

5 年 级

姓名：

联系方式：





受益一生的能力!

探寻数学之美 注重生活应用 培养多元能力

我们不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，
通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，
让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，
成为拥有面向未来的多元能力的人。



数学有源



数学有趣



数学有用

在《义务教育数学课程标准（2011年版）》中指出，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

升级后的学而思数学课程，将“情境带入”、“问题引导”、“动手探究”和“条理表达”等贯穿课堂，把对学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识等学科素养的培养渗透到课件、教材、教具等每一个环节，落地多元综合能力培养，让孩子们感受“数学有趣、数学有用、数学有源”。



【数学有趣】——多感官调用，加深理解，强化记忆

一个人学习的好坏受学习动力的影响很大，所学内容的趣味感可以很好地提升孩子的学习动力。趣味的提升不是简单的逗孩子笑，在教学过程中，给孩子多感官的信息输入，让孩子在课堂动静结合，可以在提升趣味的同时，有效加深理解与记忆效果。课堂“动手探究”的融入、教师互动设计的丰富，给我们的课堂带来更多趣味体验。

【数学有用】——结合生活应用，从生活中来，到生活中去

“生活即教育”，“教育要通过生活才能发生力量而成为真正的教育”。数学不应该是一个高冷的基础学科，数学在生活中是无处不在的，我们所教授的任何数学知识和生活都是紧密结合的，讲义中的“课前活动”及“生活应用”模块让孩子们充分感受数学学科的“从生活中来，到生活中去”的实用性。

【数学有源】——追本溯源，探寻数学之美

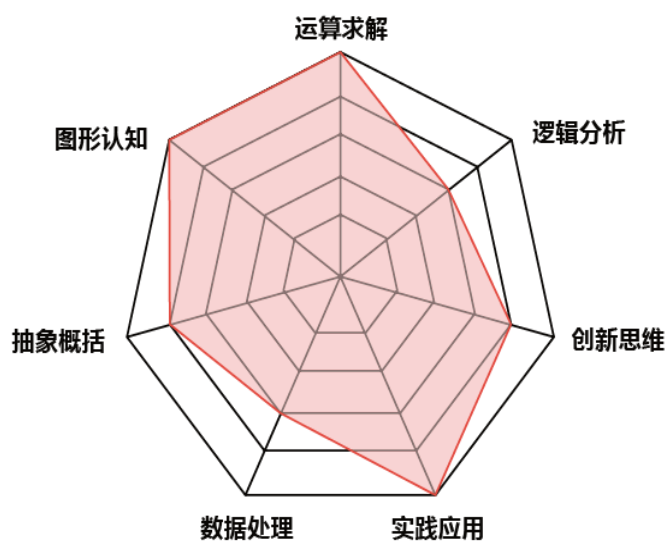
数学学科的美无处不在，我们应该带着孩子们了解所学知识的由来，知其然更知其所以然。我们的讲义中，开篇设计“追本溯源”环节，结合课件进行情境式导入，课后更有“延伸阅读”进行文化拓展，让孩子感受数学之美，爱上数学课堂。

【讲义模块解读】

	阅读能力	沟通能力	探究能力	思辨性思维	创造性思维	抽象性思维
追本溯源	●		●		●	
新知探索	●	●	●	●	●	●
捉虫时刻	●		●	●		●
开放探究	●		●		●	
我是小讲师	●	●	●		●	●
延伸阅读	●		●	●		●

【培养多元能力】

本学期所学内容，在数学能力模块的分布如下：



此外，云学习平台在每讲加入口述题录制提交环节，加强师生互动，帮助孩子培养条理表达的能力。同时，我们的资源匹配依然丰富。

加油站+计算小超市：夯实基础，拓展可选的练习空间；

云学习平台：增加口述题录制功能的同时，为学员开放多学科资源共享。

在课程升级方面，我们还将不断探索，研究学习的科学，让孩子更科学的学习，持续优化，给孩子受益一生的能力！

学而思小学理科课程设计部

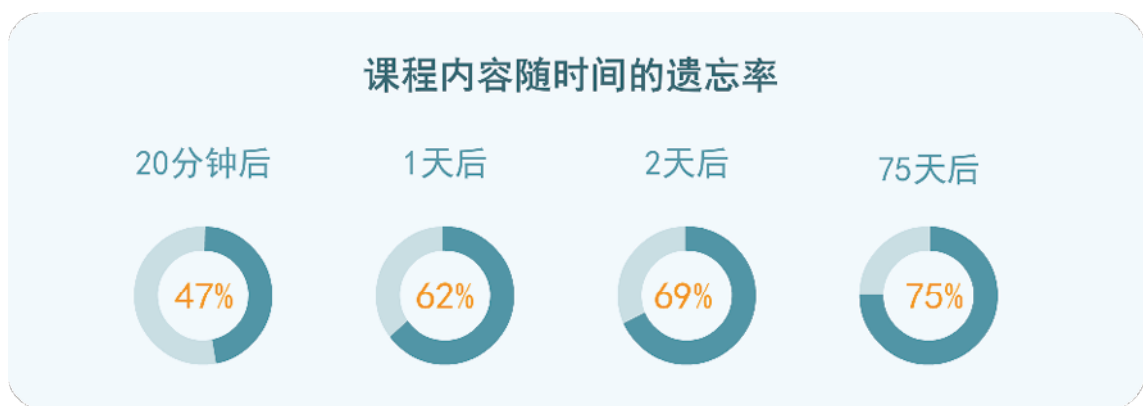
本册习惯

笔记习惯

为什么“笔记习惯”非常重要？

俗话说，好记性不如烂笔头，这就从一个侧面体现了笔记习惯的重要性。根据美国心理学家的一组实验，在听完一堂课的20分钟后，大部分人会忘掉课程内容的47%，75天之后会忘掉75%的内容。同时，对比记笔记与不记笔记的学生，在上课后的一段时间内，做笔记并且回顾笔记的学生，对课程内容的遗忘率远远低于不做笔记的学生。可以看出，笔记的记录对所学内容的记忆吸收是非常重要的。

课程内容随时间的遗忘率



学而思如何支持小朋友们养成良好的“笔记习惯”？

每讲后面的“学习笔记”环节，提醒小朋友们课上及时记笔记，整理课上所学到的知识、方法、思路，养成良好的学习习惯。同时小朋友们也可以在讲义的空白区域画出笔记区，记录补充题、方法技巧总结等内容。同时，笔记使用的关键不止于记录，更在于课后要使用笔记回顾所学内容，进一步加深记忆。

同时，每讲后面的“思维导图”环节，为小朋友们提供了一个整理本讲知识逻辑的工具——思维导图。思维导图又叫心智图，是英国著名心理学家Tony Buzan发明的一种表达发射性思维的图形思维工具，在多个领域都有广泛的应用。思维导图具有形象生动，结构清晰，层次分明的特点，能帮助我们更好地梳理思路，整理出一讲的知识脉络，用一种简洁、生动的方式来总结这一讲的内容，帮助我们进一步加深记忆。后续也会向小朋友们提供思维导图的课程和相关活动，帮助小朋友们更好地理解和使用这一学习工具，在后期讲义中，我们也会继续优化“思维导图”环节，给小朋友们提供发散思维、展现创造力的空间！



记录笔记时需要注意:

1. 笔记记什么?

①记知识提纲, 了解课程重点难点; ②记课堂中补充拓展的内容; ③记解题思路及重要数学思想方法等。

2. 如何处理听和记的关系?

有些同学过分依赖笔记而忽视思考, 上课只记不听。以为没听懂不要紧, 下课看笔记就行。但这样会导致我们对知识理解肤浅, 学习效率反而降低。所以一定要“听为主, 记为辅”, 做到边记边思考, 提炼出上课内容中的重点, 在整理笔记的过程中让自己对学到的知识产生更深的理解。

记笔记的过程也是一个积极思考的过程, 可调动眼、耳、脑、手一起活动, 促进了对课堂讲授内容的理解, 对照笔记进行复习时, 既有系统、有条理, 又觉得亲切熟悉, 因而复习起来, 事半功倍。

培养良好的笔记习惯, 在今后的学习、生活中持续为孩子赋能, 让孩子受益一生!

本册习惯

口述习惯

为什么“口述习惯”非常重要？



“教授他人”的学习内容平均留存率高达90%！

口述习惯的保持，可以促进“小讲师们”及时的整合所学知识，将自己所接收的信息及时转化为有条理的语言，清晰的传递给他人，同时，为了实现更清晰的表达，往往“小讲师们”在接收信息的时候会更加的专注，由此形成一个很好的良性循环。

学而思如何支持小朋友们养成良好的“口述习惯”？

每一讲的后面，都有一个口述模块，给小朋友们选取了一个口述题，用于讲授练习；

学而思云学习平台中提供了每讲口述题提交环节，支持小朋友们每节课录制一道口述题，上传至云学习平台，老师们会及时查看，给予一定的点评，同学们相互之间也可以查看，促进同班学习交流；

每年我们还会组织相关的口述交流活动，让小朋友们有机会展示风采，赢取礼物。

口述习惯需要小朋友做哪些准备？

1. 找到口述模块，通过课上所学，充分理解口述题所表达的要求，理解题意；
2. 为讲述清楚，做一定的准备，梳理思路，确定讲法与节奏，有的小朋友甚至会写一遍逐字稿，以便整理好自己的语言；
3. 录制之前提前演练，梳理清楚语言，语言最好简洁精练，且要注意要有给他人讲授的交流感，模仿是讲述流畅的第一步，上课的时候多观察、学习老师的讲课用语及互动方式；

最后，开启视频录制，提交视频。

口述习惯的养成不仅可以提升孩子条理表达的能力，还可以培养孩子及时倾听、肯定他人的意识。“小讲师们”今后可以多找机会给自己的好朋友们、家人们讲题，讲自己对各种事物的理解，变成“条理表达小达人”！表达能力的提高可以让孩子受益一生！

目录

8	分数加减.....	1
9	分数乘除.....	15
10	等量代换.....	33
11	分数应用题初步.....	47
12	比和比例.....	61
13	等积与一半.....	77
14	等高三角形.....	95
15	共角三角形.....	111

本讲能力·运算求解



第8讲 分数加减

分数加减

校内衔接

分数加法与减法



后续

分数乘除，分数四则混合计算

本讲

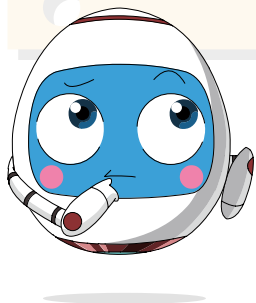
同分母（带）分数加减，异分母（带）分数加减

前铺

分数基本意义及性质，带分数与假分数的互化

追本溯源

小朋友们，你们知道《九章算术》中是如何计算分数加减法的吗？



探索

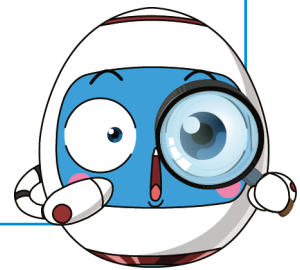
填空题：

(1) 根据题意填空：3个 $\frac{1}{7}$ 是_____，_____个 $\frac{1}{4}$ 是 $\frac{3}{4}$ 。

(2) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} =$ _____，表示：_____个 $\frac{1}{9}$ 加_____个 $\frac{1}{9}$ 是_____个 $\frac{1}{9}$ ，就是_____；

$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} =$ _____，表示：_____个 $\frac{1}{8}$ 减_____个 $\frac{1}{8}$ ，剩_____个 $\frac{1}{8}$ ，就是_____；

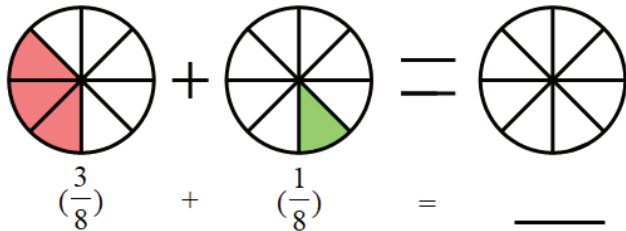
$1 - \frac{2}{3} =$ _____，表示：_____个_____减_____个 $\frac{1}{3}$ ，剩_____个 $\frac{1}{3}$ ，就是_____。



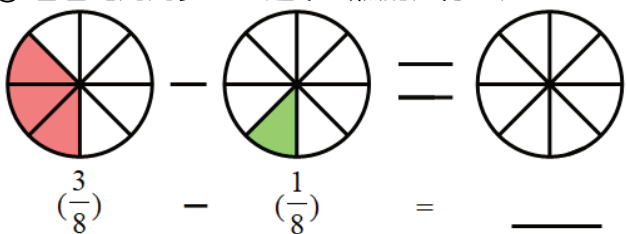
例题1

(1) 艾迪过生日，他和爸爸、妈妈三人吃完了一个蛋糕，妈妈吃了这个蛋糕的 $\frac{1}{8}$ ，爸爸吃了这个蛋糕的 $\frac{3}{8}$ 。

① 爸爸妈妈共吃了这个蛋糕的几分之几？



② 爸爸比妈妈多吃了这个蛋糕的几分之几？



(2) 根据上面问题你能得出什么结论，并计算下列各式。

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{9} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{9}{16} - \frac{3}{16}$$

$$1 - \frac{3}{11}$$

例题2

计算下列各式：（填带分数）

$$6\frac{1}{5} + 7\frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$15\frac{3}{8} + 2\frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4\frac{3}{5} + 11\frac{4}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7\frac{7}{8} + 9\frac{5}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

例题3

(1) 计算下列各式：（填带分数）

$$13\frac{3}{5} - 11\frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9\frac{5}{8} - 2\frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$24\frac{2}{5} - 11\frac{4}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

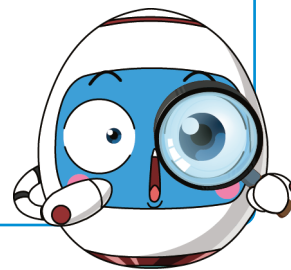
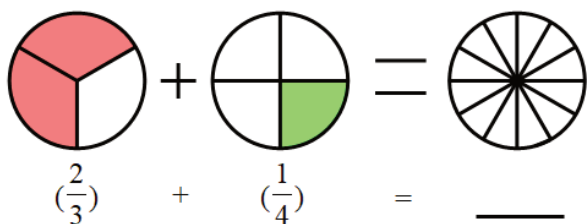
$$15\frac{3}{8} - 7\frac{7}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) $13\frac{4}{7} - 5\frac{2}{7} - 4\frac{5}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$15\frac{7}{13} + 12\frac{9}{13} - 7\frac{7}{13} = \underline{\hspace{2cm}}$$

探索

我们知道，单位不同的两个数是不能直接加减运算的，例如在计算3厘米+5毫米时，我们可以先将两个数统一到毫米单位，就变成30毫米+5毫米，于是就可以计算了。再例如在计算 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ 时，因为 $\frac{2}{3}$ 的分数单位是 $\frac{1}{3}$ ，而 $\frac{1}{4}$ 的分数单位是 $\frac{1}{4}$ ，两数的单位不一样，因此不能直接运算，我们需要将这两个数统一到同一单位(如 $\frac{1}{12}$)下计算。



例题4

脱式计算：

(1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{15}$.

(2) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$.

(3) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$.

(4) $\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$.

(5) $\frac{7}{12} - \frac{7}{15}$.

(6) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$.

例题5

脱式计算并填空：（请将计算结果化为最简分数）

$$9\frac{1}{6} + 5\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$2\frac{5}{8} + 3\frac{7}{12} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$2\frac{5}{9} - \frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$3\frac{5}{12} - 2\frac{11}{15} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

捉虫时刻

脱式计算： $7\frac{2}{5} + 4\frac{2}{3}$.

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

$$\begin{aligned} \text{解：} & 7\frac{2}{5} + 4\frac{2}{3} \\ & = 7\frac{6}{15} + 4\frac{10}{15} \\ & = 11\frac{16}{15} . \end{aligned}$$



挑战

脱式计算：

$$(1) \frac{5}{9} - \frac{4}{11} + \frac{1}{9}$$

$$(2) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$(3) \frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} .$$

$$(4) \frac{1}{4} - \frac{3}{10} + \frac{1}{3} .$$



挑战

脱式计算：

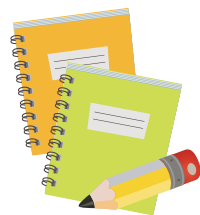
$$(1) 4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}$$

$$(2) 3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} .$$

$$(3) 8\frac{3}{10} + \frac{21}{4} + 2\frac{3}{4} .$$

学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.



思维导图



生活应用

如果4个人平分3个面包，我们都知道每人 $\frac{3}{4}$ 个，按这个大小来把每个面包切开就行。但古埃及人的思路却不是这样的，古埃及人只会用分子是1的分数，比如 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ ，却不会使用其他分数，比如 $\frac{3}{4}$ 。所以他们找一个尽可能接近 $\frac{3}{4}$ 的分子是1的分数，也就是 $\frac{1}{2}$ ，即把面包都切成两半，变成6个 $\frac{1}{2}$ ，4人每人拿1块；剩下的2个 $\frac{1}{2}$ 再各自切成两半，变成4个 $\frac{1}{4}$ ，每人再拿1块。这样，他们就不会也不需要知道 $\frac{3}{4}$ 是什么，这个概念对他们来说就是 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ 。

聪明的小朋友们，猜一猜，6个古埃及人平分4个面包是怎么分的？



我是小讲师

异分母分数加减法计算应该先做什么呢？请给家长讲一下吧！



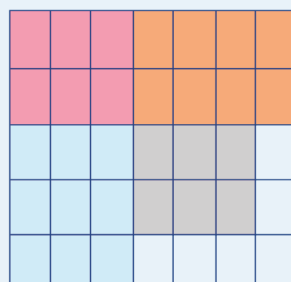
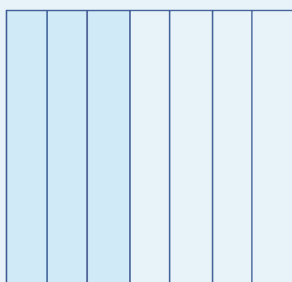
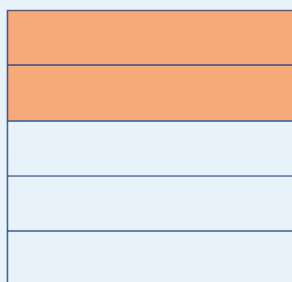
延伸阅读

加减法中，分母不同的时候，为什么一定要先通分呢？

根据定义，我们可以这样理解分数：把单位1平均分成分母份，取其中的分子份！分母不同的时候，意味着单位1被分成的份数不同，每份大小也不同，这就导致异分母的分数无法直接相加减。

那么，问题来了，异分母通分是怎么回事呢？

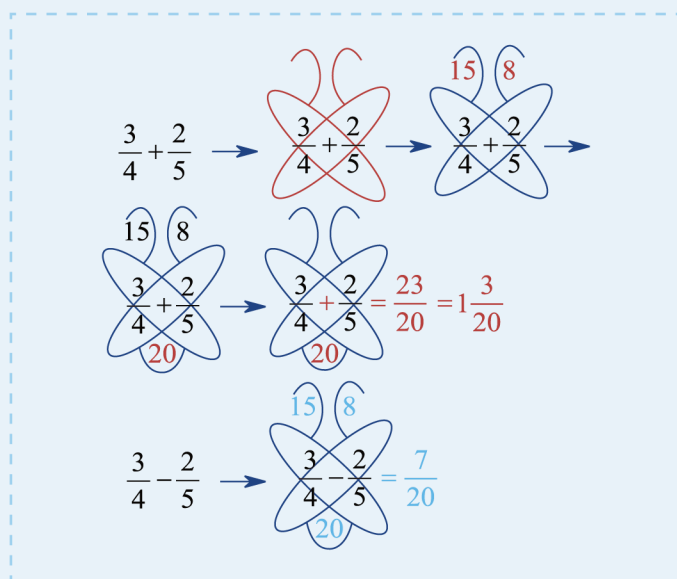
$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

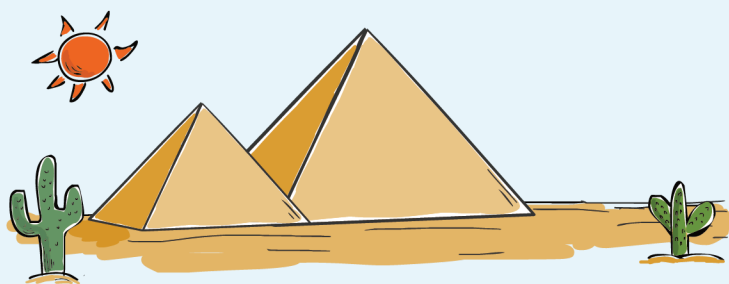
通分中的蝴蝶模型

异分母分数相加减，如果分母互质可以这样算：



埃及分数

古埃及人处理分数的方式比较特殊：他们只承认分子为1的“单位分数”。比如，对他们来说，描述 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{13}$ 这样的分数是没有问题的，但是描述 $\frac{2}{7}$ 怎么办？他们可以把它称作 $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ ，但是倔强的埃及人不允许自己用同一个分数两次，所以他们会改用 $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ 。



埃及金字塔是举世闻名的，表明古埃及人具有高超的建筑技巧和超凡的智力，难道最简单的现代分数也不懂？金字塔所蕴含的难道是一篇粗劣的作品？

讲一个古老的传说：

老人弥留之际，将家中11匹马分给3个儿子，老大 $\frac{1}{2}$ ，老二 $\frac{1}{4}$ ，老三 $\frac{1}{6}$ 。二分之一是5匹半马，总不能把马杀了吧，正在无奈之际，邻居把自己家的马牵来，老大二分之一，牵走了6匹；老二四分之一，牵走了3匹；老三六分之一，牵走了2匹。一共11匹，分完后，邻居把自己的马牵了回去。即 $\frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$



奇妙的埃及分数调动自己的潜在难度击败了敢于轻视他们的人们，并且给与嘲笑他的人以难堪的回答。

现代数学已经发展到十分抽象和复杂的程度，埃及分数显得有些粗糙，然而，它产生的问题直到今天仍然引起人们的重视。

四川大学已故校长柯召写道：“埃及分数所产生的问题有的已成为至今尚未解决的难题和猜想，他们难住了许多当代数学家”。

数独大作战



				1	
2		6			
			6	1	
6	5				
			2		4
		4			



高手

3分钟

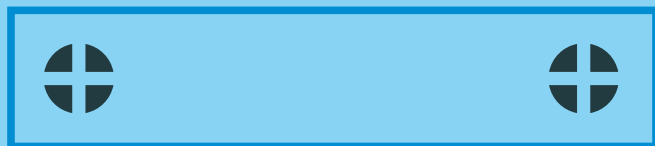
达人

5分钟

新星



六宫对角线数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫和两条对角线上都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·运算求解



第9讲 分数乘除

分数乘除

校内衔接

分数乘除法计算



后续

分数的比较大小
分小四则混合运算

本讲

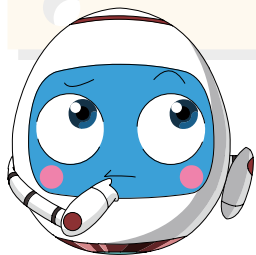
分数乘法计算
分数除法计算

前铺

分数的认识
分数加减法计算

追本溯源

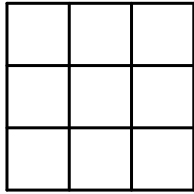
小朋友们，你们知道怎么把一个苹果平均分给三个人吗？



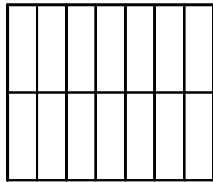
探索

涂一涂，算一算。

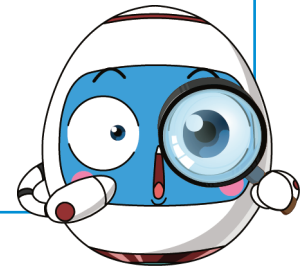
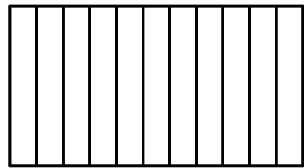
(1) 2个 $\frac{2}{9}$ 是多少？



(2) 3个 $\frac{3}{14}$ 是多少？



(3) 4个 $\frac{2}{11}$ 是多少？



例题1

$$(1) 17 \times \frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) \frac{2}{13} \times 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \frac{5}{9} \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) 8 \times \frac{3}{14} = \underline{\hspace{2cm}}$$

探索

如何计算 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$ 呢？

现在有一张长方形的纸，我们先画出其中的 $\frac{2}{5}$ ，然后再把这部分的 $\frac{1}{3}$ 涂上阴影，就能得到阴影部分占整体的 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$ 。

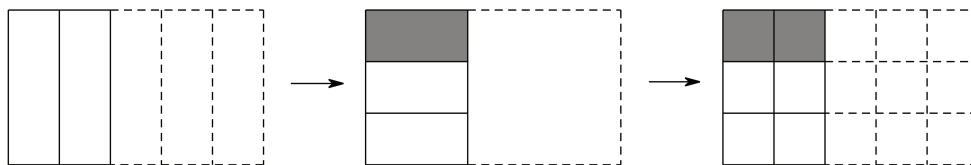
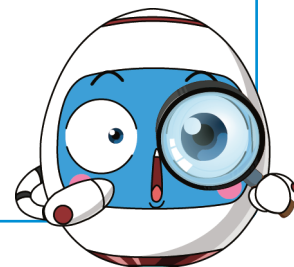


图1

请同学们用同样的方法画图并计算： $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = ?$



图2



例题2

(1) 脱式计算：

$$\frac{7}{9} \times \frac{8}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{15}{22} \times \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(2) 脱式计算：

$$\frac{12}{35} \times \frac{7}{24} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{22}{49} \times \frac{14}{33} = \underline{\hspace{2cm}}$$

例题3

$$(1) 2\frac{1}{12} \times \frac{6}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2\frac{2}{7} \times \frac{21}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) 3\frac{1}{7} \times 1\frac{3}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5\frac{1}{4} \times 2\frac{2}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) 4\frac{1}{2} \times \frac{4}{9} \times 1\frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 \times 2\frac{1}{4} \times \frac{4}{15} = \underline{\hspace{2cm}}$$

捉虫时刻

脱式计算： $2\frac{2}{5} \times \frac{2}{3}$ 。

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

$$\begin{aligned} \text{解：} & 2\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \\ & = 2 + \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \\ & = 2\frac{4}{15} . \end{aligned}$$

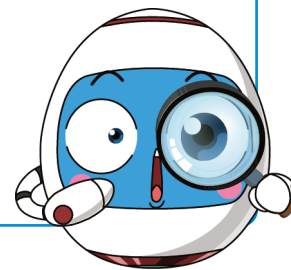
探索

回答下列问题：

(1) 计算并填空：

$$\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} = \underline{\quad\quad} ; \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = \underline{\quad\quad} ; \frac{1}{4} \times 4 = \underline{\quad\quad} ; 5 \times \frac{1}{5} = \underline{\quad\quad}$$

(2) 观察上面几道题，有什么特点？把你得到的结论写下来。



例题4

(1) 在括号中写出下列各数的倒数：

$$\frac{5}{9} (\quad) ; \frac{8}{7} (\quad) ; 7 (\quad) ; \frac{1}{6} (\quad) ; 5\frac{4}{7} (\quad) .$$

(2) 计算下列各题:

$$4 \div \frac{8}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{4}{5} \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{8}{21} \div \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

例题5

脱式计算.

$$(1) \frac{5}{6} \div 3\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2) 1\frac{1}{12} \div 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) 2\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) 1\frac{11}{14} \div 1\frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$



挑战

脱式计算.

$$(1) 1\frac{3}{4} \times \frac{3}{7} \div 1\frac{1}{2}$$

$$(2) \frac{3}{4} \div 1\frac{3}{4} \div 1\frac{1}{14}$$

$$(3) \frac{8}{21} \div 1\frac{1}{15} \times \frac{7}{30} \div 1\frac{1}{4}$$



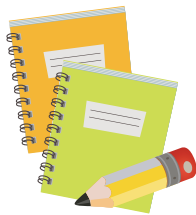
挑战

(1) 计算： $\frac{8}{15} \div 3\frac{1}{9} \times 1\frac{2}{5} \div 7\frac{4}{5} \div \frac{1}{13}$.

(2) 计算： $\left(\frac{12}{13} \times \frac{4}{5} \times 1\frac{1}{11}\right) \div \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{13} \times \frac{4}{11}\right)$.

学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.



思维导图



生活应用

再生纸是以废纸作原料，将其打碎、去色制浆，经过多种工序加工生产出来的纸张。回收的废纸可以加工出相当于废纸原重的 $\frac{4}{5}$ 的再生纸，因而被誉为低能耗、轻污染的环保型用纸。下图即为再生纸的标志。请同学们思考并计算：博士的办公室整理出100千克的废旧报纸、书籍，如果用于制造再生纸，可以制成多少千克的再生纸？



我是小讲师

分数乘法的运算法则是怎样的呢？



延伸阅读

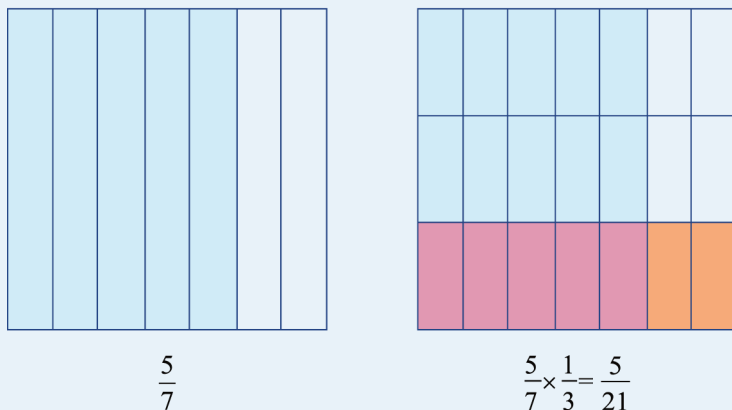
乘一个分数，该怎么破？

我们知道一个数乘整数，相当于把这个数相加整数次，比如：

$$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

那么一个数乘分数呢？比如

$\frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$ ，相对于“将 $\frac{5}{7}$ 相加 $\frac{1}{3}$ 次”的说法，“取 $\frac{5}{7}$ 的三分之一”更靠谱些。图解这个算式的过程，我们取整体的七分之五，在这个基础上再取三分之一，如下：



当我们算分数除法的时候，我们在干什么？

你一定已经将“除以一个分数就等于乘它的倒数”这句话烂熟于心，
but, why ???

我们不妨先从“自然数 \div 自然数”入手，重温一下除法的意义，例如：
 $10 \div 5$

1. 表示 10 中包含 2 个 5；
2. 表示把 10 平均分给 5 个人，可以等分 2 次；

在分数除法中这样的解释还行得通吗？例如 $\frac{4}{6} \div \frac{2}{6} = 2$

1. 表示 $\frac{4}{6}$ 中包含 2 个 $\frac{2}{6}$

2. 表示把 $\frac{4}{6}$ 平均分给 $\frac{2}{6}$ 个人，可以等分 2 次。

额(○○○)... 这么说好奇怪有木有！

因此，除法还是用包含意义来解释好一些。也不难发现，分数除法中，如果分母相同，不用借助倒数也可以进行计算

$$\frac{8}{11} \div \frac{2}{11} = 8 \div 2 = 4$$

$$\frac{7}{11} \div \frac{3}{11} = 7 \div 3 = \frac{7}{3}$$

像分数的加减法一样，分母相同时，不用借助倒数，直接运算就 OK！那么，分母不同的时候，我们进行通分，不就可以了嘛

$$\frac{7}{11} \div \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{11 \times 5} \div \frac{3 \times 11}{5 \times 11} = \frac{7 \times 5}{3 \times 11} = \frac{35}{33}$$

$$\frac{7}{11} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{11} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{11 \times 3} = \frac{35}{33}$$

认真比较两种方法，你会发现，经过通分，除法变成了乘法，原来的除数变成了本身的倒数，最后的结果是一样的。

在学习数学的时候，为了提高效率，我们会强调一些步骤性技巧性的知识，其实他们背后藏着更重要的概念性的核心知识，知其然，更要知其所以然哦！

数独大作战



			1		
1			3		
				2	1
2	6				
		2			
		4		5	



高手

3分钟

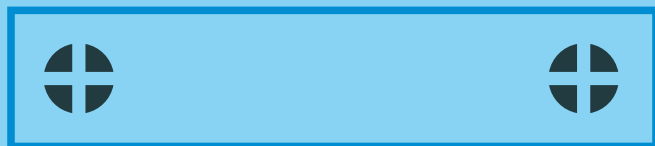
达人

5分钟

新星

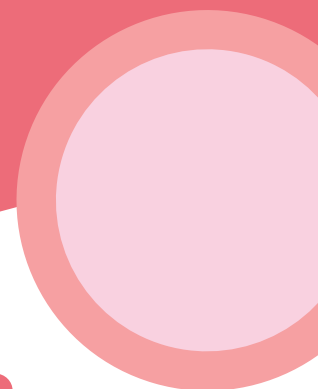
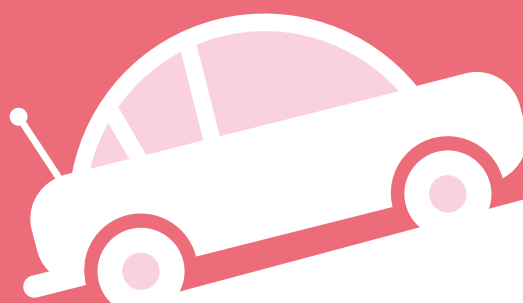


六宫对角线数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫和两条对角线上都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·实践应用



第10讲 等量代换

等量代换

校内衔接

简易方程



后续

应用题综合

本讲

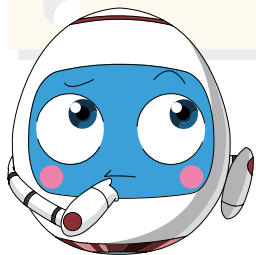
列方程解应用题

前铺

字母表示数

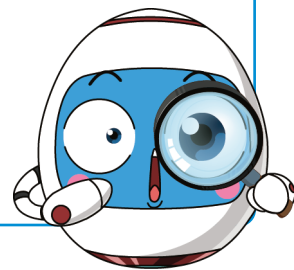
追本溯源

我国明代数学家吴敬所著的《九章算术比类大全》中，有一道数学名题叫“宝塔装灯”，内容为：远望巍巍塔七层，红灯点点倍加增；共灯三百八十一，请问顶层几盏灯？（倍增的意思是指从塔的顶层到底层，下层是相邻上层的两倍）



探索

学校买了2张桌子和3把椅子，共付了99元。一张桌子的价钱和4把椅子的价钱相等，一张桌子 _____ 元，一把椅子 _____ 元。



例题1

某学校购买5台普通台灯和3台调光台灯一共用了526元，如果用1台调光台灯换2台普通台灯还要多花8元，那么这两种台灯各购买4台需要 _____ 元。

例题2

(1) 小明去商店买了3袋同样的面包和2瓶同样的饮料,共花了22元,且买面包的钱比买饮料的钱多2元,则面包 _____ 元一袋,饮料 _____ 元一瓶.

(2) 5束月季与2束玫瑰共47元,3束月季比1束玫瑰多15元,则月季 _____ 元/束,玫瑰 _____ 元/束.

探索

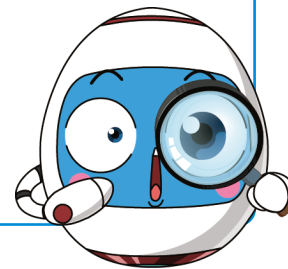
请问下图中绿叶= _____ ; 枫叶= _____ .



$$\text{绿叶} + \text{绿叶} + \text{绿叶} + \text{枫叶} + \text{枫叶} = 19$$

$$\text{枫叶} + \text{枫叶} + \text{绿叶} + \text{绿叶} = 16$$

$$\text{绿叶} = (\quad) \quad \text{枫叶} = (\quad)$$



例题3

(1) 小明买了4袋彩泥和3本笔记本，共花了29元；同店的小刚买了7袋彩泥和3本笔记本，共花了44元，则彩泥 _____ 元一袋，笔记本 _____ 元一本。

(2) 植树节当天，同学们去植树，每个女生植树都一样多，每个男生植树也都一样多，结果发现5个女生比4个男生多植1棵；3个女生比2个男生多植3棵。则每个女生植树 _____ 棵，每个男生植树 _____ 棵。

例题4

同学们帮老师搬书，每个男生搬的数量相同，每个女生搬的数量也相同。班长统计发现：第一批4个男生和3个女生共搬了25摞书，第二批3个男生和2个女生共搬了18摞书。则每个男生搬了 _____ 摞书，每个女生搬了 _____ 摞书。

捉虫时刻

4本笔记本比3支圆珠笔贵8元；2支圆珠笔比3本笔记本便宜7元，则圆珠笔多少元一支？
马马虎做此题时，他找出如下等量关系：4本笔记本-3支圆珠笔=8；2支圆珠笔-3本笔记本=7。
结果没有计算出来。小朋友们，帮马马虎检查一下哪有问题吧。

例题5

小明的书柜有上下两层，他在整理书柜时发现：如果把上层的15本书放到下层，下层就是上层书的6倍；如果把下层的10本书放到上层，上层就和下层一样多。那么小明的书柜里共有 _____ 本书。

挑战

权权与杰杰一起在水果店买水果，权权买了3千克苹果和2千克梨，共花了13元，杰杰买了2千克苹果和3千克梨，共花了12元，则1千克苹果多少元，1千克梨多少元？

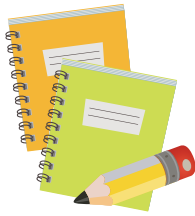


挑战

一群小朋友去春游，男孩戴小黄帽，女孩戴小红帽。在每个男孩看来，黄帽子比红帽子多5顶；在每个女孩看来，黄帽子是红帽子的2倍。问：男孩、女孩各有多少人？

学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



思维导图

列方程解应用题步骤

等量代换

解方程(组)方法

生活应用

唐代有位尚书官叫杨损，有学问，会数学，还能任人唯贤。

有一天，朝廷要在两个小官吏中提拔一个做大官，因为这两个人情况不相上下，所以负责提升工作的官吏感到为难，便去请教杨损。杨损略加思索便说：“一个官员应该具备的一大技能就是速算，让我出题考考他们。谁算得又快又准就提拔谁。”两个小官吏被招来后，杨损出了一题：

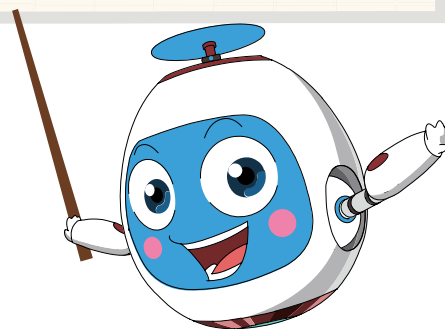
“有人在林中散步，无意中听到几个强盗在商讨如何分赃。为了探听强盗的虚实，这人听强盗说道，如果每人分6匹布，则余5匹；每人分7匹布，则少8匹。试问共有 _____ 个强盗， _____ 匹布。”

其中一个小官吏略加思索便说出了答案，得到了升迁，你知道他是怎么计算的吗？你也来试一试吧！



我是小讲师

学完本讲的内容，能说说用方程解应用题的优势在哪吗？可以用例题举例说明一下噢！



解方程趣事知多少

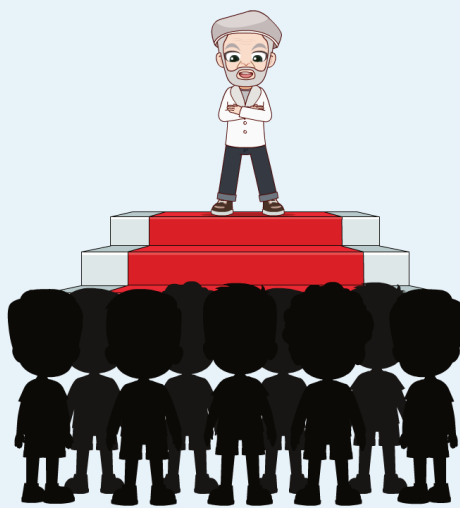
武侠故事读来往往让人回味无穷，荡气回肠。其实在数学的发展历史中，也曾出现过这种类似的故事，甚至比武侠故事更让人回味。



学生时代我们会学习一元一次方程和一元二次方程求解，那你知道人类是何时会求解这些方程的吗？一元一次方程最早见于约公元前1600年的古埃及时期。公元前2000年左右，古巴比伦的数学家就能解特殊的一元二次方程了。公元前300年左右，古希腊的欧几里得提出了用一种更抽象的几何方法求解一元二次方程。

一元二次方程的解决促使人们进一步思考，一元三次方程是否能找到求解公式呢？经历了两千多年，一个叫费罗的数学家终于找到了 $x^3+px=q$ 类的缺项三次方程的求解公式。然而，费罗却没有将自己的成果公开，凭借这一独门功夫，费罗称霸意大利的数学江湖多年，临终才传给了自己的弟子费奥尔。自然费奥尔也没有将其公布于众。

但不久之后，有一个叫尼科洛·塔尔塔利亚的数学家对外声称自己也会求解一元三次方程（塔尔塔利亚找到了缺少一次项的正系数三次方程 $x^3+px^2=q$ 的一般解法）。费奥尔听后很是愤怒，强调自己才是武林正宗，爆发口水大战并最终约定在米兰的圣玛利亚大教堂进行决战，两个人各自带30道题过去，以50天为期，谁解出的题目越多谁就获胜，华山论剑就此开始。



比赛的结果是，费奥尔交了白卷，塔尔塔利亚不到2个小时就成功解出了30道题目。塔尔塔利亚成为了新一代的武林盟主，雄霸天下。塔尔塔利亚成功后，更加专注于一元三次方程的解法研究，最终找到了一元三次方程的一般解法。但他也像费罗一样不轻易示人。

1539年，吉罗拉莫·卡尔达诺向塔尔塔利亚讨教三次方程的解法，并发誓保密。1540年卡尔达诺解出了三次方程，并传给了自己的弟子卢多维科·费拉里。费拉里在分析了三次方程求解的方法后，不久找到了一元四次方程的求解公式。1545年，卡尔达诺将一元三次方程和一元四次方程求解的方法发表在了自己出版的《大衍术》一书中。但同样的剧情再次上演，由于卡尔达诺违背了保密的誓言，塔尔塔利亚与卡尔达诺爆发了口水战。塔尔塔利亚还派出去了杀手。最后，塔尔塔利亚与卡尔达诺约定决斗。决斗那天，卡尔达诺并未出现，而是他的学生费拉里前去应战，费拉里通过解出一元四次方程打败了塔尔塔利亚。

在得到了一元四次方程的求解公式后，数学家们信心满满的向一元五次方程发起了挑战。但可惜的是，经过了300多年的寻找，一无所获。19世纪，挪威数学家阿贝尔和法国数学家伽罗瓦几乎同时解决了这个问题，他们证明了“一元五次方程和五次以上方程无求解公式”。一个困扰千年的问题终于尘埃落定。

数独大作战



	5		6		
6			5		
				2	6
2	3				
		2			5
		1		4	



高手

3分钟

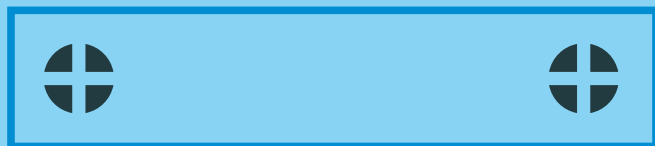
达人

5分钟

新星

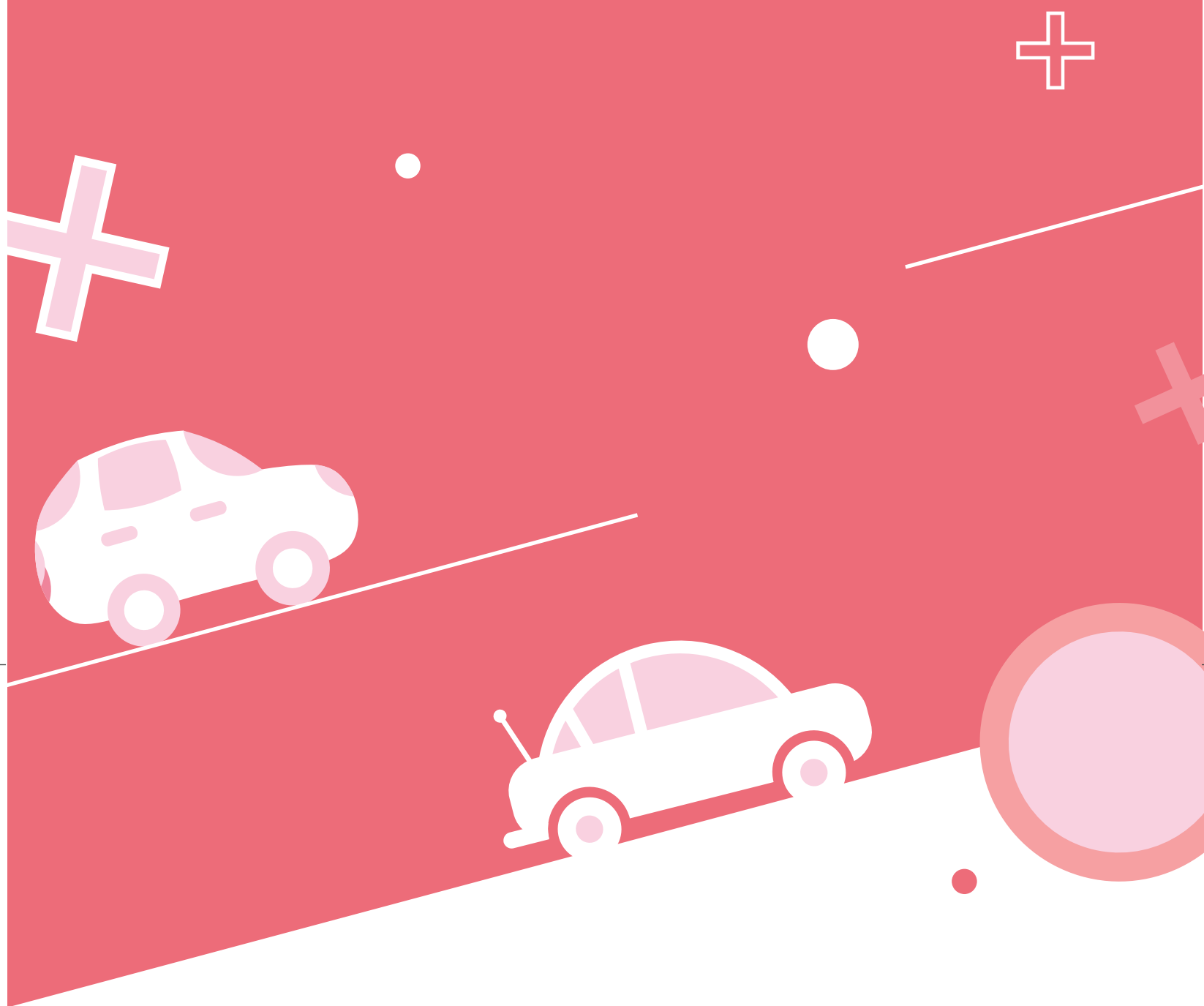


六宫对角线数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫和两条对角线上都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·实践应用



第11讲

分数应用题初步

分数应用题初步

校内衔接

分数加减，分数乘除

前铺

分数乘除

本讲

分数应用题
量率对应

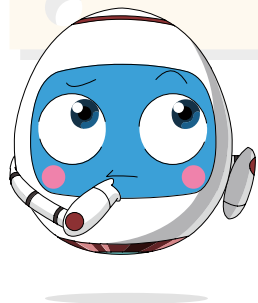


后续

比例应用题

追本溯源

小朋友们，你们听说过丢番图吗？



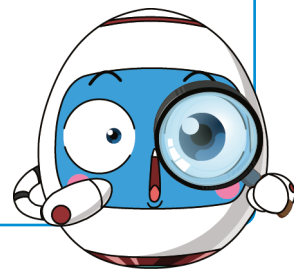
探索

填空

(1) 20是4的 _____ 倍；4是20的 _____ (填分率)；

(2) 3是7的 _____ (填分率)；7是3的 _____ (填分率)；

(3) 如果甲是乙的3倍，那么乙是甲的 _____ (填分率)。



例题1

计算填空：

(1) 一个班上共有45名同学，其中有25名男生，那么男生占全班的 _____ (填分数)，女生占全班的 _____ (填分数) 男生占女生的 _____ (填分数)，女生占男生的 _____ (填分数)。

(2) 一本书看了全部的 $\frac{1}{5}$ ，还剩 _____ 没看(填分数)。

(3) 一本书上午看了全部的 $\frac{1}{4}$ ，下午又看了全部的 $\frac{1}{6}$ ，还剩 _____ 没看(填分数)。

例题2

回答下列问题：

(1) 甲数是33，乙数是甲数的 $\frac{6}{11}$ ，乙数是多少？

(2) 甲、乙一共有25张积分卡，其中甲的积分卡是总数的 $\frac{2}{5}$ ，甲有多少张？

(3) 甲原有100张积分卡，现将其中的 $\frac{3}{10}$ 给了乙，还剩多少张？

例题3

解答下列各题：

(1) 水果店有600个苹果，上午卖了总数的 $\frac{1}{4}$ ，下午卖了总数的 $\frac{1}{5}$ ，还剩多少个苹果？

(2) 水果店有600个苹果，卖了总数的 $\frac{2}{5}$ ，又运来总数的 $\frac{1}{4}$ ，此时水果店有多少个苹果？

例题4

请回答下列问题：

(1) 薇儿看一本故事书，第一天看了40页，看了全书的 $\frac{1}{5}$ ，这本书共多少页？

(2) 薇儿看一本故事书，第一天看了60页，还剩下全书的 $\frac{4}{7}$ 没看，这本书共多少页？

(3) 薇儿看一本故事书，第一天看了50页，第二天看了全书的 $\frac{1}{6}$ ，还剩200页没看，这本书共多少页？

捉虫时刻

小明看一本故事书，第一天看了全书的 $\frac{2}{5}$ ，还剩48页没有看。这本故事书一共多少页？

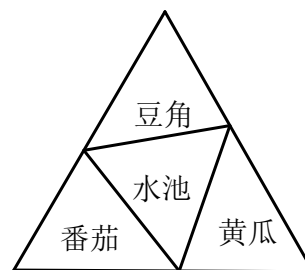
马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

$$48 \div \frac{2}{5} = 120 \text{ (页)}$$

答：这本故事书一共120页。

挑战

一块三角形菜地，被分成了四个小三角形，其中三个用来种蔬菜，中间部分为水池，如图所示。其中种豆角的占总面积的 $\frac{1}{4}$ ，种黄瓜的占总面积的 $\frac{1}{6}$ ，种番茄的占总面积的 $\frac{1}{3}$ ，水池的面积为15平方米，求黄瓜地的面积。

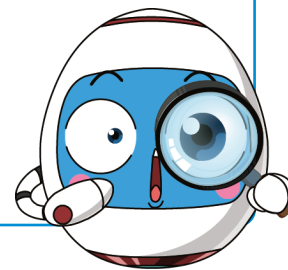


探索

请回答下列问题：

(1) 甲比乙少 $\frac{3}{7}$ ，那么甲是乙的 $(\frac{\quad}{\quad})$ 。

(2) 甲比乙多 $\frac{3}{5}$ ，那么甲是乙的 $(\frac{\quad}{\quad})$ 。



例题5

解答下列各题：

(1) 水果店上午卖了150个苹果，下午比上午多卖 $\frac{2}{5}$ ，下午卖了多少个苹果？

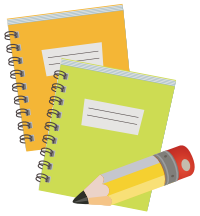
(2) 水果店下午卖了60个苹果，下午比上午少卖 $\frac{1}{3}$ ，上午卖了多少个苹果？



某校三年级有学生240人，比四年级多 $\frac{1}{4}$ ，比五年级少 $\frac{1}{5}$ 。四、五年级各多少人？

学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



思维导图



生活应用

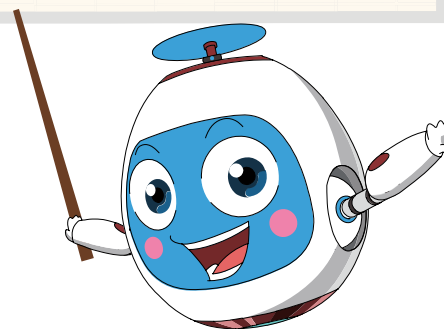
每到新年、春节等节日，商家一般都会举办花样繁多、声势浩大的促销活动，很多商品此时都会打折，而且有些降价幅度非常之大。但实际上，很多商家并没有真的把价格下调那么多，他们往往会采取非常隐蔽的手段来操控价格。比如有的商家，会在节日促销活动开始之前的一段时间，偷偷把价格上调，使其高于平时的定价，等到促销活动开始的时候再宣布打折，伪装成降价很多的样子，来吸引消费者购买。

比如某商家卖衣服，促销的时候搞了一个活动，宣称该种类的衣服打9折（即价格是标价的 $\frac{9}{10}$ ），但是他们在促销活动开始之前，已经偷偷把原价格提升了 $\frac{1}{10}$ ，那么请你想一想，这件衣服相比于原价，到底有没有降低呢？

我是小讲师

分析下面的问题，并把你的思路讲给爸爸妈妈听吧！

一个工人加工一批机器零件，第一天完成任务的 $\frac{1}{5}$ ，第二天完成任务的 $\frac{1}{2}$ ，两天共完成70个。问这批零件共有多少个？



单位“1”是谁？

漫画



这个故事包含的数学现象在经济生活中经常出现，你能找出每次上涨下降的单位“1”是谁吗？

数独大作战



	2	1			
			5	2	
3		2			
			3		2
	3				
					4



高手

3分钟

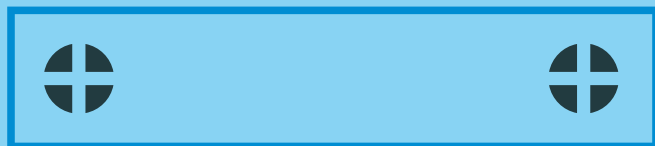
达人

5分钟

新星



六宫连续数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。相邻两格间标有黑色粗线的，这两格内所填数字之差为 1；相邻两格间没有标黑色粗线的，这两格内所填数字之差不能为 1。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·运算求解



第12讲 比和比例

比和比例

校内衔接

比和比例



后续

比例应用题

本讲

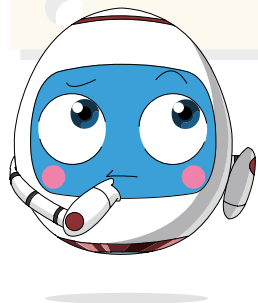
比的定义和性质，化连比；比例的定义和性质

前铺

分数的认识与计算

追本溯源

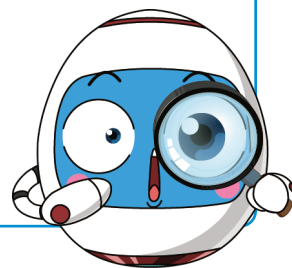
同学们知道拿破仑测量莱茵河宽度的故事么？



探索

两个数相除，又叫作两个数的比，即 $a \div b$ 也可以写作 $a : b$ ，比号前面的叫作前项，后面的叫作后项。比的结果叫作比值。在我们了解比之后，就可以把比，除法，分数联系起来。请同学们探索一下它们之间的联系，并完成下表吧。

比	除法	分数
前项	被除数	——
后项	——	——
比值	——	——



例题1

填空：

(1) 比的 _____ 和 _____ 同时乘或除以相同的数（零除外），_____ 不变。如： $20:25 =$ _____， $3.4:5.1 =$ _____。

(2) 比可以清楚地展示两个数的大小关系；客车能载20人，轿车能载4人，那么两车载客量之比为 _____；客车的速度为30千米每时，轿车的速度为60千米每时，那么两车速度之比为 _____。

(3) 糖果店有30颗牛奶糖，而且牛奶糖和巧克力糖的比是3:2，那么糖果店有 _____ 颗巧克力糖。

例题2

(1) 求下面各比的比值。

$18 : 72$

$5 : \frac{2}{5}$

$0.15 : 3.5$

$\frac{1}{3} \text{ 时} : 40 \text{ 分}$

$1.2 \text{ 米} : 60 \text{ 厘米}$

$\frac{2}{9} : \frac{4}{15}$

(2) 化简比 (最终仍然是比的形式)

$5 : 35 = \underline{\quad\quad} ;$

$0.6 : 3.2 = \underline{\quad\quad} ;$

$\frac{13}{24} : \frac{13}{12} = \underline{\quad\quad} ;$

$1001 : 91 = \underline{\quad\quad} ;$

$12 : 18 : 30 = \underline{\quad\quad} ;$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \underline{\quad\quad} .$

捉虫时刻

将 $\frac{3}{5} : \frac{6}{7}$ 化成最简整数比。

马马虎的解题过程如下，请你检查一下是否正确，如果不对，请帮忙改正。

解：先找 $[5, 7] = 35$ ，比的前项和后项同乘35， $\frac{3}{5} : \frac{6}{7} = 21 : 30$ 。

例题3

解答下列问题。

(1) $A : B = 2 : 3$, $B : C = 3 : 4$, 则 $A : B : C =$ _____ .

(2) $A : B = 2 : 3$, $B : C = 9 : 5$, 则 $A : B : C =$ _____ .

(3) $A : B = 2 : 3$, $B : C = 2 : 3$, 则 $A : B : C =$ _____ .



挑战

解答下列问题。

(1) 已知 $7x = 8y$ ，则 $x : y =$ _____。

(2) 已知 $2a = 3b = 5c$ ，则 $a : b : c =$ _____。

探索

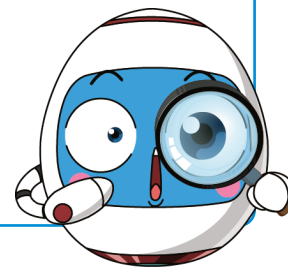
比例是表示两个比相等的式子。比如 $2 : 4$ 比值是 0.5 ， $50 : 100$ 的比值也是 0.5 ，所以 $2 : 4 = 50 : 100$ 。下面哪组中的两个比可以组成比例呢，同学们来探索一下吧！（ ）。

A. $3 : 5$ 和 $5 : 7$

B. $\frac{5}{9} : \frac{4}{3}$ 和 $1 : 2\frac{2}{5}$

C. $20 : 5$ 和 $1 : 4$

D. $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 和 $2 : 3$



例题4

填空。

(1) 表示 _____ 相等的式子叫做比例，例如： $12:10=6:_____$ ；组成比例的四个数，叫做比例的 _____，两端的两项叫做比例的 _____，中间的两项叫做比例的 _____。

(2) 比与比例并不是同一个概念；比表示两个数相除的关系，由两项组成，任意两个非零数 _____（填“一定”或“不一定”）都能组成比；比例是表示两个比相等的关系，由四项组成，任意四个数 _____（填“一定”或“不一定”）都能组成比例。

(3) 根据比例的定义填空

$$5:6=7:(), 7:9=():5.$$

例题5

解比例。

$$(1) x : 2 = \frac{7}{6} : \frac{1}{12} .$$

$$(2) \frac{x}{2.7} = \frac{8}{4.5} .$$

$$(3) \frac{x}{0.8} = 0.3 : 4 .$$

挑战

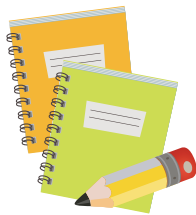
解下列比例方程。

$$(1) 5(x + 5) : 6(x - 2) = 20 : 3 .$$

$$(2) \frac{5(x - 3)}{6} = \frac{2(x + 1)}{3} .$$

学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



思维导图



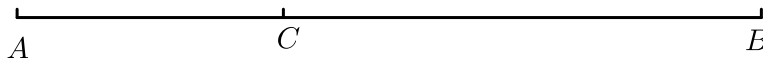
生活应用

我们常常听说“黄金分割”这个词，“黄金分割”当然不是指怎样分割黄金，这是一个比喻的说法，就是说分割的比例像黄金一样珍贵。那么这个比例是多少呢？是0.618。

0.618是一个十分有趣的数字，通过简单的计算就可以发现：

$$0.618 : 1 = 0.618 ; 1 : (1 + 0.618) \approx 0.618 ;$$

把一条线段 AB 分割为两部分，较短部分 AC 与较长部分 CB 之比等于较长部分 CB 与整体长度 AB 之比，其比值取近似值就是0.618。由于按此比例设计的造型十分美丽，因此称为黄金比例。



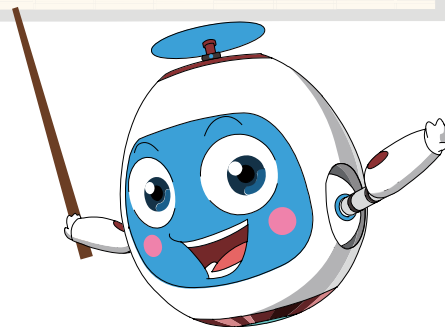
黄金比例在实际生活中的应用非常广泛，建筑物中某些线段的比就采用了黄金分割；舞台上的报幕员并不是站在舞台的正中央，而是偏在台上一侧，以站在舞台长度的黄金分割点的位置最美观，声音传播的最好；就连植物界也有采用黄金分割的地方，如果从一棵嫩枝的顶端向下看，就会看到叶子是按照黄金分割的规律排列着的。我们人体的结构中就有许多比例关系接近0.618，最完美的人体比例为：

头顶到肚脐的距离:肚脐到脚底的距离= 0.618，

小朋友们，请你测量一下自己的身体比例，看看是否接近0.618呢？

我是小讲师

请你根据今天所学方法，解决如下问题：如果甲:乙=5:8，乙:丙=6:5，那么甲:乙:丙是多少？请边写过程边讲解你的解题思路。



比例问题

纸张是同学们学习生活中必不可少的学习用品，那么你真的了解你手中的纸吗？

过去我们国家纸张的大小都是以“开”来表示的，一般常用的印刷用纸尺寸为 $889\text{mm} \times 1194\text{mm}$ ，称为全开纸，对折后称为“对开”（或二开），对折再对折为四开，以此类推，我们的书本多为 16 开与 32 开。

不过现在我国采用的是国际标准——把幅面规格分为 A 系列、B 系列和 C 系列，规格为 A0 的尺寸为： $841\text{mm} \times 1189\text{mm}$ ，面积为 1 平方米；B0 的尺寸为： $1000\text{mm} \times 1414\text{mm}$ ，面积为 1.414 平方米；C0 的尺寸为： $917\text{mm} \times 1279\text{mm}$ ，面积为 1.2 平方米。再依次对折就得到了 A1、A2、A3、B1、B2 等等一系列大小的纸张。

大家有没有想过这个问题：为什么 1 平方米的纸张不是边长为 1 米的正方形，而是边长看上去没有规则的长方形？

要回答这个问题，先要考虑另一个问题：一张纸，怎么裁出它面积的一半？

当然是沿纸的中线剪开就可以了嘛！

没错，在复印时我们经常要把一张图片缩小到原来面积的 $\frac{1}{2}$ ，如果一个图形印在长宽 1:1 的纸张上，要转印到面积是它的一半的纸上会出现什么情况呢？看看下面的艾迪薇儿你就知道了。两个人似乎都胖了些，胖的原因自然不是他俩缺乏锻炼，而是——比例。



1:1 纸张上的艾迪薇儿



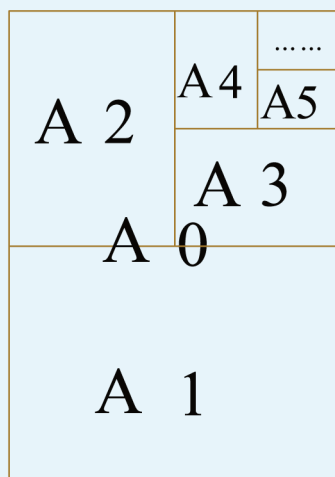
2:1 纸张上的艾迪薇儿

那么怎么保证纸张在多次裁剪后长宽比不变呢？

现在我们取一张长为 x ，宽为 1 的长方形纸张，对折之后长宽分别变为 1 和 $\frac{x}{2}$ ，那么为了保证比例不变，就要求 $x:1=1:\frac{x}{2}$ ，化简得 $x^2=2$ ，解得： $x=\sqrt{2}$ ，所以原长方形纸张的长宽比为 $\sqrt{2}:1$ 。

注： $\sqrt{2}$ （根号2）是个无理数，约等于 1.414 ，引发第一次数学危机的就是它哦！我们以后到了初中就会学到了！

这就是与黄金比例 $0.618:1$ 齐名的白银比例 $\sqrt{2}:1$ ，也叫做利希腾贝格比例，有意思吧？数学就是这样在不知不觉中影响并改变着我们的生活。



A 系列纸张规格

数独大作战



3				1	
			2		
			5		
	1				4
5		1			
			5		1



高手

3分钟

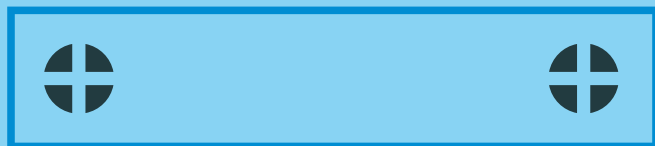
达人

5分钟

新星



六宫连续数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。相邻两格间标有黑色粗线的，这两格内所填数字之差为 1；相邻两格间没有标黑色粗线的，这两格内所填数字之差不能为 1。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

等积与一半

校内衔接

平行四边形和梯形



后续

等高三角形

本讲

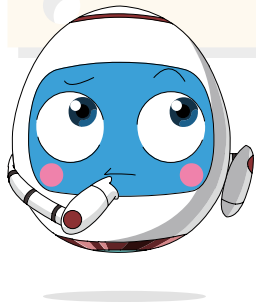
平行线间的等积变形
面积中的一半关系

前铺

三角形的认识以及面积计算

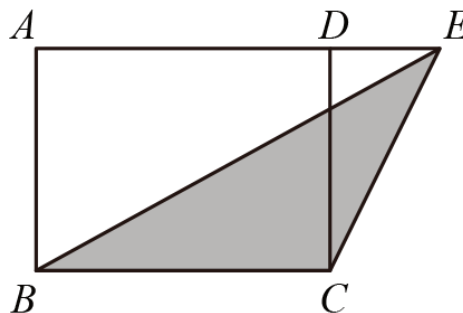
追本溯源

小朋友们知道什么是平行线吗？你在生活中发现了哪些平行线？

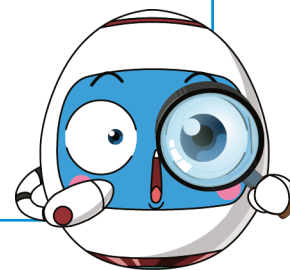
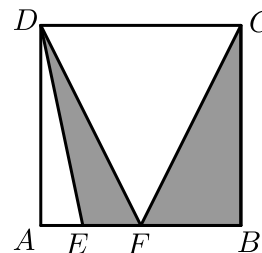


探索

(1) 如图, 大长方形的面积是50, 阴影部分的面积为 _____ .

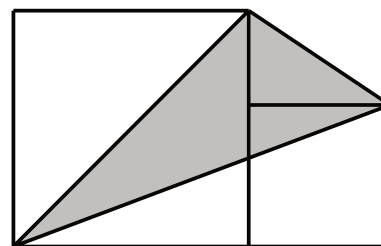


(2) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为18, $AE = 4$, 求阴影部分的总面积 () .

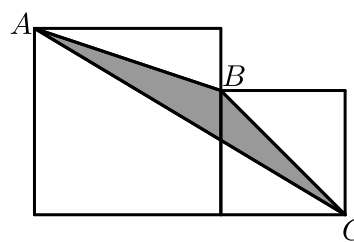


例题1

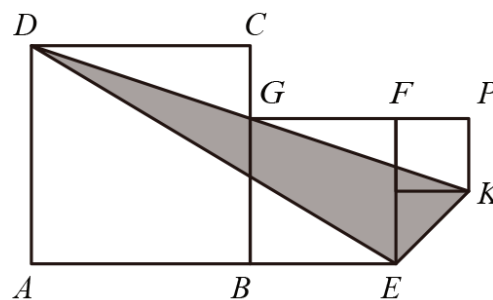
(1) 如图所示，边长为5、3的正方形并排放置，则阴影部分面积为 _____ .



(2) 下图是由大、小两个正方形组成的，大正方形的边长为10，小正方形的边长是7，三角形ABC的面积是 _____ .

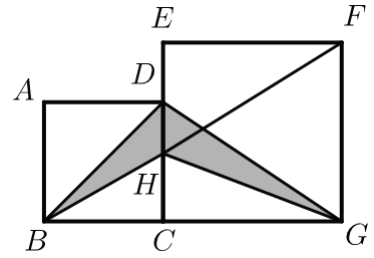


(3) 如图，有三个正方形的顶点D、G、K恰好在同一条直线上，其中正方形GFEB的边长为5厘米，阴影部分面积为 _____ 平方厘米.

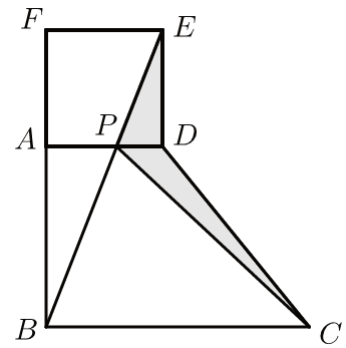


例题2

- (1) 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $ECGF$ 并排放置， BF 与 CD 相交于点 H ，已知 $AB = 15$ 厘米，则阴影部分的面积是 _____ 平方厘米。



- (2) 四边形 $ABCD$ 是个直角梯形，以 AD 为一边向外作长方形 $ADEF$ ，其面积为6.36平方厘米。连接 BE 交 AD 于 P ，再连接 PC 。则图中阴影部分的面积是 _____ 平方厘米。



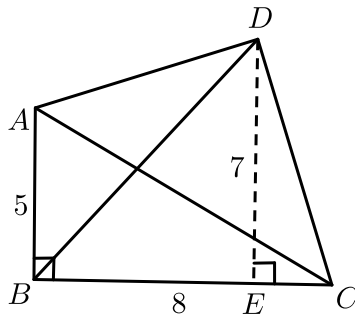
捉虫时刻

如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 8$ ， $DE = 7$ ， $\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$ ，求三角形 BCD 的面积。

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

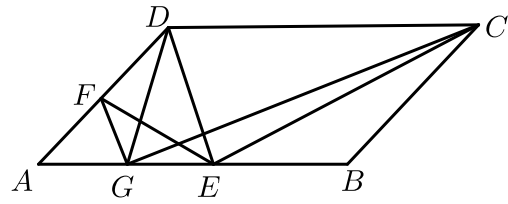
解：因为三角形 ABC 是直角三角形，则 $S_{\triangle ABC} = 5 \times 8 \div 2 = 20$

根据等积变形，所以 $S_{\triangle BCD} = 20$



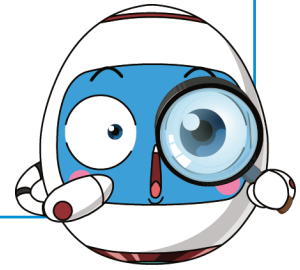


如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， DE 平行于 FG ，连接 CE 、 CG 、 DE 、 DG 、 FE 、 FG ，那么与 $\triangle CEG$ 面积相等的三角形一共有哪些？



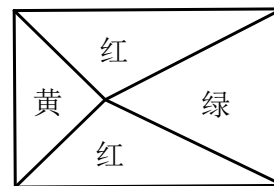
探索

下图是一个长方形花圃，现在想在花圃中种上两种不同的鲜花，要求两种鲜花的占地面积相同，小朋友，你能想到多少种不同的分割方法？

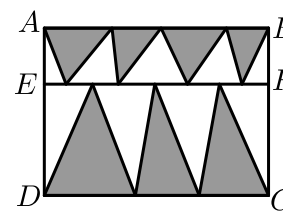


例题3

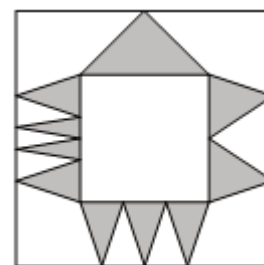
- (1) 如图所示，一个长方形分成4个三角形，其中红色的两部分面积相同，均为25，黄色部分的面积是20，则绿色部分的面积是 _____ 。



- (2) 如右图， $ABFE$ 和 $CDEF$ 都是矩形， AB 的长是12厘米， BC 的长是9厘米，那么图中阴影部分的面积是 _____ 平方厘米。

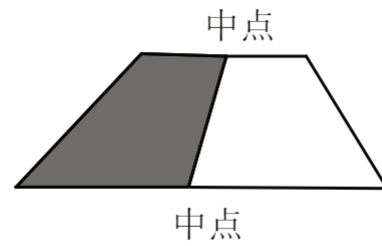


- (3) 如图所示，大正方形的边长为10cm，小正方形的边长为5cm，那么，阴影部分的面积是 _____ 平方厘米。

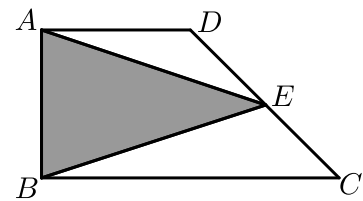


例题4

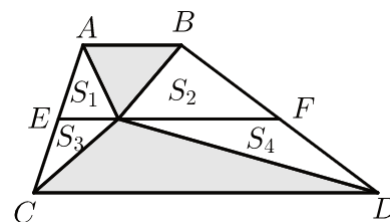
(1) 下图梯形的面积为36平方米，那么阴影部分的面积为()平方米。



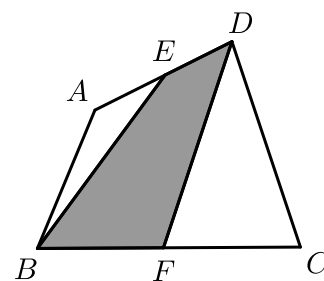
(2) 如图所示，四边形 $ABCD$ 是直角梯形，面积是400， E 是 DC 的中点。求阴影部分的面积。



(3) 如图，在梯形 $ABDC$ 中， E 是 AC 的中点， F 是 BD 的中点。 S_1 和 S_2 的面积分别是5和15，梯形 $ABDC$ 的面积为()。

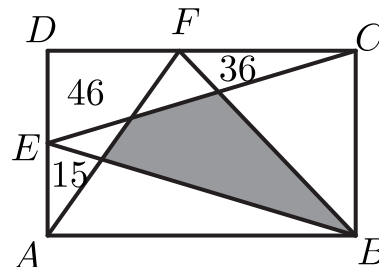


(4) 如图，已知四边形 $ABCD$ 中， E 为 AD 边的中点， F 为 BC 边的中点，且 $S_{EDFB} = 10\text{cm}^2$ ，
则 $S_{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$ 。



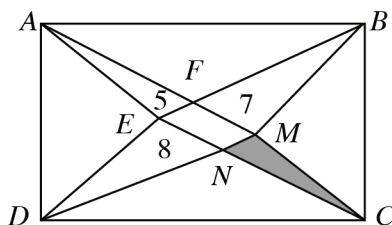
例题5

如图，长方形 $ABCD$ 的边上有点 E 、 F ，线段 AF 、 BF 、 CE 、 BE 把长方形分成若干块，其中三个小块的面积标注在图上，求图中阴影部分的面积。



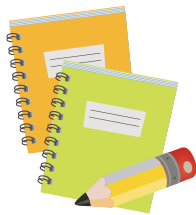
挑战

如图所示，长方形 $ABCD$ 中，其中三个小三角形的面积已经在图中标出，则阴影部分的面积为_____。



学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.

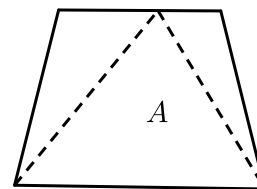


思维导图



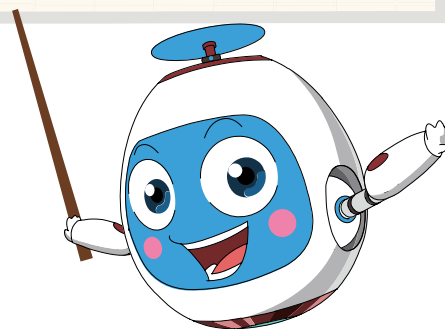
生活应用

商店里有下图中的巨大梯形巧克力，艾迪来到商店，想买梯形巧克力中的A部分，而商店的老板就不太开心了，因为剩下两小块的话就不好再卖出去，如果剩下的是一整块的话，老板可以卖给艾迪。但是艾迪就想买A这么大面积的一块巧克力，请问：你能想到一种切法可以同时满足艾迪和商店老板的要求吗？



我是小讲师

小朋友们，快给爸爸妈妈讲一讲，并排放置的正方形同方向对角线有什么关系吧！



延伸阅读

小朋友们，通过今天的学习，我们知道了如何将图形分为一半一半，那么你有没有考虑过，如何将图形分成三等分、四等分、五等分呢？在数学上，能以自身形状为模板分成几个相等部分的图形，叫自等分图形。

我们除了可以通过研究这种图形看看它们可以怎么分之外，还可以用几个自等分图形组合成相似形状的大的自等分图形。这样自等分图形既可以无限分割又可以无限扩张，形成具有自相似特征的分形图案。

1. 自等分图形分类

1. 简单等分

对于有些图形来说，只要我们找到它的中位线或者等分点，就可以直接完成等分，比如三角形、平行四边形、长方形等。

观察下图的三角形，我们找到了它各边的二等分点、三等分点、四等分点，可依次将图形分为4个、9个、16个……

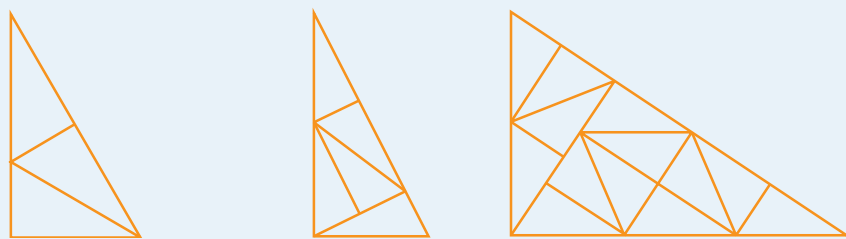


小朋友们仔细想一想，几等分点，和把三角形分成几个之间，有没有某种数学上的联系呢？

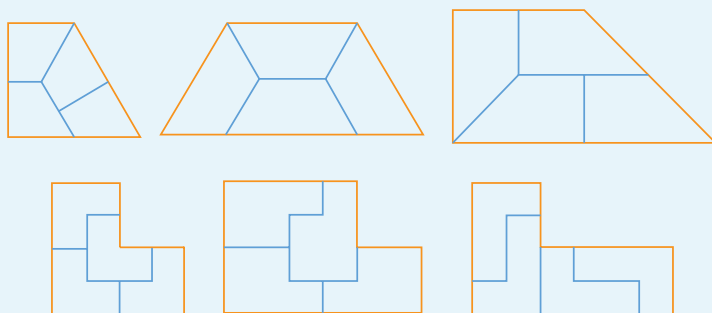
二等分点分出4个三角形、三等分点分出9个三角形、四等分点16个，那么 n 等分点就可以分出 n^2 个一样大小的三角形啦！

2. 特殊等分

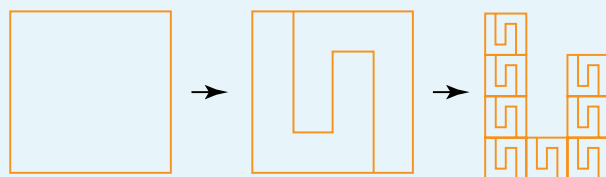
边长比例特殊的三角形、平行四边形，还会有其他的分割方法。



3. 组合等分



4. 复杂等分



数独大作战



			6		2
	1	6			
					3
6		1			
			4	3	
3					



高手

3分钟

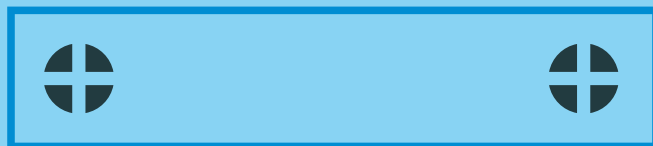
达人

5分钟

新星



六宫连续数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。相邻两格间标有黑色粗线的，这两格内所填数字之差为 1；相邻两格间没有标黑色粗线的，这两格内所填数字之差不能为 1。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

等高三角形

校内衔接

比和比例，三角形的面积



后续

四边形中三角形的面积关系

本讲

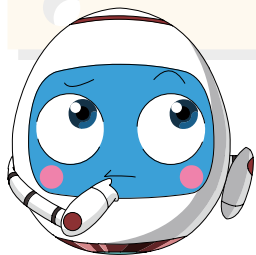
等高三角形的面积关系

前铺

三角形的面积

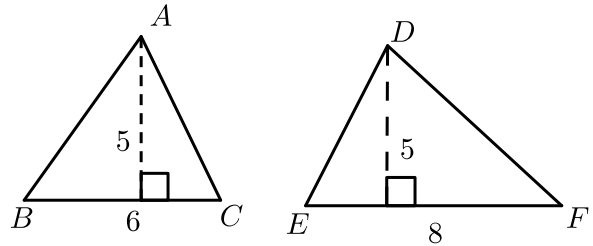
追本溯源

小朋友们，咱们之前在很多地方学过高，比如三角形的高，平行四边形的高，还有梯形的高。你能说说高表示的含义是什么吗？如果两个三角形的高是一样的，它们的面积是一样的吗？

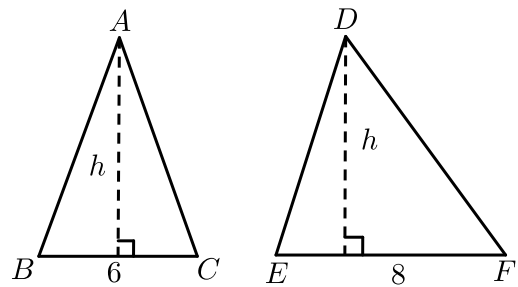


探索

(1) 下图是两个三角形，已知三角形 ABC 的底 BC 长为6，三角形 DEF 的底 EF 长为8，两三角形的高都为5。则 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



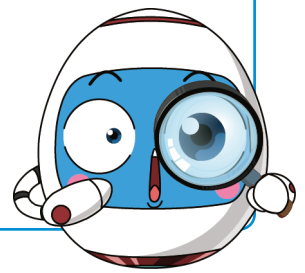
(2) 下图是两个三角形，已知三角形 ABC 的底 BC 长为6，三角形 DEF 的底 EF 长为8，两三角形的高都为 h 。



① $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$; $S_{\triangle DEF} = \underline{\hspace{2cm}}$.

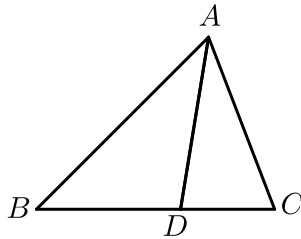
② $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = \underline{\hspace{2cm}}$.

③ $BC : EF = \underline{\hspace{2cm}}$.



例题1

如图，三角形 ABC 被线段 AD 分成两个小三角形。

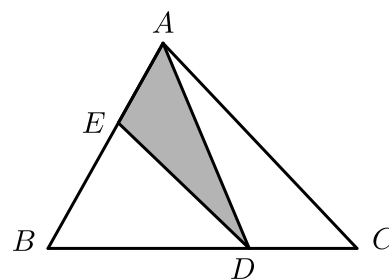


(1) 若 $BD : DC = 3 : 2$ ，并且三角形 ABD 的面积为18平方厘米，则三角形 ADC 的面积为 _____ 平方厘米。

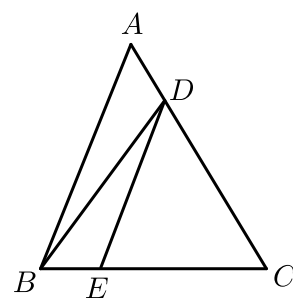
(2) 若 $BD : DC = 4 : 3$ ，并且三角形 ABC 的面积为84平方厘米，则三角形 ABD 的面积为 _____ 平方厘米。

例题2

(1) 如图，三角形 ABC 的面积为60平方厘米，并且 $AE : EB = 2 : 3$ ， $BD = 2DC$ ，阴影部分三角形 ADE 的面积是 _____ 平方厘米。

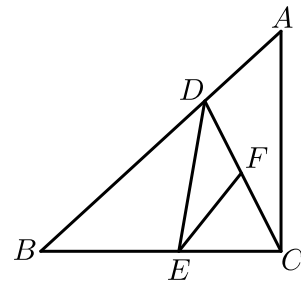


(2) 如图， $CD = 3AD$ ， $BC = 4BE$ ，三角形 ABC 的面积是48，三角形 BDE 的面积是 _____。



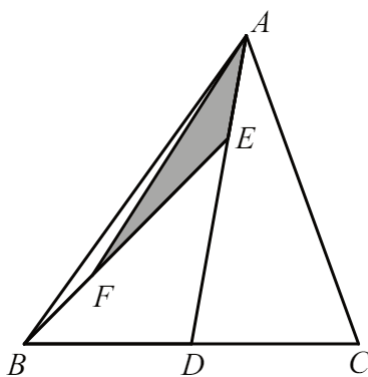
例题3

如图，在三角形 ABC 中， D 为 AB 上的三等分点， $BE : EC = 3 : 2$ ， F 为 CD 的中点，若 $S_{\triangle ABC} = 60$ ，则三角形 DEF 的面积是 _____ 。



捉虫时刻

图中三角形 ABC 的面积是180平方厘米， D 是 BC 的中点， $AD = 3AE$ ， $EF = 3BF$ 。那么三角形 AEF 的面积是多少平方厘米？



马马虎的解题过程如下，请你检查一下是否正确，如果不对，请帮忙改正。

$\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 等高，有 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{1}{2}$ ，所以 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 180 = 90$ （平方厘米）。

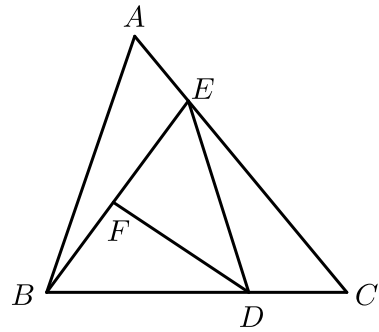
同理有 $S_{\triangle ABE} = \frac{AE}{AD} \times S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} \times 90 = 22.5$ （平方厘米），

$$S_{\triangle AFE} = \frac{FE}{BE} \times S_{\triangle ABE} = \frac{3}{4} \times 22.5 = 16.875 \text{（平方厘米）}。$$

即三角形 AEF 的面积是16.875平方厘米。

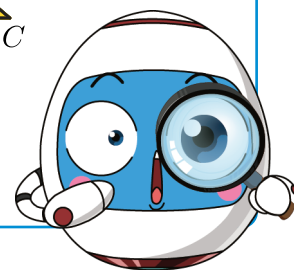
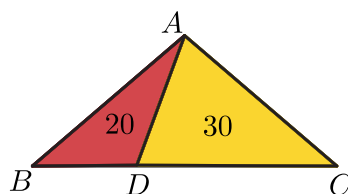
挑战

如图，三角形 DEF 的面积为30， F 为 BE 中点， D 为 BC 上靠近 C 的三等分点， E 为 AC 上靠近 A 的四等分点，则三角形 ABC 的面积为_____。



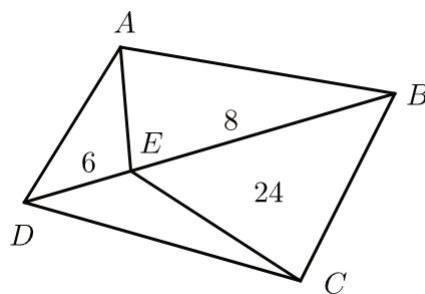
探索

如图，三角形 ABC 中，两个小三角形的面积分别为20、30，那么 $BD : DC =$
_____ $:$ _____ .



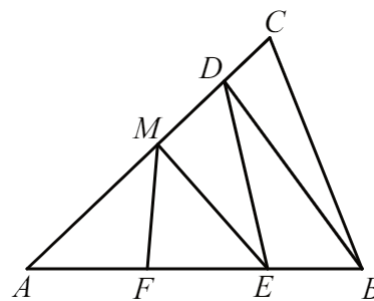
例题4

如下图，四边形 $ABCD$ 被分成四个小三角形，其中三个三角形的面积已在图中标出，三角形 DCE 的面积是 _____ .

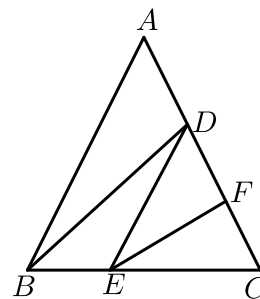


例题5

(1) 已知 $AB = AC = 40\text{cm}$ ，各个小三角形面积都相等，则 AF 的长度为 _____ 厘米。

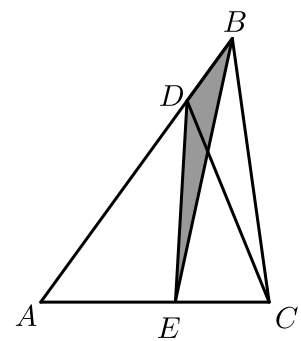


(2) 如图，三角形 ABC 的每条边长都是24厘米，用如图所示的线段把这个三角形分割成面积相等的四个三角形，那么 $CE + CF =$ _____ 厘米。



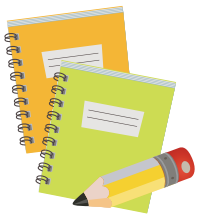


如图，在三角形 ABC 中，已知三角形 ADE 、三角形 DCE 、三角形 BCD 的面积分别是90，30，30。那么三角形 DBE 的面积是_____。



学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.

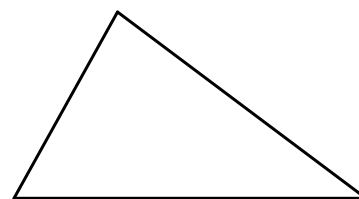


思维导图



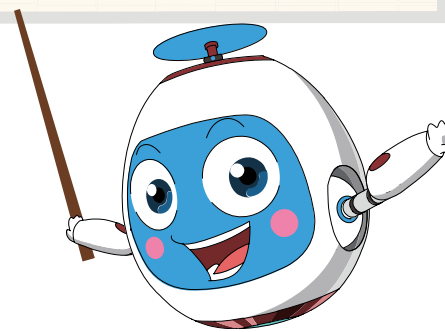
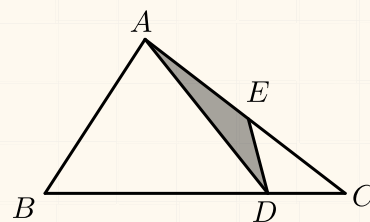
生活应用

晚饭时候，艾迪的妈妈烙了一张三角形的薄饼，如图，艾迪和爸爸两个人吃光了这张饼，已知爸爸吃的是艾迪的三倍，艾迪和爸爸各吃了多少呢？请你画出一种可能。



我是小讲师

请你根据今天所学方法，解决如下问题：三角形 ABC 的面积为16， E 为 AC 的中点， D 为 BC 边上靠近 C 点的四等分点，求阴影部分面积。请边写过程边讲解你的解题思路。



延伸阅读

我们在这节课学到了一个非常重要的知识，两个三角形在高相等的情况下，如果它们的底边之间存在 n 倍的关系，那么面积之间也存在 n 倍的关系。这种互相之间存在倍数关联的等量关系，我们在高年级的学习中，将它叫做比例。

比例在生活中有着非常重要的作用，尤其是在完成设计图、或者在看地图的时候，我们往往会注意到，在地图的右下角会有一个小线段，上方标了一个很大的数。这个东西，就叫做比例尺。它的作用是告诉你，在这张地图上的一截小小线段，其实所表示的实际长度，是很大很大的。如果这个小线段只有1厘米，而小线段的上方写了100000，那么就说明，在这张地图上，1厘米的长度，就表示实际生活中的100000厘米。



用这种办法，我们就能把一个很庞大的东西，放到一张很小的图上去观察它的全貌。除了在设计图上我们会用到比例关系之外，比例关系还经常体现在菜谱、药剂配方中。

举个例子，比如现在我们要做一杯奶茶，有人告诉你，需要加500毫升的牛奶和250毫升的茶，而你手上并没有这么充分的份量，那么怎么办呢？这时候我们就要想一想，如果500毫升的牛奶配上250毫升的茶，就说明奶和茶的份量配比是2比1，也就是说，2份奶配1份茶，因此，如果你手上没有500毫升的奶和250毫升的茶的话，用100毫升的奶配上50毫升的茶，也是可以哒！

比和比例能够帮助我们更好地搞清楚事物与事物之间的数量关系，在未来的学习中会发挥重大作用！让我们一起期待未来对它的进一步学习吧。

数独大作战



3		6			
5			3		
				3	
		3			6
	3				
				1	3



高手

3分钟

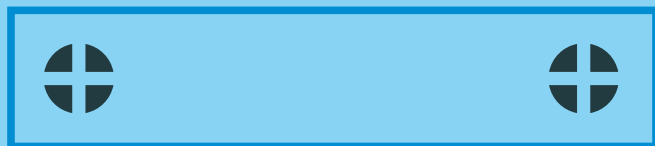
达人

5分钟

新星



六宫连续数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。相邻两格间标有黑色粗线的，这两格内所填数字之差为 1；相邻两格间没有标黑色粗线的，这两格内所填数字之差不能为 1。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

共角三角形

校内衔接

三角形



前铺

两个等高三角形的面积关系；
比和比例

本讲

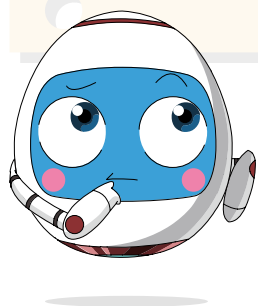
研究两个共角三角形的面积关系

后续

四边形中小三角形的面积关系

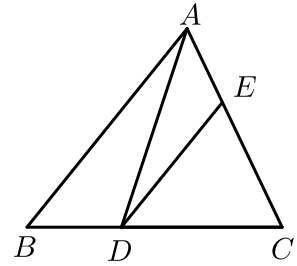
追本溯源

小朋友们，你们知道最早的几何学是用来干什么的吗？



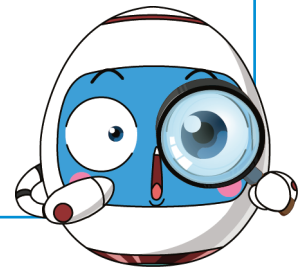
探索

如图所示，三角形 ABC 的面积为1，其中 $BD : BC = 2 : 5$ ， $AE : EC = 1 : 2$ 。



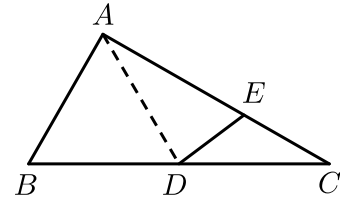
(1) 三角形 ADC 的面积为 _____ 。

(2) 三角形 CDE 的面积是三角形 ADC 的 _____，所以三角形 CDE 的面积是 _____。

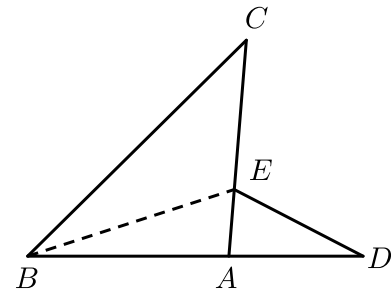


例题1

(1) 面积为1的三角形 ABC 中, $BD : DC = 1 : 1$, $AE : EC = 2 : 1$. 三角形 DEC 的面积是 _____ .

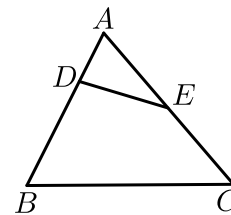


(2) 面积为1的三角形 ABC 中, E 是 AC 上的点, D 是 BA 延长线上的点, $AB : AD = 3 : 2$, $AC : AE = 3 : 1$. 三角形 ADE 面积是 _____ .

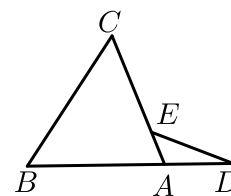


例题2

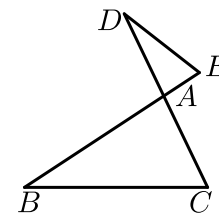
(1) 如图, $AD : DB = 2 : 3$, $AE = EC$, $S_{\triangle ABC} = 30$, $S_{\triangle ADE} =$ _____ .



(2) 如图, $CE = \frac{3}{5}AC$, $AD = \frac{1}{3}BD$, 若 $\triangle ADE$ 的面积为 10, 那么三角形 ABC 的面积是 _____ .



(3) 如图, $AD : AC = 3 : 4$, $AE : AB = 1 : 4$, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 64. 那么三角形 ADE 的面积
为 _____ .

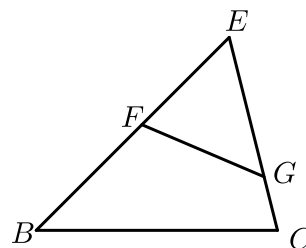


捉虫时刻

如图，三角形 EBC 中， F 是 BE 中点， $GC = \frac{1}{3}CE$ ，三角形 EFG 的面积是6平方厘米，求三角形 EBC 的面积。

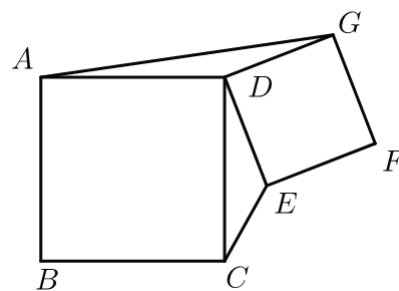
马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

解： $\frac{S_{\triangle EFG}}{S_{\triangle EBC}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ ， $S_{\triangle EBC} = 6 \div 3 \times 8 = 16$ （平方厘米）。

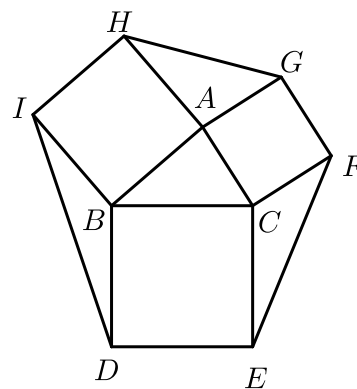


例题3

(1) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为8，正方形 $DEFG$ 的边长为5，那么三角形 ADG 与三角形 CDE 的面积之比是 _____ : _____ .

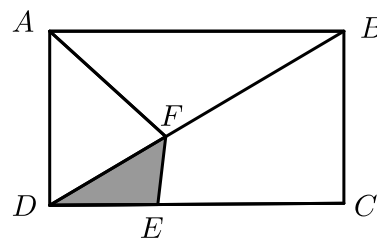


(2) 如图，以三角形的三边分别向外做三个正方形 $ABIH$ 、 $ACFG$ 、 $BCED$ ，连接 HG 、 EF 、 ID ，又得到三个三角形，已知三角形 ABC 的面积是10，则另外三个三角形的面积之和是 _____ .



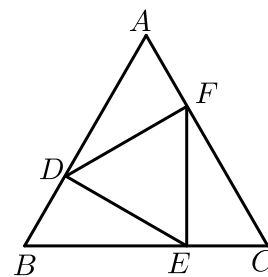
例题4

如图，长方形 $ABCD$ 中， E 是 CD 边上一点， $DE:EC = 3:5$ ，三角形 ADF 的面积是18，三角形 AFB 的面积是27，则三角形 DEF 的面积是 _____ 。



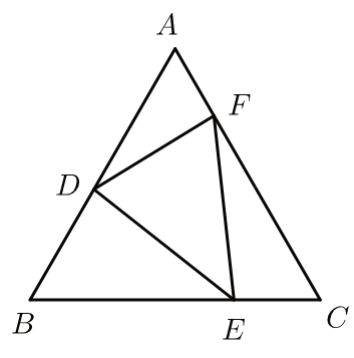
例题5

如图，已知 $AD = 2DB$ ， $BE = 2EC$ ， $CF = 2FA$ ，若三角形 ABC 的面积为24平方厘米，三角形 DEF 的面积是 _____ 。



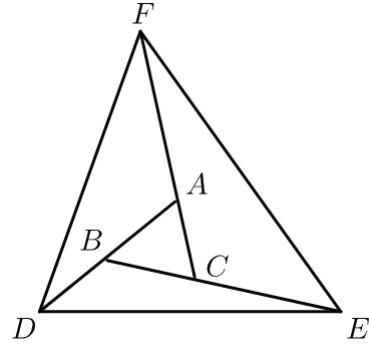


已知三角形 DEF 的面积为7平方厘米， $AD = DB$ ， $BE = 2EC$ ， $CF = 3FA$ ，三角形 ABC 的面积是 _____ 平方厘米。



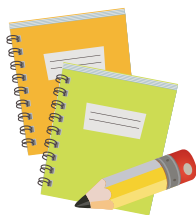
挑战

如图，已知三角形 ABC 的面积为24，延长 AB 至 D ，使 $BD : AB = 3 : 4$ ；延长 BC 至 E ，使 $CE : BC = 4 : 3$ ；延长 CA 至 F ，使 $AF : AC = 5 : 2$ ，求三角形 DEF 的面积。



学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.



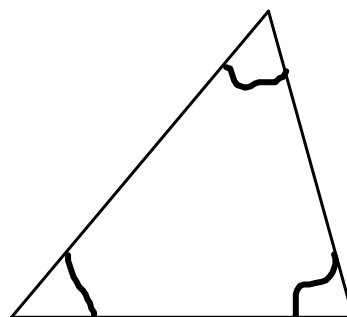
思维导图



生活应用

在生活当中，我们很多时候都会遇到平分的问题，而生活中的平分不仅仅是相等地去分配，更重要的是往往要满足每个人不同的需求，从而达到真正的平分。

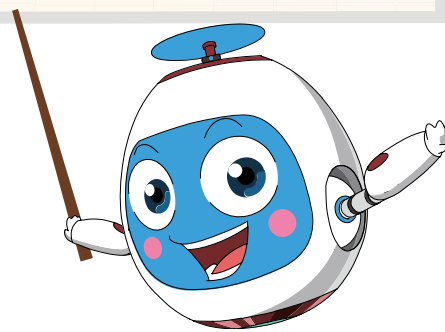
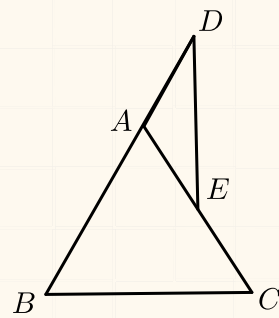
小明、小红和小光三个人为了庆祝小月的生日，特意买了一块奶油蛋糕去给小月庆祝生日（蛋糕如下图所示）。小月非常感动，让大家一起吃蛋糕。三个人表示这是小月的生日，便约定让小月吃一半，三个人平分剩下的一半。但是小月表示自己不爱吃角上的几处奶油，于是三个人便表示他们吃有奶油的一半。但是该怎么做到这一点，却犯了难。聪明的小朋友们，你能帮助他们完成分蛋糕的任务吗？



（角上的部分是奶油）

我是小讲师

如图，在三角形 ABC 中， D 在 BA 的延长线上， E 在 AC 上，且 $AB:AD = 5:2$ ， $AE:EC = 3:2$ ， $S_{\triangle ADE} = 12$ 平方厘米，那么三角形 ABC 的面积是多少呢？给爸爸妈妈讲讲你是怎么解决这道题的吧！



聪明的鸟儿

过去，人们认为鸟儿很蠢。但事实上，我们这些长着羽毛的朋友或许远比我们想象得聪明。其中鸦科鸟儿尤其聪明，科学家们惊讶于它们非凡的记忆力，复杂的推理能力，更惊讶于它们制作并使用工具的智力。

会伪装的鸟

动物学家认为鸦科鸟儿在很多方面和灵长类的聪明程度不相上下。例如西方灌丛鸦可能是最善于隐藏自己行为的鸟儿。许多鸦科鸟儿都有未雨绸缪准备食物的习惯，尤其是在食物稀少的寒冬。但是与众不同的是，西方灌丛鸦会把这一行为又向前推进了一步。

如果灌丛鸦发现被监视，它们就会把自己的食物储存起来，当然了，在这个过程中，它们会做很多的假动作，它们会把自己的嘴插进地里，但并未放进食物。这有点类似于伪装战术。有些时候，它们甚至会折返回去，再把食物藏一次。

你在看我吗？

鸦科有别于其他鸟类的认知能力，这让科学家们开始思考，它们能否意识到自我的存在。为了验证这一点，科学家们采用了盖洛普标志测试法，即在一只动物身体上的一个部位做一个标记，这个部位在正常情况下，它是看不到的，然后用镜子的反射展现出来。如果这只动物注意到了这个标记，并试图去掉这个标记，那么就是说这只动物意识到看到的是它自己，也就可以证明它拥有某些自我认知的能力。

虽然有很多研究认为大象和海豚或许可以通过这类测试，但是到目前为止，仅有灵长类的一些动物可以每一次都顺利地通过自我认知能力测试。直到最近，德国的一个研究小组发现喜鹊也可以做到这一点。

他们在喜鹊的嘴下面粘上一个彩色的标签，当喜鹊在镜子里发现后，就试图把这个标签撕下来。这是科学家第一次看到鸟儿通过了这一测试。



工具的故事

最近研究显示，鸦科鸟儿使用工具的能力至少和黑猩猩不相上下，有的甚至超过黑猩猩。新喀里多尼亚乌鸦因为是在太平洋岛的新喀里多尼亚被首先发现而得名，它特别的地方在于拥有一种非比寻常的使用工具的能力。这种新喀里多尼亚乌鸦在野外非常认真地制造工具。它们衔来一根完整的树枝，把小枝弄掉，再把树枝的末端磨尖，制成一个钩子，它们用这个钩子钩取它们垂涎的食物。其他在野外状况下做的实验证实这些鸟儿甚至可以使用多种工具来获取美食。



数独大作战



			1	3	
2					
			2		3
3		2			
					1
	4	3			



高手

3分钟

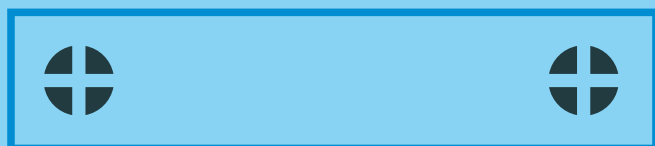
达人

5分钟

新星



六宫连续数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。相邻两格间标有黑色粗线的，这两格内所填数字之差为 1；相邻两格间没有标黑色粗线的，这两格内所填数字之差不能为 1。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

数独大作战答案

5	4	3	6	1	2
2	1	6	3	4	5
4	3	2	5	6	1
6	5	1	4	2	3
1	6	5	2	3	4
3	2	4	1	5	6

第8讲

4	3	5	1	6	2
1	2	6	3	4	5
5	4	3	6	2	1
2	6	1	5	3	4
6	5	2	4	1	3
3	1	4	2	5	6

第9讲

1	5	4	6	3	2
6	2	3	5	1	4
4	1	5	3	2	6
2	3	6	4	5	1
3	4	2	1	6	5
5	6	1	2	4	3

第10讲

5	2	1	6	4	3
6	4	3	5	2	1
3	1	2	4	6	5
4	5	6	3	1	2
1	3	4	2	5	6
2	6	5	1	3	4

第11讲

3	2	6	4	1	5
1	5	4	2	6	3
4	6	3	1	5	2
2	1	5	6	3	4
5	4	1	3	2	6
6	3	2	5	4	1

第12讲

5	4	3	6	1	2
2	1	6	3	5	4
4	2	5	1	6	3
6	3	1	2	4	5
1	5	2	4	3	6
3	6	4	5	2	1

第13讲

3	4	6	2	5	1
5	1	2	3	6	4
6	2	1	4	3	5
4	5	3	1	2	6
1	3	5	6	4	2
2	6	4	5	1	3

第14讲

5	6	4	1	3	2
2	3	1	5	6	4
4	1	6	2	5	3
3	5	2	4	1	6
6	2	5	3	4	1
1	4	3	6	2	5

第15讲



了解更多有趣的数独知识，成为数独高手，皆在“学而思数独系列课程”等着你！