乙的总环数为28。



解析 方法一： $1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 = 2 \times (2 \times 3) \times 3 \times 7 \times 7$ ，和是25；

$1764 = (2 \times 2) \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$ ，和是24；

$1764 = 2 \times 2 \times (3 \times 3) \times 7 \times 7$ ，和是27； $1764 = 1 \times (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 7 \times 7$ ，和是28；

$1764 = 1 \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times 7 \times 7$ ，和是27；

$28 - 24 = 4$ ，所以甲是24环，乙是28环。

方法二：应对应为5个小于10的自然数乘积，通常会考虑将1764的6个质因数组合为5个因数，从而这5个因数一定都是大于1的，于是得到了如下几种分解情况

$1764 = 3 \times 3 \times 4 \times 7 \times 7 = 2 \times 3 \times 6 \times 7 \times 7 = 2 \times 2 \times 9 \times 7 \times 7$ 但是发现其中任何两组的和的差均不是4。原因是我们忽略了在题目叙述实际环境中还会有1环存在，从而要考虑含有因数1

的另外2种情况 $1764 = 1 \times 6 \times 6 \times 7 \times 7 = 1 \times 4 \times 9 \times 7 \times 7$ 。所以总的情况对应的和依次为

$3 + 3 + 4 + 7 + 7 = 24$ ， $2 + 3 + 6 + 7 + 7 = 25$ ， $2 + 2 + 9 + 7 + 7 = 27$ ，

$1 + 6 + 6 + 7 + 7 = 27$ ， $1 + 4 + 9 + 7 + 7 = 28$ ，对应的和中只有24，28相差4，所以甲的5箭环数为4、3、3、7、7，乙的5箭环数为1、4、9、7、7。所以甲的总环数为24，乙的总环数为28

故答案为：甲的总环数为24，乙的总环数为28。

7 甲、乙、丙、丁四人打靶，每人打三枪。四人各自中靶的环数之积都是60，且环数是不超过10的自然数。把四个人按个人总环数由高到低排列，依次是甲、乙、丙、丁。那么靶子上4环的那一枪是 _____ 打的。

答案 丁

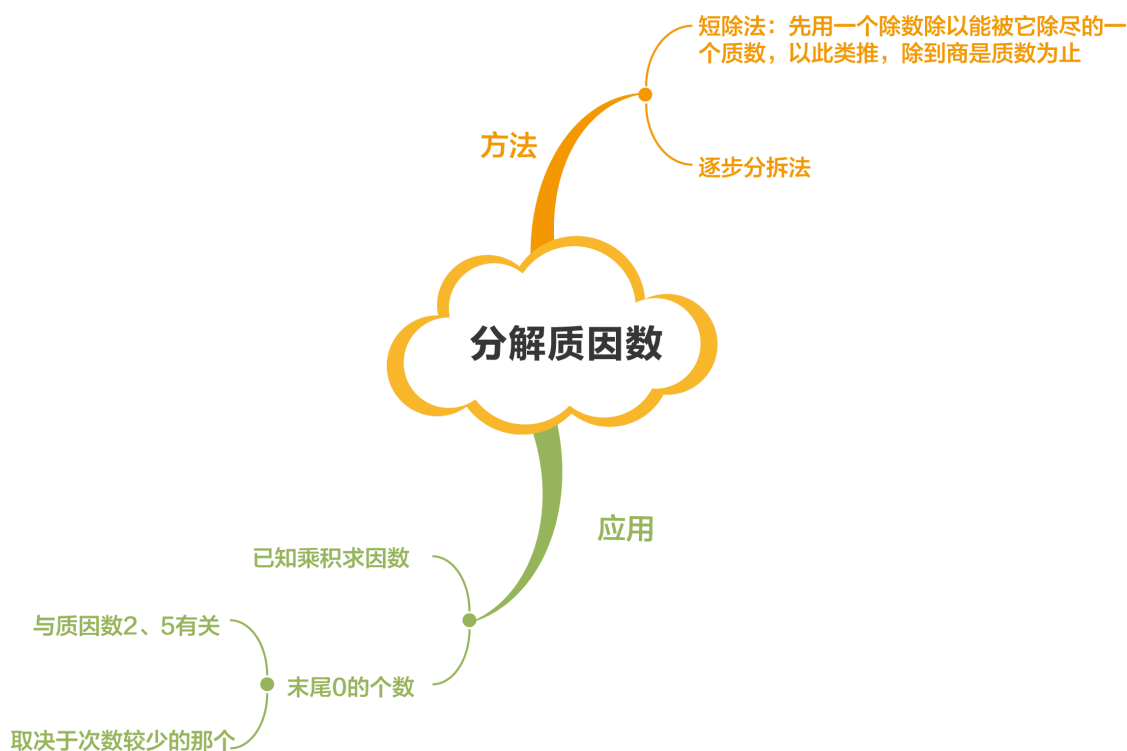
解析 $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ ，故4人的环数可能是 $4 + 3 + 5 = 12$ ， $2 + 6 + 5 = 13$ ， $2 + 3 + 10 = 15$ ，

$1 + 6 + 10 = 17$ ，可见4环是丁打的。

故答案为：丁。



思维导图



我是小讲师

小朋友们，我们今天学习的分解质因数是非常重要的知识点哦！

请用你今天课上所学的方法，把210分解质因数并且写成标准式的形式，边写边讲给你的爸爸妈妈听。

答案 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

解析 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

生活应用

在生活中，随着互联网的广泛使用，加密和破译密码的重要性变得越来越强。在当今使用最多的一个加密算法叫做RSA算法，它的原理比较复杂。RSA算法加密的密码之所以难以被破解，主要是因为分拆数这个操作，对于计算机来说非常困难，计算时间非常长。而现在生活中，有一种接近RSA原理的简化方法，我们称之为学而思法，其原理如下。



- (1) 选取两个不可拆分的数 p 和 q , 然后计算其乘积 $n = pq$;
- (2) 计算 : $m = (p - 1) \times (q - 1)$;
- (3) 选取 m 的一个因数 d , 计算 $e = \frac{m}{d}$;
- (4) 给出 n 和 d , 如果输入正确的密码 e , 那么就算破解了密码 .

那么 , 现在有一份资料 , 已经给出 $n = 143$, $d = 5$, 那么聪明的小朋友能够计算出对应的密码 e 是多少吗 ?

答案 24 .

解析 $143 = 11 \times 13$, 所以 $m = 10 \times 12 = 120$, 所以 $e = \frac{120}{5} = 24$.

本讲巩固

1 把1221分解质因数正确的是() .

- | | |
|-----------------------------------|--|
| A. $1221 = 3 \times 11 \times 37$ | B. $1221 = 1 \times 3 \times 11 \times 37$ |
| C. $1221 = 33 \times 37$ | D. $1221 = 11 \times 111$ |

答案 A

解析 $1221 = 3 \times 11 \times 37$. 所以答案选择A.

2 分解质因数 : 28×36 . 下列选项中正确的是() .

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| A. $2^3 \times 3^2 \times 7$ | B. $2^4 \times 3^2 \times 5$ |
|------------------------------|------------------------------|



C. $2^2 \times 3^2 \times 11$

D. $2^4 \times 3^2 \times 7$

答案 D

解析 $28 \times 36 = 2^2 \times 7 \times 2^2 \times 3^2 = 2^4 \times 3^2 \times 7$.

故选D .

3 在一次环保知识竞赛中取得前四名的方方、圆圆、宝宝、贝贝年龄依次相差一岁，而且他们年龄的乘积是11880，则他们的年龄分别是 _____ 岁、 _____ 岁、 _____ 岁、 _____ 岁 . (从小到大)

答案 1:9

2:10

3:11

4:12

解析 $11880 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 = 9 \times 10 \times 11 \times 12$,

所以这四位同学的年龄分别是9岁、10岁、11岁、12岁 .

基础过关

1 将下列各组数分解质因数：

(1) 30

(2) 56

(3) 84

(4) 490

(5) 525

(6) 666

(7) 5005



(8) 32032

答案

(1) $2 \times 3 \times 5$.

(2) $2^3 \times 7$.

(3) $2^2 \times 3 \times 7$.

(4) $2 \times 5 \times 7^2$.

(5) $3 \times 5^2 \times 7$.

(6) $2 \times 3^2 \times 37$.

(7) $5 \times 7 \times 11 \times 13$.

(8) $2^5 \times 7 \times 11 \times 13$.

解析

(1) $30 = 2 \times 3 \times 5$.

故答案为： $2 \times 3 \times 5$.

(2) $56 = 2^3 \times 7$.

故答案为： $2^3 \times 7$.

(3) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.

故答案为： $2^2 \times 3 \times 7$.

(4) $490 = 2 \times 5 \times 7^2$.

故答案为： $2 \times 5 \times 7^2$.

(5) $525 = 3 \times 5^2 \times 7$.

故答案为： $3 \times 5^2 \times 7$.

(6) $666 = 2 \times 3^2 \times 37$.

故答案为： $2 \times 3^2 \times 37$.

(7) $5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$.

故答案为： $5 \times 7 \times 11 \times 13$.

(8) $32032 = 2^5 \times 7 \times 11 \times 13$.

故答案为： $2^5 \times 7 \times 11 \times 13$.

2 分解质因数：

(1) 28×36



(2) 42×54

(3) $22 \times 35 \times 36$

答案 (1) $2^4 \times 3^2 \times 7$.

(2) $2^2 \times 3^4 \times 7$.

(3) $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$.

解析 (1) $28 \times 36 = 2^2 \times 7 \times 2^2 \times 3^2 = 2^4 \times 3^2 \times 7$.

故答案为： $2^4 \times 3^2 \times 7$.

(2) $42 \times 54 = 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^4 \times 7$.

故答案为： $2^2 \times 3^4 \times 7$.

(3) $22 \times 35 \times 36 = 2 \times 11 \times 5 \times 7 \times 2^2 \times 3^2 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$.

故答案为： $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$.

3 将下列各数分解质因数。(质因数按从小到大填写)

(1) $264 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

(2) $323 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

(3) $5292 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

(4) $6669 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

(5) $36 \times 42 \times 213 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

(6) $78 \times 12 \times 39 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$

答案 (1) $1:2^3$

$2:3$

$3:11$

(2) $1:17$

$2:19$

(3) $1:2^2$

$2:3^3$

$3:7^2$



(4) $1:3^3$

$2:13$

$3:19$

(5) $1:2^3$

$2:3^4$

$3:7$

$4:71$

(6) $1:2^3$

$2:3^3$

$3:13^2$

解析

(1) $264 = 2^3 \times 3 \times 11$

(2) $323 = 17 \times 19$

(3) $5292 = 2^2 \times 3^3 \times 7^2$

(4) $6669 = 3^3 \times 13 \times 19$

(5) $36 \times 42 \times 213 = 2^3 \times 3^4 \times 7 \times 71$

(6) $78 \times 12 \times 39 = 2^3 \times 3^3 \times 13^2$

4

1125和124的乘积的末尾有 _____ 个连续的0 .

答案

2

解析

末尾有几个0取决于因数中2和5的个数，且谁少算谁。1125中有0个因数2，3个5；124中有2个因数2，0个5。因此共有2个2，3个5。最终末尾有2个0。

能力提升

1

三个连续自然数的乘积等于720。这三个连续自然数的和等于 _____。

答案



27

解析 $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ ，故这三个数是8，9，10，和为27。

2 植树节，刚刚、强强、壮壮分别种下了柳树，银杏和梧桐若干棵，已知他们种树的棵数是连续偶数，它们的乘积是1680，则三人共种了 _____ 棵树。

答案 36

解析 1680分解质因数： $1680 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ ，那么必然有一个数是7或者是7的倍数；

分析发现， $10 = 2 \times 5$ ， $12 = 2^2 \times 3$ ， $14 = 2 \times 7$ ，

因此这三个数分别是10，12，14。

三人共种了36棵树。

3 四个连续偶数的乘积是48384，这四个连续偶数的和是 _____。

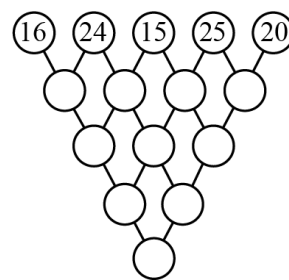
答案 60

解析 $48384 = 2^8 \times 3^3 \times 7 = 12 \times 14 \times 16 \times 18$ ，

所以这四个连续偶数的和是 $12 + 14 + 16 + 18 = 60$ 。

创新挑战

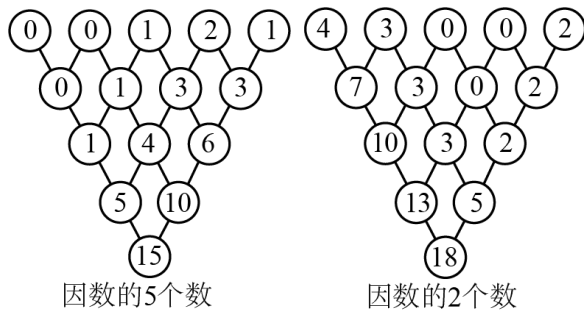
已知五个数依次是16，24，15，25，20，它们每相邻的两个数相乘得四个数，这四个数每相邻的两个数相乘得三个数，这三个数每相邻的两个数相乘得两个数，这两个数相乘得一个数。请问最后这个数从个位起向左数，可以连续地数到几个0。



答案 15

解析 几个整数的乘积，如果要确定它后面有几个0，可以用这样的方法：把每个乘数分解质因数，把分解质因数中的2的重数加起来，5的重数也加起来，看哪一个小，哪一个就是乘积尾部0的个数。

我们可以分别计算质因数2和5的重数。为此我们画了两个图。



由图可知最后乘积中含有12个因数2，15个因数5，所以末尾有15个0。



第6讲 公因数与公倍数 B版

预习

课前热身

1 $a = 5 \times 13$, $b = 2 \times 3 \times 13$, a 与 b 的最大公因数是 () .

A. 5

B. 6

C. 13

答案 C

解析 $a = 5 \times 13$, $b = 2 \times 3 \times 13$ 中只有一个公因数13, 所以 $(a, b) = 13$.

故选C.

2 将350分解质因数, 并写成标准式的形式, 下列写法正确的是 _____ .

A. $2 \times 5 \times 5 \times 7$

B. $2 \times 7 \times 5^2$

C. $2 \times 5^2 \times 7$

答案 C

解析 $350 = 35 \times 10 = 5 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 5^2 \times 7$, 标准式是质数从小到大, 写成幂的形式.

3 2015分解质因数是 () .

A. $3 \times 5 \times 101$

B. $5 \times 13 \times 37$

C. $5 \times 13 \times 31$

D. $3 \times 31 \times 37$

答案 C

解析 利用短除法或分解质因数法均可



知识GPS

本讲内容（抽象概括能力）

最大公因数及其应用、最小公倍数及其应用

前铺知识

分解质因数

后续知识

完全平方数

课内衔接：因数与倍数

教学目标

理解因数与倍数的概念

掌握最大公因数和最小公倍数的计算

了解最大公因数和最小公倍数的应用

教学重点

最大公因数和最小公倍数的计算与应用

教学难点

最大公因数和最小公倍数的应用

板书设计

一、定义

1. 因数与倍数： $a \div b = c$ （均为正整数） $\begin{cases} a \text{ 是 } b \text{ 的倍数} \\ b \text{ 是 } a \text{ 的因数} \end{cases}$

枚举所有因数：成对枚举



2.最大公因数：几个数公有的因数为公因数，其中最大的一个为最大公因数，如 $(8, 12) = 4$

互质：若 $(a, b) = 1$ ，则 a 、 b 互质。

3.最小公倍数：几个数公有的倍数为公倍数，其中最小的一个为最小公倍数，如 $[8, 12] = 24$ 。

二、性质

1.因数：两个数的任意公因数，都是最大公因数的因数，也是这两个数和、差、积的因数；

2.倍数：两个数的任意公倍数，都是最小公倍数的倍数。

三、方法

1.枚举法

2.短除法：两个数：除到商互质

3.分解质因数法：最大公因取小，最小公倍取大

四、特殊情况

1.若 A 是 B 的倍数，则 $(A, B) = B$ ， $[A, B] = A$ 。

2.若 A 、 B 互质，则 $(A, B) = 1$ ， $[A, B] = A \times B$ 。

几种互质情况：①连续自然数；②连续奇数；③两个质数；④大质小合

教学说明

模块1 公因数与公倍数的计算

【探索】枚举探究两个数的最大公因数

【例题1】短除法求两个数最大公因数、最小公倍数

【例题2】短除法求三个数的最大公因数

【例题3】短除法求三个数的最小公倍数

【例题4】分解质因数法求最大公因数、最小公倍数

模块2 公因数与公倍数的应用

【例题5】两个数最小公倍数的应用

【挑战1】三个数最大公因数的应用



【挑战2】三个数最小公倍数的应用

追本溯源

小朋友们，你们听说过“更相减损术”吗？

【参考话术】小朋友们，你们知道吗？我们这一讲即将要学习的最大公因数，这个问题可真是历史久远。早在2000多年前，西方的古希腊与东方的中国秦汉时期的数学家就对最大公因数进行了系统的研究，但风格迥异！

西方数学家研究最大公因数的目的是为了追求数学体系的内在完整与严谨，欧几里得《原本》中就详细地证明了公因数的各种性质，并证明了计算最大公因数的“辗转相除法”；而中国古代数学家在进行天文历法的计算时，涉及大量分数约分的问题，而约分的本质就是求最大公因数，中国秦汉时期的《九章算术》就是从应用的角度给出了本质相同的最大公约数的计算方法——更相减损术。

从这一点可以看出，虽然东西方处在不同的地域、不同的文化背景下，但人类对真理的追求是一致的！

更相减损术也就是辗转相除法呢，我们将会在高中的系统具体的学习。那我们今天呢，就先来看看一些简单的公因数吧！

课内链接

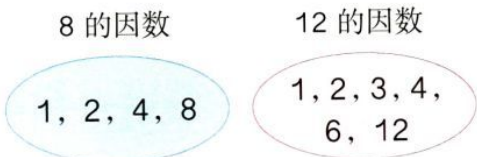


最大公因数

1 8 和 12 公有的因数是哪几个？公有的最大因数是多少？

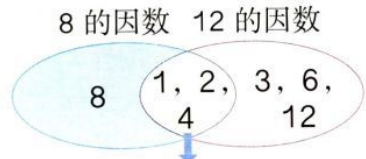


我先分别找出 8 和 12 的因数。



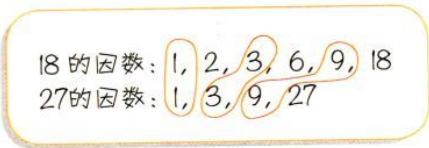
8 和 12 公有的因数是 1, 2, 4。

还可以这样表示。



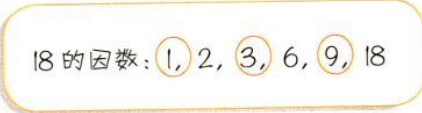
1, 2, 4 是 8 和 12 公有的因数，叫做它们的**公因数**。其中，4 是最大的公因数，叫做它们的**最大公因数**。

2 怎样求 18 和 27 的最大公因数？



它们的公因数 1, 3, 9 中，9 最大。

我是看 18 的因数中哪些是 27 的因数……



你还有其他方法吗？和同学讨论一下。



观察一下，两个数的公因数和它们的最大公因数之间有什么关系？



最小公倍数

1 4 和 6 公有的倍数是哪几个？公有的最小倍数是多少？

4 的倍数有：4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

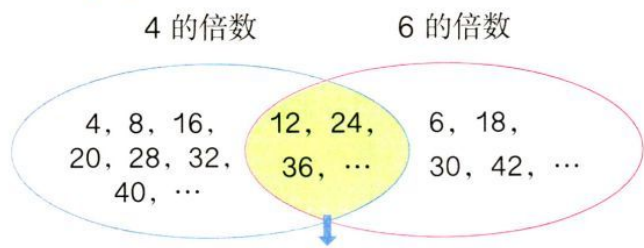
6 的倍数有：6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

4 和 6 公有的倍数有：12, 24, 36, ...

其中公有的最小倍数是 12。



还可以这样表示。



12, 24, 36, ... 是 4 和 6 公有的倍数，叫做它们的 **公倍数**。
其中，12 是最小的公倍数，叫做它们的 **最小公倍数**。

想一想：两个数有没有最大的公倍数？

模块1 公因数与公倍数的计算

知识剖析

探索

填空题。

- (1) 我知道 12 的因数有：_____。
- (2) 我知道 18 的因数有：_____。
- (3) 哈哈，从你们枚举的结果我知道了 12, 18 的公共因数是 _____。

答案 (1) 12 : 1、2、3、4、6、12
(2) 18 : 1、2、3、6、9、18



(3) 1、2、3、6

解析 (1) 12 : 1、2、3、4、6、12

(2) 18 : 1、2、3、6、9、18

(3) 1、2、3、6

例题1

用短除法求下列各组数的最大公因数和最小公倍数。

(1) 30和40，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

(2) 48和64，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

(3) 100和125，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

(4) 105和84，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

(5) 51和17，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

(6) 5和11，最大公因数是 _____，最小公倍数是 _____。

答案 (1) 1:10

2:120

(2) 1:16

2:192

(3) 1:25

2:500

(4) 1:21

2:420

(5) 1:17

2:51

(6) 1:1


2:55

解析 (1) 最大公因数是10，最小公倍数是120。

(2) 最大公因数是16，最小公倍数是192。



- (3) 最大公因数是25, 最小公倍数是500.
- (4) 最大公因数是21, 最小公倍数是420.
- (5) 最大公因数是17, 最小公倍数是51.
- (6) 最大公因数是1, 最小公倍数是55.

 课堂互动 (PK对战)

用短除法求下列各组数的最大公因数和最小公倍数.

- (1) 10和11, 最大公因数是 _____, 最小公倍数是 _____.
- (2) 45和90, 最大公因数是 _____, 最小公倍数是 _____.
- (3) 15和35, 最大公因数是 _____, 最小公倍数是 _____.

答案

(1) 1:1
2:110

(2) 1:45
2:90

(3) 1:5
2:105

解析

(1) 最大公因数是1, 最小公倍数是110.

(2) 最大公因数是45, 最小公倍数是90.

(3) 最大公因数是5, 最小公倍数是105.

例题2

计算:

$(12, 18, 24) = \underline{\quad\quad}$; $(30, 60, 40) = \underline{\quad\quad}$; $(24, 36, 90) = \underline{\quad\quad}$.

答案

1:6
2:10



3:6

解析 1、6

2、10

3、6

随堂练

计算：

$(10, 40, 60) = \underline{\quad}$; $(91, 140, 147) = \underline{\quad}$; $(180, 135, 45) = \underline{\quad}$.

答案 1:10

2:7

3:45

解析 1、10

2、7

3、45

例题3

计算：


$[25, 30, 45] = \underline{\quad}$; $[10, 12, 14] = \underline{\quad}$; $[12, 16, 24] = \underline{\quad}$.

答案 1:450

2:420

3:48

解析 利用短除法.

 课堂互动 (PK对战)



回答下列问题：

(1) 求下面每组数的最大公因数：

$$(24, 36, 60) = \underline{\quad\quad} .$$

$$(30, 45, 90) = \underline{\quad\quad} .$$

$$(120, 300, 450) = \underline{\quad\quad} .$$

(2) 求下面每组数的最小公倍数：

$$[10, 12, 15] = \underline{\quad\quad} .$$

$$[3, 6, 9] = \underline{\quad\quad} .$$

$$[8, 12, 20] = \underline{\quad\quad} .$$

答案 (1) 1:12

2:15

3:30

(2) 1:60

2:18

3:120

解析 (1) 利用短除法.

(2) 利用短除法.

例题4

已知 $A = 36$, $B = 200$, $C = 63$. 请先把 A 、 B 、 C 分解质因数, 再求下列各组数的最大公因数与最小公倍数, 结果用分解质因数形式表示:

(1) A , B .

(2) A , C .

(3) B , C .

(4) A , B , C .

答案 (1) 2^2 ; $2^3 \times 3^2 \times 5^2$.



(2) 3^2 ; $2^2 \times 3^2 \times 7$.

(3) 1 ; $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

(4) 1 ; $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

解析

(1) 最大公因数 : $(A, B) = 2^2$;

最小公倍数 : $[A, B] = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$.

(2) 最大公因数 : $(A, C) = 3^2$;

最小公倍数 : $[A, C] = 2^2 \times 3^2 \times 7$.

(3) 最大公因数 : $(B, C) = 1$;

最小公倍数 : $[B, C] = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

(4) 最大公因数 : $(A, B, C) = 1$;

最小公倍数 : $[A, B, C] = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

模块2 公因数与公倍数的应用

例题5

- 1 现有梨72个, 橘子108个, 分给若干小朋友, 要求每人分得的梨数、橘子数都相同, 最多可以分给 _____ 小朋友, 每个小朋友分得梨 _____ 个, 橘子 _____ 个.

答案

1:36

2:2

3:3

解析

小朋友的数量是72和108的公因数, 因为要求最多可以分给多少小朋友, 可知小朋友的人数是72和108的最大公因数. 那么每个小朋友可以分得梨 $72 \div 36 = 2$ 个, 橘子 $108 \div 36 = 3$ 个.

- 2 甲、乙两人到图书馆去借书, 甲每12天去一次, 乙每18天去一次, 如果3月30日他们在图书馆相遇, 那么下一次都到图书馆是 _____ 月 _____ 日.



答案 1:5

2:5

解析 因为 $12 = 2^2 \times 3$ ， $18 = 2 \times 3^2$ ，12和18的最小公倍数是 $2^2 \times 3^2 = 36$ ，也就是说再过36日就能同时到图书馆，3月30日再过36天为5月5日。

捉虫时刻

两根一样长的木棍，一根平均分成6段没有剩余，一根平均分成10段没有剩余，每一段的长度为整数厘米，木棍的长度最小为多少厘米？

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

因为 $6 \times 10 = 60$ （厘米），分成6段没有剩余，分成10段也没有剩余，所以可知木棍的长度最小为60厘米。

答案 30

解析 要求木棍长度最小也就是求6和10的最小公倍数，易得6和10的最小公倍数为30，所以木棍的长度最小为30厘米。

挑战1

幼儿园有糖115颗、饼干148块、桔子74个，平均分给大班小朋友，结果糖多出7颗，饼干多出4块，桔子多出2个。这个大班的小朋友最多有 _____ 人。

答案 36

解析 从题中不难看出，这个大班小朋友的人数是 $115 - 7 = 108$ ， $148 - 4 = 144$ ， $74 - 2 = 72$ 的公因数。而 $(108, 144, 72) = 36$ ，所以，这个大班的小朋友最多有36人。

挑战2



甲乙丙三人在环形操场上练习跑步，甲跑一圈要70秒，乙跑一圈要84秒，丙跑一圈要98秒。现在三人同时同地起跑，如果他们一直跑下去，经过 _____ 分钟会同时回到起点。

答案 49

解析 $[70, 84, 98] = 2940(\text{秒}) = 49(\text{分})$ 。

补充

1 某校六年级的学生排队，每排3人，5人或7人，最后一排都只有2人。这个学校六年级至少有 _____ 名学生。

答案 107

解析 由每排3人，5人或7人，最后一排都只有2人，可知，这个学校六年级人数减去2人就是3，5，7的最小公倍数，所以至少有 $[3, 5, 7] + 2 = 105 + 2 = 107$ （个）。

2 艾迪特别爱吃馒头，有一次去馒头铺买了三大包馒头：

- (1) 第一包馒头不到100个，3个3个地吃，刚好吃完；4个4个地吃，也刚好吃完；5个5个地吃又刚好吃完。则这包馒头有 _____ 个。
- (2) 第二包馒头有200多个，若3个3个地吃剩1个；4个4个地吃剩1个；5个5个地吃还是剩1个。则这包馒头有 _____ 个。
- (3) 第三包馒头，若3个3个吃剩2个；4个4个吃剩下3个；5个5个吃剩下4个。则这包馒头最少有 _____ 个。

答案 (1) 60

(2) 241

(3) 59

解析 (1) 题目中可以看出馒头总数是3、4、5的公倍数，所以是60。

(2) 若去掉1个馒头，馒头总数就是3、4、5的公倍数，在范围内符合要求的数是241。



(3) 若再多1个馒头, 馒头总数就是3、4、5的公倍数, 所以是59.

3 老师买了一箱钢笔, 可以平均分给2、3、4、5、6、7个同学, 并且没有剩余, 请问这箱钢笔最少有多少支?

答案 420支.

解析 题目的本质就是求2、3、4、5、6、7的最小公倍数, 这么多的数怎么求呢? 我们分别把这些数分解质因数, 得到 $2 = 2^1$, $3 = 3^1$, $4 = 2^2$, $5 = 5^1$, $6 = 2^1 \times 3^1$, $7 = 7^1$. 这些幂中, 取所有质因数的最高次, 得到所有数的最小公倍数为 $2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 = 420$, 即这盒钢笔最少有420支.

4 能同时被1, 2, 3, 4, 5, ..., 12整除的最小的六位数是 _____.

答案 110880

解析 能同时被若干个整数除的数, 是这几个数的公倍数. 因此, 这个六位数应当是1, 2, 3, ..., 12的最小公倍数的倍数, 而且是六位数.

因为2, 3, 4, 6是12的因数, 5是10的因数, 8, 9, 10, 12的最小公倍数是360, 所以1, 2, 3, 4, 5, ..., 12的最小公倍数是 $360 \times 7 \times 11 = 27720$, 满足条件的最小的六位数是 $27720 \times 4 = 110880$.

5 若 a 、 b 、 c 是互不相等的大于0的自然数, 且 $a + b + c = 1155$, 则它们的最大公因数的最大值是 _____.

答案 165

解析 设最大公因数为 d , $a = dx$, $b = dy$, $c = dz$.

由题意 $a + b + c = d(x + y + z) = 1155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11$, 所以 $(x + y + z)$ 最小为7.

此时公因数最大, 为165.



思维导图



我是小讲师

小朋友们，用你今天课上所学的方法，给爸爸妈妈讲讲下面这道题目吧！

一个房间长360厘米，宽420厘米。现计划用方砖铺地，问需要用边长最大为多少厘米的方砖多少块（整块），才能正好把房间地面铺满？

答案 60厘米，42块。

解析 要使方砖正好铺满地面，房间的长和宽都应是方砖边长的倍数，也就是方砖边长厘米数必须是房间长、宽厘米数的公因数。由于题中要求方砖边长尽可能大，所以方砖边长应为房间长与宽的最大公因数。360和420的最大公因数是60。360 ÷ 60 = 6，420 ÷ 60 = 7，共需 6 × 7 = 42（块）。

生活应用

地铁是目前被广泛应用的交通工具之一。相比于公交车，地铁具有运量大、准时、速度快等几个优点。也因此成为了目前最受喜爱的交通工具之一。不过地铁和其他交通工具一样，在载客的高峰期会出现非常拥堵的情况，尤其是当同一个地铁站内的不同地铁

同时上人和下人的时候。

小明家附近有一个地铁站，A号线和B号线都经过这个地铁站，并且在早上六点，它们都恰好经过这个地铁站。其中，A号线每3分钟一辆，B号线每6分钟一辆，在有的时刻地铁站内非常非常拥堵。后来地铁进行时间调整，B号线被改成了7分钟一辆，A号线不变。小明发现非常拥堵的时刻一下子少了很多。

小朋友们，你能解释一下为什么发车间隔变长了，但是非常拥挤的时刻反而变少了吗？



答案

因为3和6的最小公倍数是6，3和7的最小公倍数是21，原本每6分钟，两辆车同时上下人，现在变成了21分钟一次，所以非常拥挤的时刻一下子变少了。

对于交通来说，总人流过大并不可怕，可怕的是高峰期出现极高的瞬间负荷，所以需要错峰，即尽可能让周期（本质是最小公倍数）加大。这与部分生物通过质数年休眠来躲避天敌的生活周期的原理是相似的。

解析

因为3和6的最小公倍数是6，3和7的最小公倍数是21，原本每6分钟，两辆车同时上下人，现在变成了21分钟一次，所以非常拥挤的时刻一下子变少了。

对于交通来说，总人流过大并不可怕，可怕的是高峰期出现极高的瞬间负荷，所以需要错峰，即尽可能让周期（本质是最小公倍数）加大。这与部分生物通过质数年休眠来躲避天敌的生活周期的原理是相似的。

本讲巩固

1 (1) $(15, 25) = \underline{\quad}$

(2) $[15, 25] = \underline{\quad}$



(3) $(24, 28) =$ _____

(4) $[24, 28] =$ _____

(5) $(48, 64) =$ _____

(6) $[48, 64] =$ _____

答案 1:5

2:75

3:4

4:168

5:16

6:192

解析 5 , 75 , 4 , 168 , 16 , 192

2 (1) $(15, 21, 35) =$ _____

(2) $[15, 21, 35] =$ _____

(3) $(24, 36, 48) =$ _____

(4) $[24, 36, 48] =$ _____

答案 1:1

2:105

3:12

4:144

解析 1 , 105 , 12 , 144

3 李明有一张长24cm , 宽16cm的长方形纸片 , 要把它剪成若干个大小相同的正方形 , 这些正方形的边长最大是 _____ cm . (正方形的边长为整数) .



答案 8

解析 找两个数的最大公因数即可。 $(24, 16) = 8$ 厘米。

基础过关

1 用短除法求下列各组数的最大公因数和最小公倍数。

(1) 56和84。

(2) 198和54。

(3) 56和36。

答案 (1) 28, 168。

(2) 18, 594。

(3) 4, 504。

解析 (1) $(56, 84) = 28$, $[56, 84] = 168$

(2) $(198, 54) = 18$, $[198, 54] = 594$ 。

(3) $(56, 36) = 4$, $[56, 36] = 504$ 。

2 求下列每组数的最大公因数与最小公倍数：

(1) 14, 20, 28。

(2) 40, 60, 90。

(3) 48, 36, 84。

答案 (1) 2, 140。

(2) 10; 360。

(3) 12; 1008。

解析 (1) $(14, 20, 28) = 2$; $[14, 20, 28] = 140$ 。

(2) $(40, 60, 90) = 10$; $[40, 60, 90] = 360$ 。



(3) $(48, 36, 84) = 12$; $[48, 36, 84] = 1008$.

3 $A = 7 \times 3 \times 3 \times 2$, $B = 3 \times 5 \times 7$. A 与 B 的最大公因数是 _____ , 最小公倍数是 _____ .

答案 1:21

2:630

解析 A 与 B 的最大公因数是 $3 \times 7 = 21$, 最小公倍数是 $7 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 = 630$.

4 五(1)班有48人, 五(2)班有54人. 如果把两个班的学生都平均分成若干组, 要使两个班每个小组的人数相等, 每组最多有多少人?

答案 6个人

解析 $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$, $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$,

48和54的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$,

所以每组最多有6个人.

答: 每组最多有6个人.

能力提升

1 用分解质因数法求出下列每题中两个数的最大公因数和最小公倍数.

(1) $A = 2^2 \times 3 \times 5$, $B = 2 \times 7$.

(2) $A = 2 \times 5^2 \times 7$, $B = 2^2 \times 5 \times 7$.

答案 (1) 最大公因数 $(A, B) = 2$, 最小公倍数 $[A, B] = 420$.

(2) 最大公因数 $(A, B) = 70$, 最小公倍数 $[A, B] = 700$.

解析 (1) $(A, B) = 2$, $[A, B] = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$.



$$(2) (A, B) = 2 \times 5 \times 7 = 70, [A, B] = 2^2 \times 5^2 \times 7 = 700.$$

- 2 两根一样长的木棍，一根平均分成8段没有剩余，一根平均分成9段没有剩余，每一段的长度为整数厘米，木棍的长度最小为多少厘米？

答案 72

解析 要求木棍长度最小也就是求8和9的最小公倍数，易得8和9的最小公倍数为72，所以木棍的长度最小为72厘米。

- 3 幼儿园有糖120颗、饼干150块、桔子74个，平均分给大班小朋友，结果糖多出12颗，饼干多出6块，桔子多出2个。这个大班的小朋友最多有 _____ 人。

答案 36

解析 从题中不难看出，这个大班小朋友的人数是 $120 - 12 = 108$ ， $150 - 6 = 144$ ， $74 - 2 = 72$ 的公约数。

而 $(108, 144, 72) = 36$ ，所以，这个大班的小朋友最多有36人。

创新挑战

某中学组织七年级学生去秦岭参加植树活动，学生人数在210 ~ 220人之间，到现场分组时，发现每3人一组，或每5人一组，或每7人一组三种情况均多2人，参加这次植树活动的学生有 _____ 人。

答案 212

解析 因为每3人一组、每5人一组和每7人一组都多2人，即学生总人数减去2后能够被3，5，7整除。因为3，5，7互质，且学生总人数在210 ~ 220人之间，则这个数既是3、7的倍数，又要是



5的倍数，只有210符合题意，所以参加植树活动的学生有 $210 + 2 = 212$ （人）。



第7讲 分数认识进阶 B版

预习

课前热身

1 求下列各组数的最大公因数与最小公倍数。

(1) $(8, 9) = \underline{\quad}$, $[8, 9] = \underline{\quad}$.

(2) $(16, 64) = \underline{\quad}$, $[16, 64] = \underline{\quad}$.

(3) $(25, 35) = \underline{\quad}$, $[25, 35] = \underline{\quad}$.

答案 (1) 1:1

2:72

(2) 1:16

2:64

(3) 1:5

2:175

解析 (1) 1、1

2、72

(2) 1、16

2、64

(3) 1、5

2、175

2 求下面每组数的最大公因数和最小公倍数：

$(12, 15, 51) = \underline{\quad}$.

$[12, 15, 51] = \underline{\quad}$.



答案 1:3

2:1020

解析 利用短除法或分解质因数法求解.

3 一张长24厘米,宽18厘米的长方形纸,要分成大小相等的小正方形,且没有剩余,最少可以分成()个.

A. 9

B. 12

C. 15

答案 B

解析 因为需要分成大小相等的正方形,并且边长为整份,所以边长肯定是24和18的公因数,又问最少可以分成几个,则是求24和18的最大公因数,因为 $(24, 18) = 6$,所以正方形的边长是6,个数为 $(24 \div 6) \times (18 \div 6) = 4 \times 3 = 12$ (个),或个数=长方形的面积 \div 小正方形的面积,个数为 $(24 \times 18) \div (6 \times 6) = 432 \div 36 = 12$ (个).

故选B.

知识GPS

本讲内容(运算求解能力)

分数的意义与性质

假带互化、通分、约分

前铺知识

分数的认识

后续知识

分数的加减法,乘除法

分小四则混合运算



课内衔接：分数的初步认识

教学目标

理解分数的基本意义及性质；
掌握带分数与假分数的互化；
掌握简单的分数比较大小

教学重点

掌握带分数与假分数的互化；
掌握分数的约分与通分

教学难点

分数的约分与通分

板书设计

一、分数与除法： $a \div b = \frac{a}{b} (b \neq 0)$

求a是b的几分之几： $\frac{a}{b}$ 。

二、分数分类

按大小分类 $\begin{cases} \text{真分数}(a < b) \\ \text{假分数}(a \geq b) \end{cases} \xrightarrow{\text{可转化为}} \begin{cases} \text{整数} \\ \text{带分数} \end{cases}$

假化带： $\frac{a}{b} = \text{商} \frac{\text{余}}{b}$ ；带化假： $a \frac{c}{b} = \frac{ab+c}{b}$

三、分数基本性质

1.性质：分子、分母同时乘或除以一个相同的非零数，分数大小不变。

2.应用：同乘 \Rightarrow 通分；同除 \Rightarrow 约分

3.最简分数：分子分母互质的分数。

计算结果通常要写成最简分数。

四、分数比大小

1.通分母

2.通分子



教学说明

模块1 假带互化

【探索1】分数意义

【例1】带分数化为假分数

【例2】假分数化为带分数

模块2 约分与通分

【探索2】分数基本性质

【例3】约分

【挑战1】约分

【例4】通分

模块3 分数比大小

【探索3】同分母/同分子分数比大小

【例5】两个分数比较大小

【挑战2】多个分数比较大小

追本溯源

小朋友们，你们知道为什么会有分数吗？

【参考话术】原因很简单，就是当整数已经不能够很好的描述生活中遇到的问题时，分数就自然而然产生了。人类历史上最早产生的数是自然数，也就是非负整数，人们在日常生活中发现，在度量和平均分的时候往往不能得到整数的结果。举个例子同学们，这里有一块木板，想用尺子来量一量这个木板的长度，尽管尺子的基本单位已经缩小到了毫米，但是木板的长度还是不能刚好落在刻度线上。这可怎么办？

有同学会说，把单位继续缩小就可以啦！这确实是个不错的办法，不过……缩小到什么时候才可以呢？怎样才可以彻底解决这个问题呢？在“1”中间填上很多连续的、可以表示数，也就是“分数”就可以了。所以，分数其实是在实际度量和平均分中产生的。

课内链接



约分

4 把 $\frac{24}{30}$ 化成分子和分母比较小且分数大小不变的分数。

可以用分子和分母的公因数（1除外）去除。



$$\frac{24}{30} = \frac{24 \div 2}{30 \div 2} = \frac{12}{15} \qquad \frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

想一想：有没有更简便的方法？

$$\frac{24}{30} = \frac{24 \bigcirc (\quad)}{30 \bigcirc (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

像这样，把一个分数化成和它相等，但分子和分母都比较小的分数，叫做**约分**。

约分时也可以这样写：

$$\begin{array}{c} 4 \\ 12 \\ \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \\ 15 \\ 5 \end{array} \quad \text{或者} \quad \begin{array}{c} 4 \\ \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \\ 5 \end{array}$$

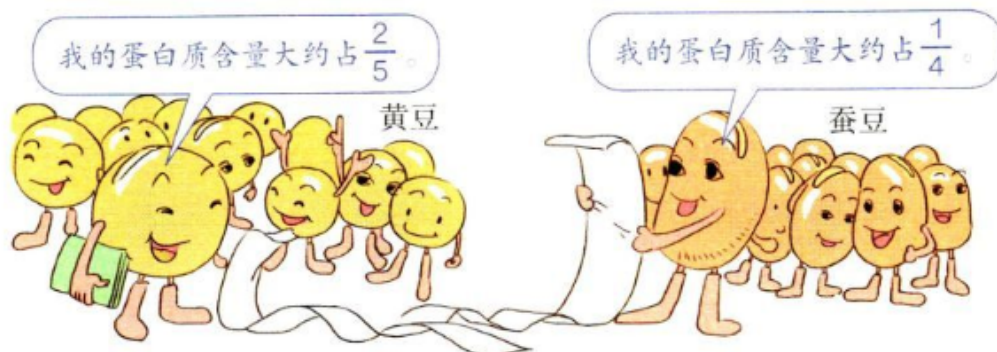
每一步中都是用分子、分母的哪个公因数去除的？



$\frac{4}{5}$ 的分子和分母只有公因数 1，像这样的分数叫做**最简分数**。

约分时，通常要约成最简分数。

5 豆类食品含有较高的蛋白质，经常食用有益于人体健康。



黄豆和蚕豆哪个的蛋白质含量比较高？



$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$$

$$\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$$

像这样，把异分母分数分别化成和原来分数相等的同分母分数，叫做**通分**。

模块1 假带互化

知识剖析

分数的定义：

分数的来历：在进行测量，分东西或计算时，往往不能正好得到整数的结果，这时我们就需要用分数表示。

单位1：把整体平均分成若干份，这样的一份或几份都可以用分数来表示。一个整体可以用自然数“1”来表示，通常把它叫做单位“1”。



分数与分数单位：分母表示把一个物体平均分成几份，分子是表示这样几份的数。表示其中一份的数叫分数单位。

分数与除法：被除数 \div 除数 = $\frac{\text{被除数}}{\text{除数}}$ ，在分数中，分子就相当于除法中的被除数，分母相当于除数。由于除数不为0，因此分母也不能为0。一个分数既可以当做一个计算结果，一个数值，也可以当做是一个除法运算。

真分数、假分数和带分数：

分子比分母小的分数就叫做真分数。

分子比分母大（或相等）的分数就叫做假分数。

可以把一个假分数化成一个整数和一个真分数加在一起。这样的分数叫做带分数。

分数的基本性质：

分数的分子和分母同时乘或者除以相同的数（0除外），分数的大小不变。

约分与最简分数（前续知识：最大公因数）：分子分母互质（只有公因数1）的分数叫做最简分数。

根据分数的基本性质，分子分母同时乘或除以一个非零数，分数大小不变。我们把分子分母同时除以它们的一个不是1的公因数，那么会得到一个大小不变，但分子分母都比较小的分数。这就叫约分。

铺垫

1 下列分数中，哪些是真分数，哪些是假分数，哪些是带分数？请将它们分类。

$$\frac{3}{10} \quad \frac{23}{11} \quad 3\frac{3}{5} \quad \frac{10}{11} \quad \frac{23}{14} \quad 10\frac{1}{2} \quad \frac{13}{29} \quad \frac{7}{20}$$

(1) 真分数有：_____

(2) 假分数有：_____

(3) 带分数有：_____

答案

(1) $\frac{3}{10}, \frac{10}{11}, \frac{13}{29}, \frac{7}{20}$

(2) $\frac{23}{11}, \frac{23}{14}$

(3) $3\frac{3}{5}, 10\frac{1}{2}$

解析

(1) 根据分数的分类方法

(2) 根据分数的分类方法



(3) 根据分数的分类方法

2 解答下列各题：

(1) 请仔细阅读下面例子，然后按照例子中给的过程将下列假分数化成带分数。

$$\text{例：} \frac{13}{5} = \left(2\frac{3}{5}\right)$$

$$13 \div 5 = 2 \cdots \cdots 3$$

$$\frac{3}{2} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{23}{5} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{22}{7} = \frac{\quad}{\quad} \quad \frac{46}{9} = \frac{\quad}{\quad}$$

(2) 请仔细阅读下面例子，然后按照例子中给的过程将下列带分数化成假分数

$$\text{例：} 2\frac{3}{5} = \left(\frac{13}{5}\right)$$

$$2 \times 5 + 3 = 13$$

$$3\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad} \quad 2\frac{2}{7} = \frac{\quad}{\quad} \quad 1\frac{6}{11} = \frac{\quad}{\quad} \quad 6\frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

答案

(1) $1:\frac{1}{2}$

$2:4\frac{3}{5}$

$3:3\frac{1}{7}$

$4:5\frac{1}{9}$

(2) $1:\frac{7}{2}$

$2:\frac{16}{7}$

$3:\frac{17}{11}$

$4:\frac{33}{5}$

解析

(1) $1\frac{1}{2}, 4\frac{3}{5}, 3\frac{1}{7}, 5\frac{1}{9}$.

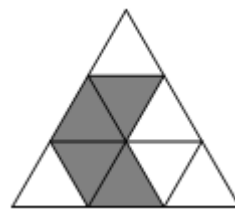
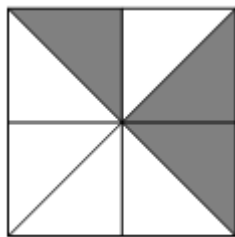
(2) $\frac{7}{2}, \frac{16}{7}, \frac{17}{11}, \frac{33}{5}$.

探索1

解答下列各题：

(1) $\frac{5}{9}$ 表示把整体平均分成 () 份，取其中的 () 份，这个分数的分数单位是 () .

(2) 用分数表示下图中各涂色部分的大小.



(3) $\frac{3}{11}$ 写成除法的形式是 () .

- 答案**
- (1) $9; 5; \frac{1}{9}$
 - (2) $\frac{3}{8}; \frac{4}{9}$
 - (3) $3 \div 11$

- 解析**
- (1) 根据分数的意义.
 - (2) 根据分数的意义.
 - (3) 根据分数的意义.

例题1

将下列假分数化为带分数：

- (1) $\frac{37}{20} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) $\frac{23}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (3) $\frac{56}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) $\frac{203}{101} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- 答案**
- (1) $1\frac{17}{20}$
 - (2) $3\frac{5}{6}$
 - (3) $5\frac{1}{11}$
 - (4) $2\frac{1}{101}$

- 解析**
- (1) 假分数化为带分数用除法.
 - (2) 假分数化为带分数用除法.
 - (3) 假分数化为带分数用除法.



(4) 假分数化为带分数用除法.

例题2

将下列带分数化为假分数：

(1) $10\frac{8}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $6\frac{7}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $2\frac{8}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $3\frac{2}{31} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案

(1) $\frac{98}{9}$

(2) $\frac{73}{11}$

(3) $\frac{26}{9}$

(4) $\frac{95}{31}$

解析

(1) 带分数化为假分数用乘法 .

(2) 带分数化为假分数用乘法 .

(3) 带分数化为假分数用乘法 .

(4) 带分数化为假分数用乘法 .



课堂互动 (pk对战)

把下列假分数化为带分数，把下列带分数化为假分数 .

(1) $\frac{8}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\frac{20}{13} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $1\frac{3}{5}, 1\frac{7}{13}$

B. $1\frac{2}{5}, 1\frac{7}{13}$

C. $1\frac{2}{5}, 1\frac{6}{13}$

D. $1\frac{3}{5}, 1\frac{6}{13}$

(2) $\frac{37}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\frac{2013}{2012} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $5\frac{3}{7}, 1\frac{1}{2012}$

B. $5\frac{3}{7}, 1\frac{3}{2012}$

C. $5\frac{2}{7}, 1\frac{1}{2012}$

D. $5\frac{2}{7}, 1\frac{3}{2012}$

(3) $2\frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$; $3\frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. $\frac{7}{2}, \frac{23}{7}$

B. $\frac{5}{2}, \frac{22}{7}$

C. $\frac{5}{2}, \frac{23}{7}$

D. $\frac{7}{2}, \frac{22}{7}$

(4) $1\frac{5}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$; $2\frac{2}{1005} = \underline{\hspace{2cm}}$.



- A. $\frac{14}{9}, \frac{2011}{1005}$ B. $\frac{14}{9}, \frac{2012}{1005}$ C. $\frac{15}{9}, \frac{2012}{1005}$ D. $\frac{15}{9}, \frac{2011}{1005}$

答案 (1) A

(2) C

(3) C

(4) B

解析 (1) 带分数化为假分数用乘法.

(2) 带分数化为假分数用乘法.

(3) 带分数化为假分数用乘法.

(4) 带分数化为假分数用乘法.

模块2 约分通分

探索2

根据分数的基本性质，我们可以写出如下的式子： $\frac{8}{20} = \frac{8 \div 2}{20 \div 2} = \frac{4}{10}$ ，仿照上面形式，在下面的括号内填入适当的数，使得等式成立。

$$(1) \frac{5}{2} = \frac{5 \times (\quad)}{2 \times 3} = \frac{(\quad)}{6}; \frac{3}{8} = \frac{3 \times (\quad)}{8 \times (\quad)} = \frac{15}{(\quad)}$$

$$(2) \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div (\quad)} = \frac{2}{(\quad)}; \frac{14}{8} = \frac{14 \div (\quad)}{8 \div (\quad)} = \frac{(\quad)}{4}$$

$$(3) \frac{3}{7} = \frac{3 + (\quad)}{7 + 14} = \frac{(\quad)}{21}; \frac{14}{18} = \frac{14 - 7}{18 - (\quad)} = \frac{7}{(\quad)}$$

答案 (1) $\frac{5}{2} = \frac{5 \times (3)}{2 \times 3} = \frac{(15)}{6}; \frac{3}{8} = \frac{3 \times (5)}{8 \times (5)} = \frac{15}{(40)}$;

(2) $\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div (3)} = \frac{2}{(3)}; \frac{14}{8} = \frac{14 \div (2)}{8 \div (2)} = \frac{(7)}{4}$.

(3) $\frac{3}{7} = \frac{3 + (6)}{7 + 14} = \frac{(9)}{21}; \frac{14}{18} = \frac{14 - 7}{18 - (9)} = \frac{7}{(9)}$.

解析 (1) 依据分数基本性质.

(2) 依据分数基本性质.

(3) 依据分数基本性质.



例题3

分数化简：

$$(1) \frac{16}{18} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) \frac{15}{33} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(3) \frac{10}{45} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(4) \frac{30}{48} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(5) \frac{132}{121} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(6) \frac{28}{91} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(7) \frac{65}{52} = \underline{\quad\quad} .$$

答案

$$(1) \frac{8}{9}$$

$$(2) \frac{5}{11}$$

$$(3) \frac{2}{9}$$

$$(4) \frac{5}{8}$$

$$(5) \frac{12}{11}$$

$$(6) \frac{4}{13}$$

$$(7) \frac{5}{4}$$

解析

$$(1) \frac{16}{18} = \frac{16 \div 2}{18 \div 2} = \frac{8}{9}$$

$$(2) \frac{15}{33} = \frac{15 \div 3}{33 \div 3} = \frac{5}{11}$$


$$(3) \frac{10}{45} = \frac{10 \div 5}{45 \div 5} = \frac{2}{9}$$

$$(4) \frac{30}{48} = \frac{30 \div 6}{48 \div 6} = \frac{5}{8}$$

$$(5) \frac{132}{121} = \frac{132 \div 11}{121 \div 11} = \frac{12}{11}$$

$$(6) \frac{28}{91} = \frac{28 \div 7}{91 \div 7} = \frac{4}{13}$$

$$(7) \frac{65}{52} = \frac{65 \div 13}{52 \div 13} = \frac{5}{4}$$

 课堂互动 (pk对战)

1 选择题



(1) 下面约分正确的是 () .

A. $\frac{15}{64} = \frac{5}{8}$
 C. $\frac{45}{54} = \frac{5}{6}$

B. $\frac{35}{63} = \frac{7}{9}$

(2) 一个分数约分后 () .

- A. 分数变小了 B. 分数单位变小了 C. 分数大小没变 D. 分数单位没变

答案 (1) C

(2) C

解析 (1) 同除约分.

(2) 约分大小不变.

2 将下列分数约分成最简分数, 正确的是 () .

A. $\frac{35}{70} = \frac{7}{14}$
 C. $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

B. $\frac{10}{20} = \frac{5}{10}$

答案 C

解析 因为 $\frac{35}{70} = \frac{7}{14}$, $\frac{7}{14}$ 不是最简分数, $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$,
 $\frac{10}{20} = \frac{5}{10}$, $\frac{5}{10}$ 也不是最简分数, $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$,
 只有 $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$ 是最简分数, 符合约分条件,
 故选 C .

挑战1

将下列分数约成最简分数 .

(1) $\frac{91}{1001} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $\frac{704}{1440} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\frac{437}{368} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $\frac{306}{450} = \underline{\hspace{2cm}}$.



$$(5) \frac{324}{588} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(6) \frac{490}{525} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(7) \frac{1392}{2568} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

答案

$$(1) \frac{1}{11}$$

$$(2) \frac{22}{45}$$

$$(3) \frac{19}{16}$$

$$(4) \frac{17}{25}$$

$$(5) \frac{27}{49}$$

$$(6) \frac{14}{15}$$

$$(7) \frac{58}{107}$$

解析

$$(1) \frac{1}{11}$$

$$(2) \frac{22}{45}$$

$$(3) \frac{19}{16}$$

$$(4) \frac{17}{25}$$

$$(5) \frac{27}{49}$$

$$(6) \frac{14}{15}$$

$$(7) \frac{58}{107}$$

例题4

将下列每组分数化成分母相同的分数。

$$(1) \frac{1}{6}, \frac{4}{15}$$

$$\frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}} ; \frac{4}{15} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(2) \frac{3}{14}, \frac{7}{20}$$

$$\frac{3}{14} = \underline{\hspace{2cm}} ; \frac{7}{20} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(3) 2\frac{2}{3}, 1\frac{1}{4}$$

$$2\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}} ; 1\frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(4) \frac{5}{12}, \frac{11}{21}, \frac{3}{28}$$



$$\frac{5}{12} = \underline{\hspace{2cm}}; \frac{11}{21} = \underline{\hspace{2cm}}; \frac{3}{28} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案

(1) 1: $\frac{5}{30}$

2: $\frac{8}{30}$

(2) 1: $\frac{30}{140}$

2: $\frac{49}{140}$

(3) 1: $\frac{32}{12}$

2: $\frac{15}{12}$

(4) 1: $\frac{35}{84}$

2: $\frac{44}{84}$

3: $\frac{9}{84}$

解析

(1) $\frac{5}{30}, \frac{8}{30}$;

(2) $\frac{30}{140}, \frac{49}{140}$;

(3) $\frac{32}{12}, \frac{15}{12}$;

(4) $\frac{35}{84}, \frac{44}{84}, \frac{9}{84}$.

随堂练

1 写出每组分数中两个分母的最小公倍数。

$\frac{3}{7}$ 和 $\frac{2}{9}$ _____

$\frac{13}{15}$ 和 $\frac{19}{30}$ _____

$\frac{4}{5}$ 和 $\frac{5}{6}$ _____

答案

1: 63

2: 30

3: 30

解析

两个或多个整数公有的倍数叫做它们的公倍数，其中除0以外最小的一个公倍数就叫做这几个整数的最小公倍数，

$[7, 9] = 63$; $[15, 30] = 30$; $[5, 6] = 30$.



2 将下列各组分数通分 .

(1) $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{3}{24}$

(2) $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{2}{9}$

(3) $\frac{1}{12}$ 、 $\frac{2}{15}$

答案

(1) $\frac{4}{24}$ 、 $\frac{3}{24}$

(2) $\frac{36}{45}$ 、 $\frac{10}{45}$

(3) $\frac{5}{60}$ 、 $\frac{8}{60}$

解析

(1) $\frac{4}{24}$ 、 $\frac{3}{24}$

(2) $\frac{36}{45}$ 、 $\frac{10}{45}$

(3) $\frac{5}{60}$ 、 $\frac{8}{60}$

捉虫时刻

$\frac{6}{16} = \frac{6 + ()}{16 + 8}$. 艾迪想到, 根据分数的性质, 为了保证分数大小不变, 便在括号中也填上了8, 请问艾迪写的对吗? 如果不对, 那么正确答案应该是多少呢?

答案

错误, 应该填3 .

解析

利用分数基本性质.

模块3 比大小

探索3

比较下列分数的大小并填空 .

(1) $\frac{9}{11}$ 和 $\frac{8}{11}$, 比较大的是 _____ .

(2) $\frac{7}{8}$ 和 $\frac{7}{9}$, 比较大的是 _____ .



答案

- 1: $\frac{9}{11}$
2: $\frac{7}{8}$

解析

分母相同，分子大的分数大；分子相同，分母小的分数大。

例题5

先通分，再比较每组中两个分数的大小。

- (1) $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{7}{8}$
(2) $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{13}{25}$
(3) $\frac{7}{15}$ 和 $\frac{5}{24}$
(4) $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{2}{5}$

答案

- (1) $\frac{20}{24}$ 和 $\frac{21}{24}$ ； $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$ 。
(2) $\frac{20}{25}$ 和 $\frac{13}{25}$ ； $\frac{4}{5} > \frac{13}{25}$ 。
(3) $\frac{56}{120}$ 和 $\frac{25}{120}$ ； $\frac{7}{15} > \frac{5}{24}$ 。
(4) $\frac{15}{40}$ 和 $\frac{16}{40}$ ； $\frac{3}{8} < \frac{2}{5}$ 。

解析

- (1) $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ ， $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ ， $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$ 。
(2) $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$ ， $\frac{13}{25} = \frac{13}{25}$ ， $\frac{4}{5} > \frac{13}{25}$ 。
(3) $\frac{7}{15} = \frac{56}{120}$ ， $\frac{5}{24} = \frac{25}{120}$ ， $\frac{7}{15} > \frac{5}{24}$ 。
(4) $\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$ ， $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$ ， $\frac{3}{8} < \frac{2}{5}$ 。



课堂互动 (pk对战)

在横线里填“>”“<”或“=”。

$$\frac{4}{5} \text{ — } \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{5} \text{ — } \frac{7}{7}$$

$$\frac{6}{6} \text{ — } \frac{9}{9}$$

$$\frac{5}{7} \text{ — } \frac{8}{11}$$

$$\frac{7}{7} \text{ — } \frac{5}{5}$$

$$\frac{8}{8} \text{ — } \frac{6}{6}$$

$$\frac{9}{10} \text{ — } \frac{3}{10}$$

$$\frac{13}{13} \text{ — } \frac{5}{5}$$

$$\frac{22}{22} \text{ — } \frac{11}{11}$$

答案

- 1: <



2:<

3:>

4:>

5:>

6:>

解析 通分子或通分母比大小均可。

挑战2

将下列各数用“<”连接起来：

(1) $\frac{3}{7}, \frac{5}{14}, \frac{13}{28}, \frac{27}{56}$.

(2) $\frac{10}{17}, \frac{12}{19}, \frac{15}{23}, \frac{20}{33}, \frac{60}{91}$.

答案 (1) $\frac{5}{14} < \frac{3}{7} < \frac{13}{28} < \frac{27}{56}$.
 (2) $\frac{10}{17} < \frac{20}{33} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23} < \frac{60}{91}$.

解析 (1) 观察可知，通分母比较简单，将分母通分为56，比较可知 $\frac{5}{14} < \frac{3}{7} < \frac{13}{28} < \frac{27}{56}$.
 (2) 将分子统一到60可得： $\frac{60}{102} < \frac{60}{99} < \frac{60}{95} < \frac{60}{92} < \frac{60}{91}$ ；即 $\frac{10}{17} < \frac{20}{33} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23} < \frac{60}{91}$.

补充

1 在下列各数中找出最简分数，并把其它分数化为最简分数。

$\frac{5}{8}, \frac{2}{6}, \frac{6}{9}, \frac{12}{10}, \frac{3}{23}, \frac{15}{25}, \frac{20}{32}, \frac{33}{9}, \frac{15}{8}$

答案 $\frac{5}{8}, \frac{3}{23}, \frac{15}{8}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{6}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{11}{3}$.

解析 $\frac{5}{8}, \frac{3}{23}, \frac{15}{8}$ 是最简分数；
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{6}{9} = \frac{2}{3},$
 $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}, \frac{15}{25} = \frac{3}{5},$
 $\frac{20}{32} = \frac{5}{8}, \frac{33}{9} = \frac{11}{3}.$



2 分数 $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{17}{35}$, $\frac{101}{203}$, $\frac{151}{301}$ 中最大的一个是多少?

答案 $\frac{151}{301}$.

解析 题中的分数均接近 $\frac{1}{2}$, 把每个分数都与 $\frac{1}{2}$ 做比较,

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= \frac{6}{14} < \frac{1}{2}, \quad \frac{4}{9} = \frac{8}{18} < \frac{1}{2}, \\ \frac{17}{35} &= \frac{34}{70} < \frac{1}{2}, \quad \frac{101}{203} = \frac{202}{406} < \frac{1}{2}, \\ \frac{151}{301} &= \frac{302}{602} > \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

所以最大的为 $\frac{151}{301}$.

3 化简下列分数, 你能总结出什么规律吗?

- (1) $\frac{22}{33} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) $\frac{1717}{2121} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (3) $\frac{14014}{33033} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (4) $\frac{20172017}{20182018} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 (1) $\frac{2}{3}$
 (2) $\frac{17}{21}$
 (3) $\frac{14}{33}$
 (4) $\frac{2017}{2018}$

解析 (1) 可以用椅子数进行约分.
 (2) 可以用椅子数进行约分.
 (3) 可以用椅子数进行约分.
 (4) 可以用椅子数进行约分.

4 在 $\frac{20132013}{20142014}$, $\frac{20142014}{20152015}$, $\frac{20152015}{20162016}$ 中, 最小的分数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

答案 $\frac{20132013}{20142014}$



解析

$$\frac{20132013}{20142014} = \frac{2013}{2014}, \frac{20142014}{20152015} = \frac{2014}{2015}, \frac{20152015}{20162016} = \frac{2015}{2016}.$$

用与“1”作差法知， $1 - \frac{2013}{2014} = \frac{1}{2014}$ ， $1 - \frac{2014}{2015} = \frac{1}{2015}$ ， $1 - \frac{2015}{2016} = \frac{1}{2016}$ 。

$\frac{1}{2014} > \frac{1}{2015} > \frac{1}{2016}$ ， $\frac{2013}{2014} < \frac{2014}{2015} < \frac{2015}{2016}$ ，所以最小的是 $\frac{20132013}{20142014}$ 。

思维导图



我是小讲师

小朋友们，请给爸爸妈妈讲一讲，你是如何比较 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{7}$ 的大小吧！

答案

$\frac{3}{5}$ 小于 $\frac{5}{7}$

解析

通分子或者通分母均可。

生活应用

苏轼的《和董传留别》中，“腹有诗书气自华”一句广为流传，原因就在于它经典地阐述了读书与人的修养的关系。中国的读书人向来把读书视为积累知识、增长学问的有效途径。读书的作用不仅在于学习知识，还在于提升人的精神境界。尤其是常读书，日积月累就会使人脱离低级趣味，养成高雅、脱俗的气质。读书与不读书，读书多与读书少的人，所表

现出的内在气质与素质是绝不相同的。

有资料显示，我国每年发行的儿童图书虽然有4.6亿册，但平均到3.6亿未成年人身上人均不过1.3册。我国的未成年人儿童读物拥有量在全世界排名第68位，只是以色列的 $\frac{1}{50}$ ，美国的 $\frac{1}{30}$ 。提升阅读量于我们而言，是一件非常重要的事。

聪明的小朋友，你知道美国和以色列相比，哪个国家的未成年人儿童读物拥有量更多呢？你是怎么判断的？



答案 以色列更多。

解析 分数比大小。

本讲巩固

1 把下列假分数化为带分数，带分数化为假分数。

$$(1) \frac{14}{9} = \underline{\quad\quad} ; \frac{47}{9} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) 4\frac{2}{7} = \underline{\quad\quad} ; 4\frac{2}{13} = \underline{\quad\quad} .$$

答案 (1) $1:1\frac{5}{9}$

$2:5\frac{2}{9}$

(2) $1:\frac{30}{7}$

$2:\frac{54}{13}$

解析 (1) $\frac{14}{9} = 1\frac{5}{9} ; \frac{47}{9} = 5\frac{2}{9} .$

(2) $4\frac{2}{7} = \frac{30}{7} ; 4\frac{2}{13} = \frac{54}{13} .$



2 将下列分数约分 .

$$\frac{21}{36} = \underline{\quad\quad} .$$

$$\frac{15}{45} = \underline{\quad\quad} .$$

$$\frac{12}{18} = \underline{\quad\quad} .$$

$$\frac{18}{20} = \underline{\quad\quad} .$$

$$\frac{20}{30} = \underline{\quad\quad} .$$

答案 1: $\frac{7}{12}$
 2: $\frac{1}{3}$
 3: $\frac{2}{3}$
 4: $\frac{2}{3}$

解析 约分 ; $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$, $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$, $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$, $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

3 下面三组分数中 , () 组中的两个分数大小相等 .

A. $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{25}{36}$

C. $\frac{7}{12}$ 和 $\frac{21}{36}$

B. $\frac{3}{7}$ 和 $\frac{25}{35}$

答案 C

解析 通分母比较大小 .

基础过关

1 将以下的假分数化为带分数 , 带分数化为假分数 :

(1) $\frac{15}{8} =$

(2) $\frac{13}{3} =$

(3) $\frac{93}{20} =$

(4) $8\frac{1}{10} =$

(5) $11\frac{2}{3} =$



$$(6) 3\frac{4}{5} =$$

$$(7) 10\frac{4}{15} =$$

- 答案**
- (1) $1\frac{7}{8}$
 - (2) $4\frac{1}{3}$
 - (3) $4\frac{13}{20}$
 - (4) $\frac{81}{10}$
 - (5) $\frac{35}{3}$
 - (6) $\frac{19}{5}$
 - (7) $\frac{154}{15}$

- 解析**
- (1) $1\frac{7}{8}$
 - (2) $4\frac{1}{3}$
 - (3) $4\frac{13}{20}$
 - (4) $\frac{81}{10}$
 - (5) $\frac{35}{3}$
 - (6) $\frac{19}{5}$
 - (7) $\frac{154}{15}$

2 把下面各分数化成最简分数。

$$\frac{12}{15}$$

$$\frac{18}{24}$$

$$\frac{25}{40}$$

$$\frac{21}{30}$$

$$\frac{64}{72}$$

- 答案** $\frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10}, \frac{8}{9}$

- 解析** $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \frac{18}{24} = \frac{3}{4}, \frac{25}{40} = \frac{5}{8}, \frac{21}{30} = \frac{7}{10}, \frac{64}{72} = \frac{8}{9}$

3 化简下列分数：

$$(1) \frac{3}{6} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) \frac{8}{20} = \underline{\quad\quad} .$$



- (3) $\frac{24}{30} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (4) $\frac{21}{28} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (5) $\frac{36}{63} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (6) $\frac{42}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (7) $\frac{55}{77} = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (8) $\frac{26}{78} = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案

- (1) $\frac{1}{2}$
 (2) $\frac{2}{5}$
 (3) $\frac{4}{5}$
 (4) $\frac{3}{4}$
 (5) $\frac{4}{7}$
 (6) $\frac{14}{5}$
 (7) $\frac{5}{7}$
 (8) $\frac{1}{3}$

解析

- (1) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (2) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (3) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (4) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (5) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (6) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (7) 分子分母同时除以同一个非零数 .
 (8) 分子分母同时除以同一个非零数 .

4 通分 .

- (1) $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{4}{5}$.
 (2) $\frac{7}{21}$ 和 $\frac{4}{7}$.
 (3) $\frac{5}{8}$ 和 $\frac{7}{12}$.
 (4) $\frac{9}{10}$ 和 $\frac{4}{15}$.



- 答案**
- (1) $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$.
 (2) $\frac{7}{21} = \frac{7}{21}, \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$.
 (3) $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}, \frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.
 (4) $\frac{9}{10} = \frac{27}{30}, \frac{4}{15} = \frac{8}{30}$.

- 解析**
- (1) 分子分母同时乘同一个非零数 .
 (2) 分子分母同时乘同一个非零数 .
 (3) 分子分母同时乘同一个非零数 .
 (4) 分子分母同时乘同一个非零数 .

能力提升

1 若 $\frac{1}{3} < \frac{a+4}{18} \leq \frac{5}{6}$, 则式中 a 最多可能表示 () 个不同的自然数 .

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

答案 B

解析 因为 $\frac{1}{3} < \frac{a+4}{18} \leq \frac{5}{6}$, 也就是 $\frac{6}{18} < \frac{a+4}{18} \leq \frac{15}{18}$,
 所以 $a+4 > 6$, $a+4 \leq 15$, 即 $2 < a \leq 11$,
 则 a 表示的自然数有 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ,
 所以 a 最多可能表示 9 个不同的自然数 .

2 先约分, 再比较下面每组分数的大小 .

- (1) $\frac{20}{32}$ 和 $\frac{18}{48}$.
 (2) $\frac{50}{120}$ 和 $\frac{42}{72}$.

- 答案**
- (1) $\frac{20}{32} = \frac{5}{8}, \frac{18}{48} = \frac{3}{8}, \frac{20}{32} > \frac{18}{48}$.
 (2) $\frac{50}{120} = \frac{5}{12}, \frac{42}{72} = \frac{7}{12}, \frac{50}{120} < \frac{42}{72}$.



- 解析**
- (1) $\frac{20}{32} = \frac{5}{8}$, $\frac{18}{48} = \frac{3}{8}$, 因为 $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$, 所以 $\frac{20}{32} > \frac{18}{48}$.
- (2) $\frac{50}{120} = \frac{5}{12}$, $\frac{42}{72} = \frac{7}{12}$, 因为 $\frac{5}{12} < \frac{7}{12}$, 所以 $\frac{50}{120} < \frac{42}{72}$.

3 把下面每组分数先通分, 再比较大小.

- (1) $\frac{7}{9}$ 和 $\frac{5}{6}$.
- (2) $\frac{1}{12}$ 和 $\frac{7}{16}$.
- (3) $\frac{7}{18}$ 和 $\frac{11}{36}$.
- (4) $\frac{13}{24}$ 和 $\frac{17}{18}$.

- 答案**
- (1) $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$, $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$, $\frac{7}{9} < \frac{5}{6}$.
- (2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{48}$, $\frac{7}{16} = \frac{21}{48}$, $\frac{1}{12} < \frac{7}{16}$.
- (3) $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$, $\frac{7}{18} > \frac{11}{36}$.
- (4) $\frac{13}{24} = \frac{39}{72}$, $\frac{17}{18} = \frac{68}{72}$, $\frac{13}{24} < \frac{17}{18}$.

- 解析**
- (1) $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$, $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$, $\frac{7}{9} < \frac{5}{6}$.
- (2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{48}$, $\frac{7}{16} = \frac{21}{48}$, $\frac{1}{12} < \frac{7}{16}$.
- (3) $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$, $\frac{7}{18} > \frac{11}{36}$.
- (4) $\frac{13}{24} = \frac{39}{72}$, $\frac{17}{18} = \frac{68}{72}$, $\frac{13}{24} < \frac{17}{18}$.

创新挑战

比一比.

- (1) 把下列各数按照从小到大的顺序排列: $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{13}{56}$, $\frac{5}{8}$.
- (2) 把下列各数按照从小到大的顺序排列: $\frac{6}{11}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{12}{17}$, $\frac{72}{89}$.

- 答案**
- (1) $\frac{13}{56} < \frac{1}{4} < \frac{5}{14} < \frac{3}{7} < \frac{5}{8}$.
- (2) $\frac{6}{11} < \frac{9}{16} < \frac{8}{13} < \frac{12}{17} < \frac{72}{89}$.

- 解析**
- (1) $\frac{1}{4} = \frac{14}{56}$, $\frac{5}{14} = \frac{20}{56}$, $\frac{3}{7} = \frac{24}{56}$, $\frac{13}{56} = \frac{13}{56}$, $\frac{5}{8} = \frac{35}{56}$; $\frac{13}{56} < \frac{1}{4} < \frac{5}{14} < \frac{3}{7} < \frac{5}{8}$.



$$(2) \frac{6}{11} = \frac{72}{132}, \frac{8}{13} = \frac{72}{117}, \frac{9}{16} = \frac{72}{128}, \frac{12}{17} = \frac{72}{102}, \frac{72}{89}; \frac{6}{11} < \frac{9}{16} < \frac{8}{13} < \frac{12}{17} < \frac{72}{89}.$$



2020五暑1~3讲阶段复习

1 计算：

(1) $7.74 \div 6 = \underline{\quad\quad}$.

(2) $175.14 \div 21 = \underline{\quad\quad}$.

答案 (1) 1.29

(2) 8.34

解析 (1) 1.29

(2) 8.34

2 计算：

(1) $1.1685 \div 0.95 = \underline{\quad\quad}$.

(2) $22.968 \div 1.8 = \underline{\quad\quad}$.

答案 (1) 1.23

(2) 12.76

解析 (1) $1.1685 \div 0.95 = 116.85 \div 95$

$$= 116.85 \div 5 \div 19$$

$$= 23.37 \div 19$$

$$= 1.23 .$$

(2) $22.968 \div 1.8 = 229.638 \div 18$

$$= 229.68 \div 2 \div 9$$

$$= 114.84 \div 9$$

$$= 12.76 .$$

3 $18.2 \div 0.2 - 35.35 \div 35 + 18.85 = \underline{\quad\quad}$.



A. 101.63

B. 105.92

C. 108.84

D. 109.32

答案 C

解析 108.84 .

4 修改545679中的一个数字，使这个六位数能被8整除，修改后的六位数是多少？

A. 545689

B. 545676

C. 545678

D. 545672

答案 D

解析 末三位数被8整除，只能改为672 .

5 下面哪个数能被99整除？

A. 12375

B. 54321

C. 10203

D. 19847

答案 A

解析 99截断求和法 . 12375双位截断求和得 $1 + 23 + 75 = 99$ ，99能整除99，所以此数能整除99；
54321双位截断求和得 $5 + 43 + 21 = 69$ ，69不能整除99，所以此数不能整除99；10203双位截
断求和得 $1 + 2 + 3 = 6$ ，6不能整除99，所以此数不能整除99；19847双位截断求和得
 $1 + 98 + 47 = 146$ ，146不能整除99，所以此数不能整除99 . 所以正确答案是A .

6 判断下列数哪些是11的倍数() .

12716 , 3752 , 20162016 , 526526

A. 526526

B. 3752 , 526526

C. 12716 , 526526

D. 3752 , 12716

答案 C



解析 11的倍数有：12716, 526526 .

7 从0、2、5、7四个数字中任选三个数字组成能同时被2、5、3整除的数，最大的数是（
）。

- A. 725 B. 720 C. 752 D. 750

答案 D

解析 能够被2和5整除，个位只能是0， $5 + 7 + 0 = 12$ ，是3的倍数，所以最大是750。
故选D。

8 三角形的面积为18平方厘米，底为4厘米，则高为 _____ 厘米。

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

答案 D

解析 高 = $18 \times 2 \div 4 = 9\text{cm}$

9 一个平行四边形的面积是1575平方厘米，高是15厘米，这个平行四边形的底是 _____ 厘米。

答案 105

解析 105

10 一个梯形的上底是8厘米，下底是10厘米，高是2厘米，面积是 _____ 平方厘米。

答案 18

解析



依据梯形的面积公式： $S = (a + b)h \div 2$ ，把数据代入公式可求出梯形的面积，

$$(8 + 10) \times 2 \div 2$$

$$= 18 \times 2 \div 2$$

$$= 18 \text{ (平方厘米) .}$$

故答案为：18 .



2020五暑4~6讲阶段复习

1 把130分解质因数，正确的是（ ）。

A. $2 \times 5 \times 13 = 130$

B. $130 = 2 \times 5 \times 13 \times 1$

C. $130 = 2 \times 5 \times 13$

D. $1 \times 2 \times 5 \times 13 = 130$

答案 C

解析 分解质因数就是把一个合数写成几个质因数相乘的形式，一般先从简单的质数试着分解。
故选C。

2 三个连续自然数的乘积等于120，这三个连续自然数的和是_____。

答案 15

解析 $120 = 2^3 \times 3 \times 5 = (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) = 4 \times 5 \times 6$ ，故这三个数是4，5，6，和为15。

3 315和42的乘积的末尾有_____个连续的0。

答案 1

解析 末尾有几个0取决于因数中2和5的个数，且谁少算谁。315中有1个因数5，没有2；42中有1个因数2，没有5。因此共有1个5，1个2。最终末尾有1个0。

4 填空。

$(25, 45) = \underline{\quad\quad}$ $[25, 45] = \underline{\quad\quad}$

$(45, 60) = \underline{\quad\quad}$ $[45, 60] = \underline{\quad\quad}$

$(24, 30) = \underline{\quad\quad}$ $[24, 30] = \underline{\quad\quad}$



$$(39, 1001) = \underline{\quad\quad} \quad [39, 1001] = \underline{\quad\quad} .$$

答案

1:5

2:225

3:15

4:180

5:6

6:120

7:13

8:3003

- 5 五(1)班有48人，五(2)班有54人。如果把两个班的学生都平均分成若干组，要使两个班每个小组的人数相等，每组最多有 人。

答案

6

解析

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3, \quad 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3,$$

48和54的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$,

所以每组最多有6个人。

- 6 计算：

$$(1) (24, 42, 54) = \underline{\quad\quad}, \quad [24, 42, 54] = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) (18, 48, 60) = \underline{\quad\quad}, \quad [18, 48, 60] = \underline{\quad\quad} .$$

答案

(1) 1:6

2:1512

(2) 1:6

2:720



解析

$$(1) \begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 42 \quad 54} \\ 3 \overline{) 12 \quad 21 \quad 27} \\ \quad 4 \quad 7 \quad 9 \end{array}$$

$$(24, 42, 54) = 2 \times 3 = 6 .$$

$$[24, 42, 54] = 2 \times 3 \times 4 \times 7 \times 9 = 1512 .$$

$$(2) \begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 48 \quad 60} \\ 3 \overline{) 9 \quad 24 \quad 30} \\ 2 \overline{) 3 \quad 8 \quad 10} \\ \quad 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$(18, 48, 60) = 2 \times 3 = 6 .$$

$$[18, 48, 60] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 720 .$$

7 求出下列各组数的最大公因数和最小公倍数 .

(1) $(12, 32, 40) = \underline{\quad}$, $[12, 32, 40] = \underline{\quad}$.

(2) $A = 2^2 \times 3^3 \times 5$, $B = 2^3 \times 3 \times 5^2$, A 和 B 的最大公因数是 $\underline{\quad}$, A 和 B 的最小公倍数是 $\underline{\quad}$.

答案

(1) 1:4

2:480

(2) 1:60

2:5400

解析

(1) $(12, 32, 40) = 4$; $[12, 32, 40] = 480$.

(2) $(A, B) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$; $[A, B] = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 = 5400$.

8 判断：91 () 质数 .

A. 是

B. 不是

答案

B

解析

$91 = 7 \times 13$, 91不是质数, 是合数 .



9 a 是质数， b 是合数，下列选项中，()一定是一个质数。

A. ab

B. $a + b$

C. $a - b$

D. $a \times 1$

答案 D

解析 质数乘1仍然是质数。

故选D。

10 3个连续质数从小到大排列是 a 、 b 、 c ，且 $a + b + c$ 的和与 abc 的积都是偶数，那么 a 是_____。

答案 2

解析 奇偶分析可知， $a + b + c$ 的和与 abc 的积都是偶数，所以 a 、 b 、 c 中必有2，由大小可知 $a = 2$ 。