

5 年 级

姓名：

联系方式：





受益一生的能力!

探寻数学之美 注重生活应用 培养多元能力

我们不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，  
通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，  
让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，  
成为拥有面向未来的多元能力的人。



数学有源



数学有趣



数学有用

在《义务教育数学课程标准（2011年版）》中指出，数学课程应致力于实现义务教育阶段的培养目标，要面向全体学生，适应学生个性发展的需要，使得：人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展。

升级后的学而思数学课程，将“情境带入”、“问题引导”、“动手探究”和“条理表达”等贯穿课堂，把对学生的数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识等学科素养的培养渗透到课件、教材、教具等每一个环节，落地多元综合能力培养，让孩子们感受“数学有趣、数学有用、数学有源”。



### 【数学有趣】—— 多感官调用，加深理解，强化记忆

一个人学习的好坏受学习动力的影响很大，所学内容的趣味感可以很好地提升孩子的学习动力。趣味的提升不是简单的逗孩子笑，在教学过程中，给孩子多感官的信息输入，让孩子在课堂动静结合，可以在提升趣味的同时，有效加深理解与记忆效果。课堂“动手探究”的融入、教师互动设计的丰富，给我们的课堂带来更多趣味体验。

### 【数学有用】—— 结合生活应用，从生活中来，到生活中去

“生活即教育”，“教育要通过生活才能发生力量而成为真正的教育”。数学不应该是一个高冷的基础学科，数学在生活中是无处不在的，我们所教授的任何数学知识和生活都是紧密结合的，讲义中的“课前活动”及“生活应用”模块让孩子们充分感受数学学科的“从生活中来，到生活中去”的实用性。

### 【数学有源】—— 追本溯源，探寻数学之美

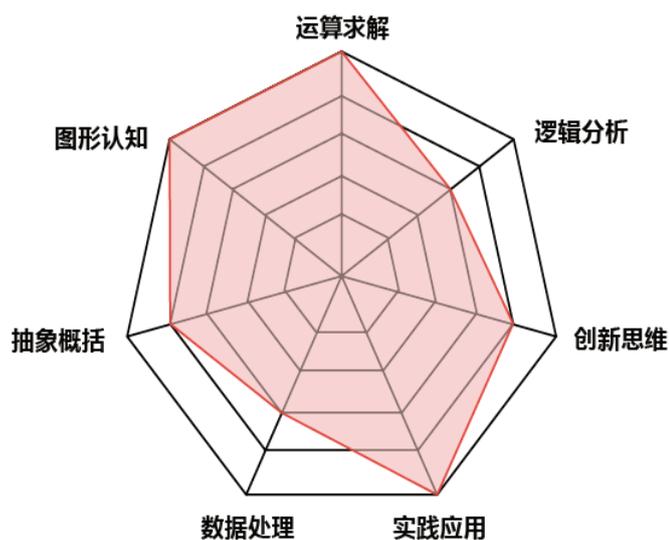
数学学科的美无处不在，我们应该带着孩子们了解所学知识的由来，知其然更知其所以然。我们的讲义中，开篇设计“追本溯源”环节，结合课件进行情境式导入，课后更有“延伸阅读”进行文化拓展，让孩子感受数学之美，爱上数学课堂。

### 【讲义模块解读】

	阅读能力	沟通能力	探究能力	思辨性思维	创造性思维	抽象性思维
追本溯源	●		●		●	
新知探索	●	●	●	●	●	●
捉虫时刻	●		●	●		●
开放探究	●		●		●	
我是小讲师	●	●	●		●	●
延伸阅读	●		●	●		●

### 【培养多元能力】

本学期所学内容，在数学能力模块的分布如下：



此外，云学习平台在每讲加入口述题录制提交环节，加强师生互动，帮助孩子培养条理表达的能力。同时，我们的资源匹配依然丰富。

加油站+计算小超市：夯实基础，拓展可选的练习空间；

云学习平台：增加口述题录制功能的同时，为学员开放多学科资源共享。

在课程升级方面，我们还将不断探索，研究学习的科学，让孩子更科学的学习，持续优化，给孩子受益一生的能力！

学而思小学理科课程设计部

# 本册习惯

## 笔记习惯

### 为什么“笔记习惯”非常重要？

俗话说，好记性不如烂笔头，这就从一个侧面体现了笔记习惯的重要性。根据美国心理学家的一组实验，在听完一堂课的20分钟后，大部分人会忘掉课程内容的47%，75天之后会忘掉75%的内容。同时，对比记笔记与不记笔记的学生，在上课后的一段时间内，做笔记并且回顾笔记的学生，对课程内容的遗忘率远远低于不做笔记的学生。可以看出，笔记的记录对所学内容的记忆吸收是非常重要的。

课程内容随时间的遗忘率



### 学而思如何支持小朋友们养成良好的“笔记习惯”？

每讲后面的“学习笔记”环节，提醒小朋友们课上及时记笔记，整理课上所学到的知识、方法、思路，养成良好的学习习惯。同时小朋友们也可以在讲义的空白区域画出笔记区，记录补充题、方法技巧总结等内容。同时，笔记使用的关键不止于记录，更在于课后要使用笔记回顾所学内容，进一步加深记忆。

同时，每讲后面的“思维导图”环节，为小朋友们提供了一个整理本讲知识逻辑的工具——思维导图。思维导图又叫心智图，是英国著名心理学家Tony Buzan发明的一种表达发射性思维的图形思维工具，在多个领域都有广泛的应用。思维导图具有形象生动，结构清晰，层次分明的特点，能帮助我们更好地梳理思路，整理出一讲的知识脉络，用一种简洁、生动的方式来总结这一讲的内容，帮助我们进一步加深记忆。后续也会向小朋友们提供思维导图的课程和相关活动，帮助小朋友们更好地理解和使用这一学习工具，在后期讲义中，我们也会继续优化“思维导图”环节，给小朋友们提供发散思维、展现创造力的空间！



### 记录笔记时需要注意:

#### 1. 笔记记什么?

①记知识提纲, 了解课程重点难点; ②记课堂中补充拓展的内容; ③记解题思路及重要数学思想方法等。

#### 2. 如何处理听和记的关系?

有些同学过分依赖笔记而忽视思考, 上课只记不听。以为没听懂不要紧, 下课看笔记就行。但这样会导致我们对知识理解肤浅, 学习效率反而降低。所以一定要“听为主, 记为辅”, 做到边记边思考, 提炼出上课内容中的重点, 在整理笔记的过程中让自己对学到的知识产生更深的理解。

记笔记的过程也是一个积极思考的过程, 可调动眼、耳、脑、手一起活动, 促进了对课堂讲授内容的理解, 对照笔记进行复习时, 既有系统、有条理, 又觉得亲切熟悉, 因而复习起来, 事半功倍。

培养良好的笔记习惯, 在今后的学习、生活中持续为孩子赋能, 让孩子受益一生!

# 本册习惯

## 口述习惯

### 为什么“口述习惯”非常重要？



### “教授他人”的学习内容平均留存率高达90%！

口述习惯的保持，可以促进“小讲师们”及时的整合所学知识，将自己所接收的信息及时转化为有条理的语言，清晰的传递给他人，同时，为了实现更清晰的表达，往往“小讲师们”在接收信息的时候会更加的专注，由此形成一个很好的良性循环。

### 学而思如何支持小朋友们养成良好的“口述习惯”？

每一讲的后面，都有一个口述模块，给小朋友们选取了一个口述题，用于讲授练习；

学而思云学习平台中提供了每讲口述题提交环节，支持小朋友们每节课录制一道口述题，上传至云学习平台，老师们会及时查看，给予一定的点评，同学们相互之间也可以查看，促进同班学习交流；

每年我们还会组织相关的口述交流活动，让小朋友们有机会展示风采，赢取礼物。

### 口述习惯需要小朋友做哪些准备？

1. 找到口述模块，通过课上所学，充分理解口述题所表达的要求，理解题意；
2. 为讲述清楚，做一定的准备，梳理思路，确定讲法与节奏，有的小朋友甚至会写一遍逐字稿，以便整理好自己的语言；
3. 录制之前提前演练，梳理清楚语言，语言最好简洁精练，且要注意要有给他人讲授的交流感，模仿是讲述流畅的第一步，上课的时候多观察、学习老师的讲课用语及互动方式；

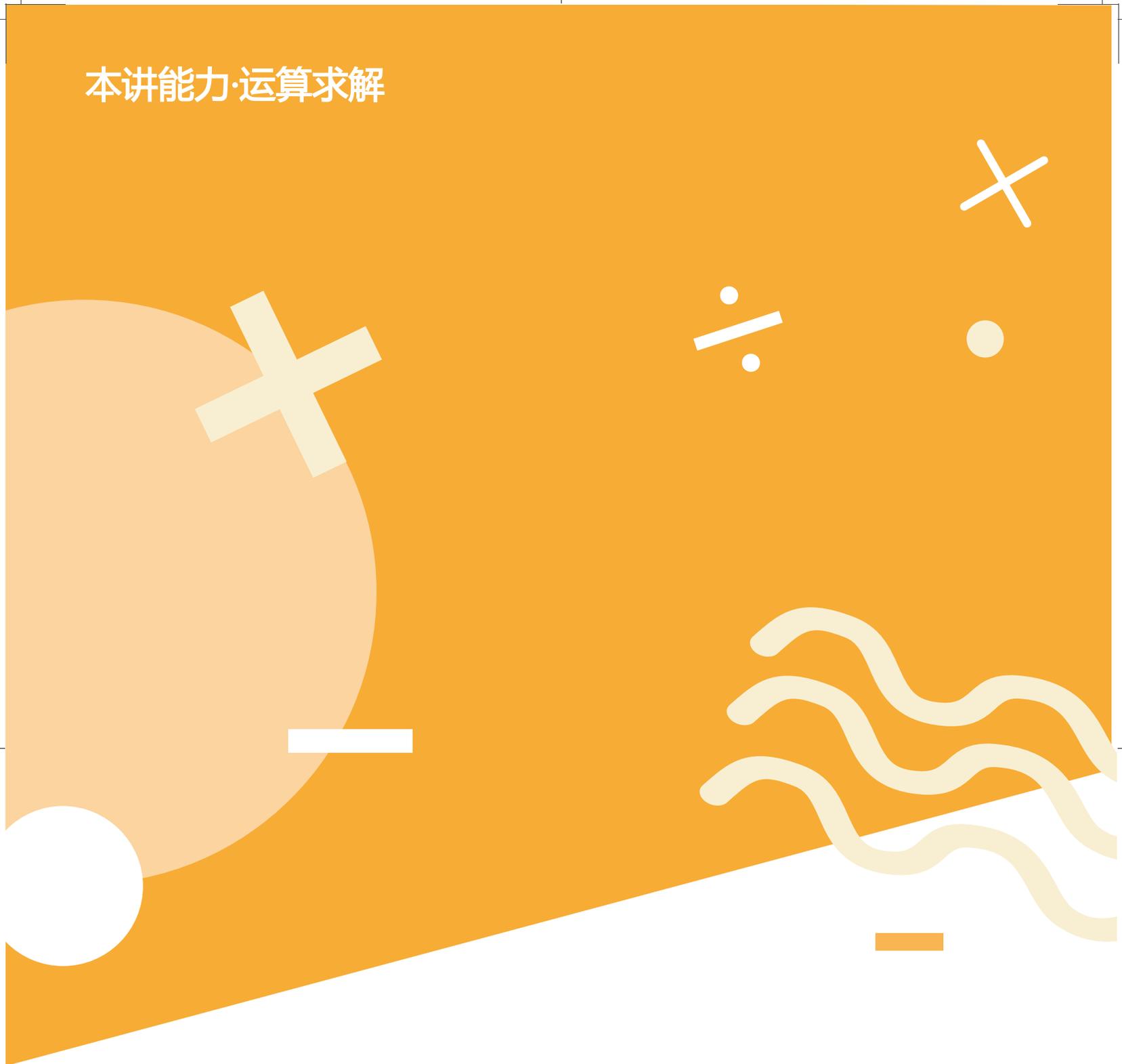
最后，开启视频录制，提交视频。

口述习惯的养成不仅可以提升孩子条理表达的能力，还可以培养孩子及时倾听、肯定他人的意识。“小讲师们”今后可以多找机会给自己的好朋友们、家人们讲题，讲自己对各种事物的理解，变成“条理表达小达人”！表达能力的提高可以让孩子受益一生！

# 目录

- 1 小数计算综合..... 1
- 2 多边形的面积..... 15
- 3 整除特征..... 35
- 4 质数与合数..... 49
- 5 分解质因数..... 63
- 6 公因数与公倍数..... 77
- 7 分数认识进阶..... 91

本讲能力·运算求解



# 第1讲 小数计算综合

# 小数计算综合

## 校内衔接

小数的意义和性质、小数除法



## 后续

分数计算

## 本讲

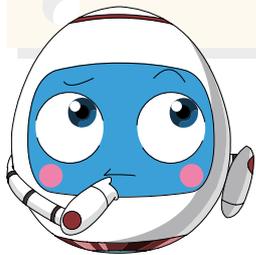
小数的除法；  
小数的四则混合运算

## 前铺

小数的加减法；  
小数乘法

# 追本溯源

同学们，你知道小数点在数学史上有哪些不同的表示方法吗？



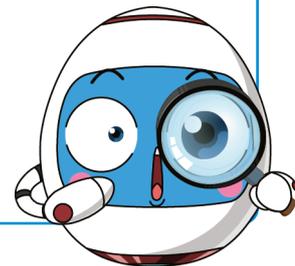
### 探索

已知： $75 \div 5 = 15$  .

计算：

(1)  $7.5 \div 5 = \underline{\quad}$  .

(2)  $0.75 \div 5 = \underline{\quad}$  .



### 例题1

(1) 计算： $7.38 \div 6 = \underline{\quad}$  .

(2) 计算： $83.38 \div 11 = \underline{\quad}$  .

(3) 计算： $4.932 \div 12 = \underline{\quad}$  .

(4) 计算： $0.384 \div 24 = \underline{\quad}$

## 例题2

(1) 计算： $222 \div 8 = \underline{\quad}$  .

(2) 计算： $2.7 \div 18 = \underline{\quad}$

(3) 计算： $28.8 \div 30 = \underline{\quad}$  .

(4) 计算： $92.56 \div 16 = \underline{\quad}$

### 探索

例： $7.5 \div 0.25 = (7.5 \times 100) \div (0.25 \times 100) = 750 \div 25 = 30$  .

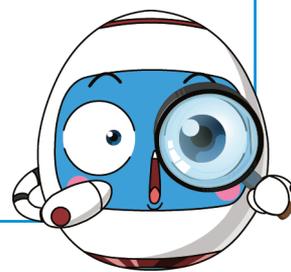
按例子计算：

(1)  $93.84 \div 2.4 = (93.84 \times \underline{\quad}) \div (2.4 \times 10) = \underline{\quad} \div 24$  .

(2)  $3.1415 \div 0.05 = (3.1415 \times \underline{\quad}) \div (0.05 \times \underline{\quad}) = \underline{\quad} \div 5$  .

(3)  $76.8 \div 0.5 = \underline{\quad} \div 5$

(4)  $0.72 \div 0.008 = \underline{\quad} \div 8$



例题3

(1) 计算： $150 \div 0.6 = \underline{\quad\quad}$  .

(2) 计算： $1.664 \div 1.3 = \underline{\quad\quad}$  .

(3) 计算： $12.6 \div 0.28 = \underline{\quad\quad}$  .

(4) 计算： $0.7995 \div 1.23 = \underline{\quad\quad}$  .



(1) 根据  $0.84 \div 1.5 = 0.56$ ，直接写出下面各题的结果：

①  $8.4 \div 15 = \underline{\hspace{2cm}}$

②  $840 \div 0.15 = \underline{\hspace{2cm}}$

③  $8.4 \div 150 = \underline{\hspace{2cm}}$

④  $0.084 \div 1.5 = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(2) 你能根据第一栏里的数，填出其他各栏里的数吗？

被除数	273	2730	27.3	<u>        </u>	0.273
除数	13	<u>        </u>	1.3	0.13	0.013
商	21	21	<u>        </u>	21	<u>        </u>

### 捉虫时刻

小朋友们，你们能发现下面这道题里面的错误吗？

$$93.84 \div 2.4 = 3.91$$

$$\begin{array}{r} 2.4 \overline{) 93.84} \\ \underline{72} \phantom{00} \\ 218 \\ \underline{216} \phantom{00} \\ 24 \\ \underline{24} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

#### 例题4

(1) 计算： $0.78 \div 2.6 \times 1.8 \div 0.06 = \underline{\quad\quad}$  .

(2) 计算： $1.5 \times [0.02 \div (2.1 - 2.09)] = \underline{\quad\quad}$  .

### 例题5

解方程 .

$$(1) 3x - 54 = 21.6 .$$

$$(2) 6(x + 3.5) = 21.6 .$$

$$(3) x - 0.36x = 1.6 .$$

### 挑战

某学校给四年级一班的同学定做校服，共用了2256.9元，男生校服定做的13套，每套78.8元，每件女生校服72.5元，那四年级一班有多少名女生？

# 学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



## 思维导图



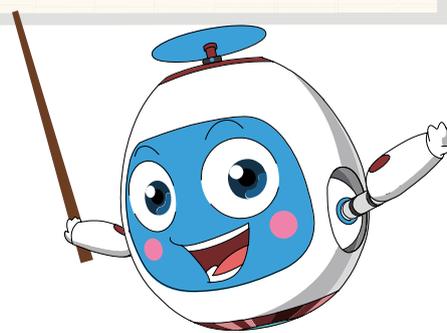
## 生活应用

看见一张轻飘飘的纸，有想过去测量它的实际重量吗？用日常生活中的秤很难直接称出一张纸的重量，但是几百张纸放在一起就能很容易地称出重量。以我们常见的A4打印纸为例，一包打印纸200张，我们称出这200张A4纸的总重量为870克。小朋友们，请计算一下一张A4纸的重量。



## 我是小讲师

请你给爸爸妈妈讲一讲，这道题应该怎么算。  
 $0.384 \div 1.2$



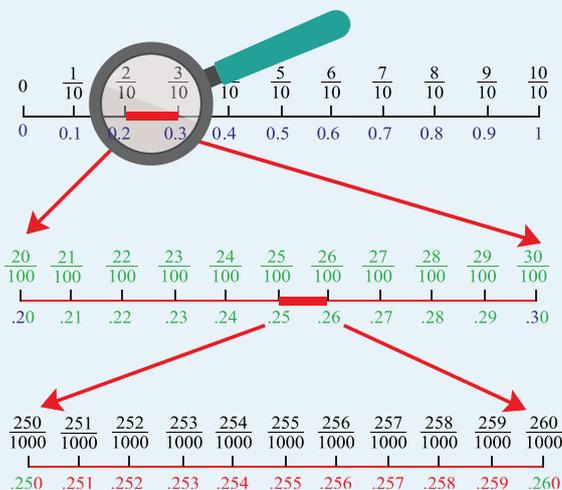
## 延伸阅读

### 小数的写法

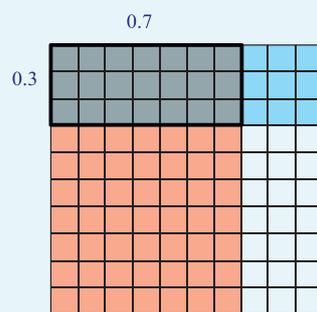
公元3世纪，也就是1700多年前，我国伟大的数学家刘徽就提出了小数。

最初，人们表示小数只是用文字，直到13世纪，才有人用低一格，如 $8_{23}$ 来表示8.23，左边的表示整数部分，右下方表示小数部分。古代，还有人记小数是将小数部分的各个数字用圆圈圈起来，例如：1.5记做 $1\textcircled{5}$ ，这么一圈，就把整数部分和小数部分分开了。这种记法后来传到了中亚和欧洲。公元1427年，中亚数学家阿尔·卡西又创造了新的小数记法，他是用整数部分与小数部分分开的方法记小数，如3.14记做3 14。到了16世纪，欧洲人才注意到小数的作用。在欧洲，当时有人这样记小数，如3.1415记做 $3\textcircled{\cdot}1\textcircled{1}4\textcircled{2}1\textcircled{3}5\textcircled{4}$ 。 $\textcircled{\cdot}$ 可以看作整数部分的分界标志，圈里的数字表示的是数位的顺序，这种记法很有趣，但是很麻烦。直到公元1592年，瑞士数学家布尔基对小数的表示方法作了较大的改进，他用一个小圆圈将整数部分与小数部分分割开，例如：5.24，数中的小圆圈实际起到了小数点的作用。又过了一段时间，德国数学家克拉维斯又用小黑点代替了小圆圈。于是，小数的写法就成了我们现在的表示方法。

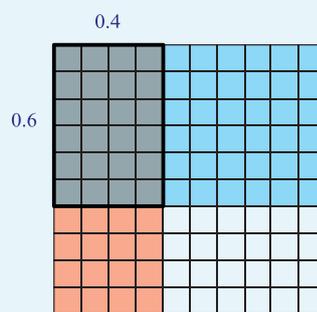
### 放大数轴



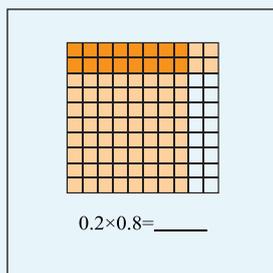
仔细观察下列图示，试着说说小数乘法该怎么做呢？



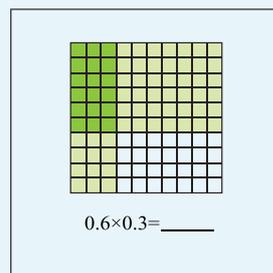
$$0.7 \times 0.3 = 0.21$$



$$0.4 \times 0.6 = 0.24$$

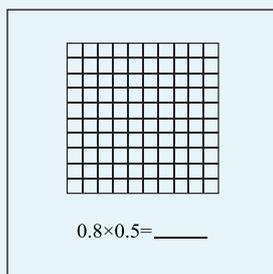


$$0.2 \times 0.8 = \underline{\quad}$$

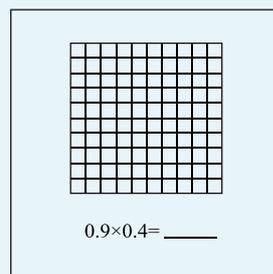


$$0.6 \times 0.3 = \underline{\quad}$$

自己试着画一画吧！



$$0.8 \times 0.5 = \underline{\quad}$$



$$0.9 \times 0.4 = \underline{\quad}$$

# 数独大作战



	3		2			6		9
6						7		4
			6	9	1			
3		8			9			
		5				4	2	8
		4	8		5			
2	5			1			4	
				8		2	5	3
8	7			4			6	



高手

5分钟

达人

8分钟

新星



九宫标准数独：在空格内填入数字1~9，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！



# 多边形的面积

## 校内衔接

多边形的面积  
三角形



## 后续

等积变形

## 本讲

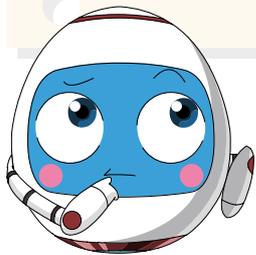
平行四边形、三角形、梯形的  
面积

## 前铺

长方形与正方形  
三角形进阶

# 追本溯源

在《九章算术》中提到三角形面积是“半广以乘正从”，小朋友们，你知道这句话的意思吗？



## 探索

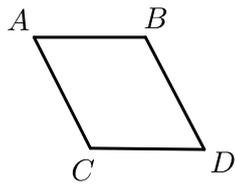
(1) 回答下列问题。

① 请在下图中画出点A到点C的距离；点A到线段CD的距离。

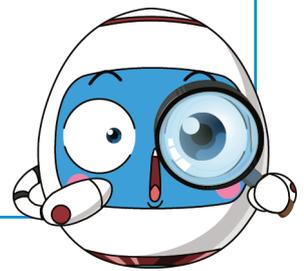
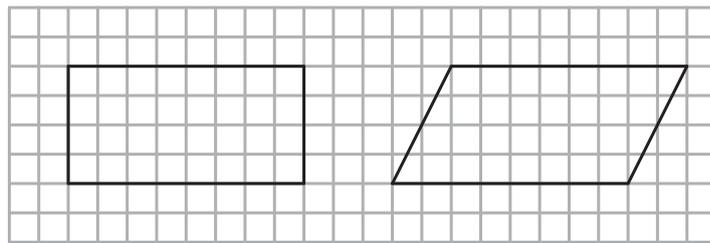
A ——— B

C ——— D

② 请在下图中分别画出平行四边形AC和CD边上的高。



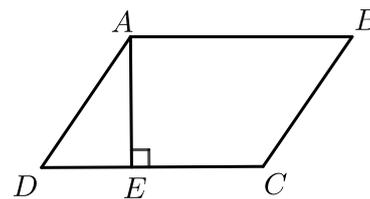
(2) 如图，已知每个小正方形的面积都是1，请你计算图中长方形和平行四边形的面积，试着总结一下平行四边形的面积公式。



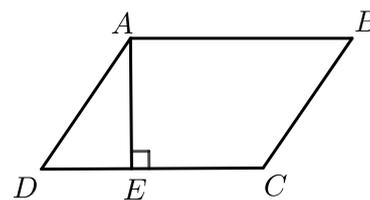
### 例题1

回答下列问题.

- (1) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过 $A$ 点作 $AE$ 垂直 $DC$ 于 $E$ 点, 已知 $AB = 5$ 厘米,  $AE = 3$ 厘米, 求平行四边形 $ABCD$ 的面积.

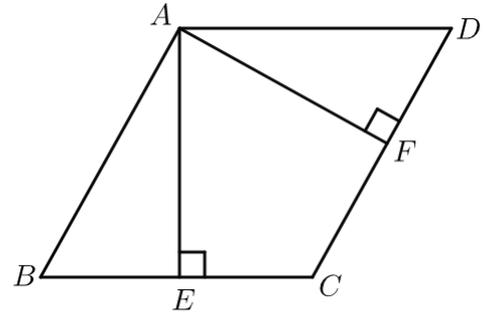


- (2) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过 $A$ 点作 $AE$ 垂直 $DC$ 于 $E$ 点, 已知平行四边形 $ABCD$ 的面积是32平方厘米,  $CD = 8$ 厘米, 请问:  $AE$ 的长度是多少厘米?



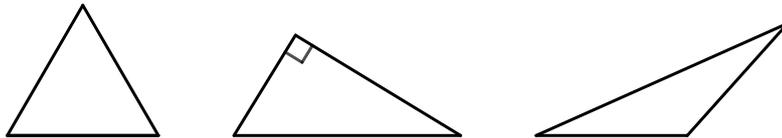
例题2

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $BC = 10$ 厘米，过 $A$ 点作 $AE$ 垂直 $BC$ 于点 $E$ ，过 $A$ 点作 $AF$ 垂直 $CD$ 于点 $F$ ， $AE = 12$ 厘米， $CD = 15$ 厘米。线段 $AF$ 的长度为 \_\_\_\_\_ 厘米。

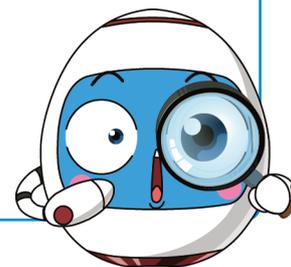
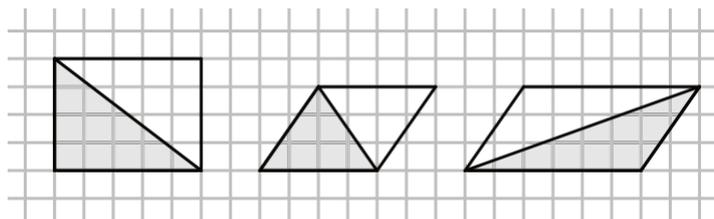


## 探索

(1) 请分别以三角形的三条边为底边，作出每条底边对应的高。



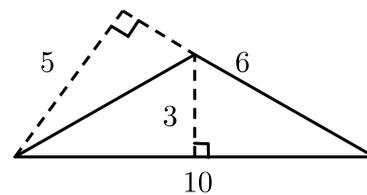
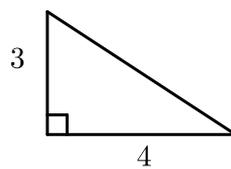
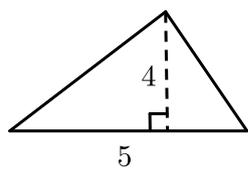
(2) 下图中每个小方格的边长为1，图中四边形的面积分别是多少？观察四边形面积与阴影三角形面积的关系，求出阴影三角形的面积，并试着总结三角形的面积公式。



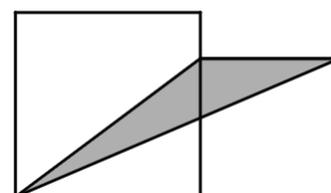
### 例题3

请回答下列问题：

(1) 求下图各个三角形的面积（单位：厘米）。



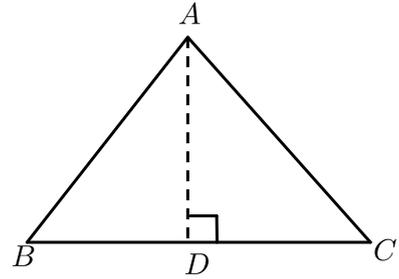
(2) 如图，将两个正方形拼接在一起，已知小正方形的边长是8，求阴影三角形的面积。



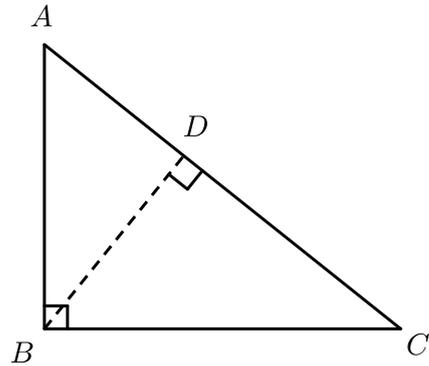
#### 例题4

请回答下列问题：

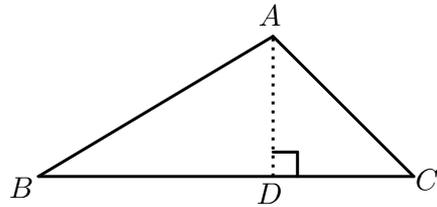
(1) 如图，已知三角形 $ABC$ 的面积是80平方厘米， $AD = 10$ 厘米，求 $BC$ 的长。



(2) 已知直角三角形 $ABC$ 中， $AB$ 与 $BC$ 为直角边， $AB$ 长为60厘米， $BC$ 长为80厘米， $AC$ 边上的高 $BD$ 是48厘米，求 $AC$ 的长。

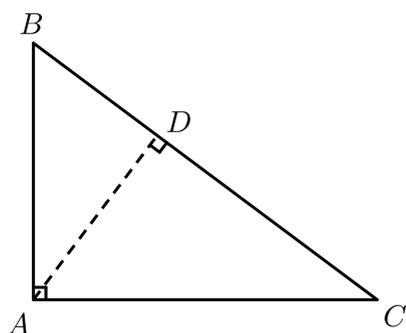


(3) 已知三角形 $ABC$ 中， $AB$ 长为12厘米， $BC = 16$ 厘米， $AD$ 、 $CE$ 是三角形的高， $AD$ 长为6厘米，求高 $CE$ 的长。（请同学们先把它画出来！）



### 捉虫时刻

如图：已知三角形 $ABC$ 是直角三角形， $AC$ 为40厘米， $BC$ 为50厘米， $BC$ 边上的高是24厘米，那么 $AB$ 的长是 \_\_\_\_\_ 厘米。

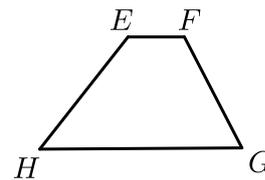


马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

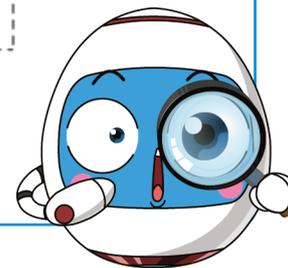
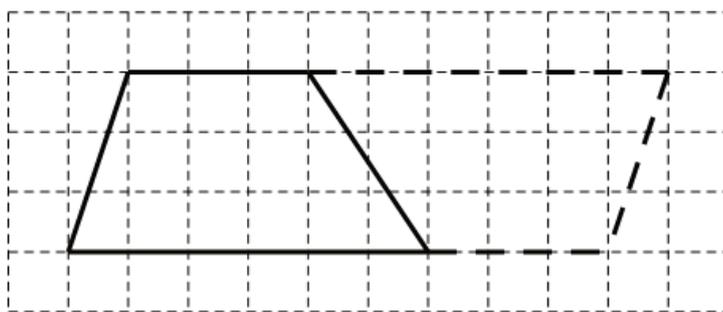
因为三角形的面积是 $50 \times 24 \div 2 = 600$ （平方厘米），那么 $AB$ 的长就是 $600 \div 40 = 15$ （厘米）

### 探索

(1) 请在下图中画出梯形 $EFGH$ 的高。

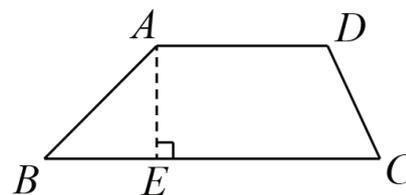


(2) 如图，已知每个小正方形的面积都是1平方厘米，那么图中梯形的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



例题5

(1) 已知下图中梯形 $ABCD$ 的上底 $AD = 5$ 厘米, 下底 $BC = 9$ 厘米, 高 $AE = 4$ 厘米, 那么这个梯形的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米.



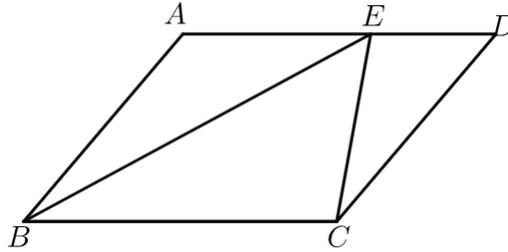
(2) 回答下列各题:

① 梯形的面积为60, 上底为8, 下底为12, 梯形的高为 \_\_\_\_\_ .

② 梯形的面积为84, 上底为9, 高为8, 则下底为 \_\_\_\_\_ .

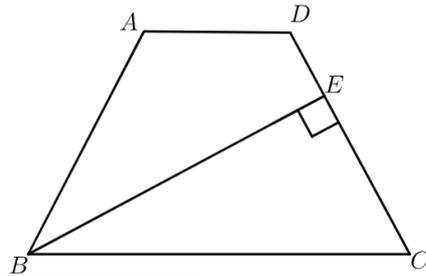
挑战

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，三角形 $BCE$ 的面积是42平方厘米， $BC$ 的长度为14厘米， $AE$ 的长度为9厘米，那么三角形 $DCE$ 的面积是 \_\_\_\_\_ 平方厘米。



挑战

如图，梯形 $ABCD$ 的上底 $AD$ 长5厘米，下底 $BC$ 长12厘米，腰 $CD$ 的长为8厘米。过 $B$ 向 $CD$ 作出的垂线 $BE$ 的长为9厘米，那么梯形 $ABCD$ 的面积是多少？



# 学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.

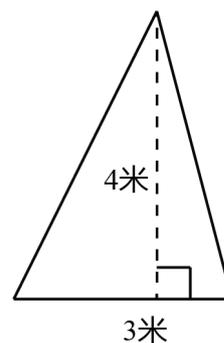
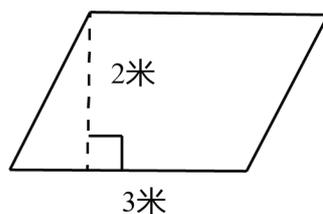


## 思维导图



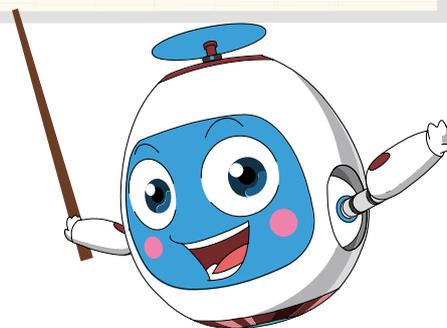
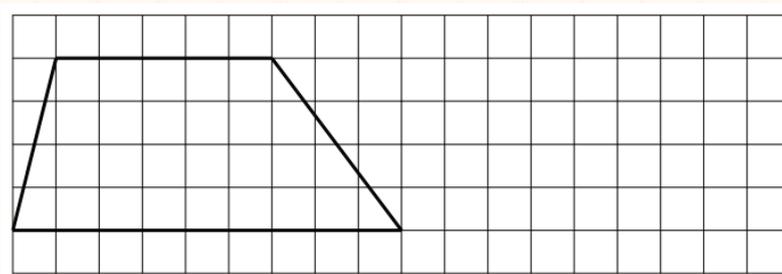
## 生活应用

王伯伯和李叔叔各自开辟出一片菜园子，他们互相觉得对方的菜园子更好，单纯从面积上讲，王伯伯和李叔叔交换菜园子合适吗？



## 我是小讲师

请你给同学讲一讲，梯形的面积公式是怎么推导出来的。



## 延伸阅读

### 1. 三角形具有稳定性！

用三根木棒钉一个三角形，你会发现你无法改变三角形的形状和大小，也就是说，一个三角形的三条边固定了，那么，它的大小也就完全确定了，三角形具有稳定性！这一性质在生活中有广泛的应用。一起来看看下面这些例子：



仔细观察你身边的事情，想一想，还有哪些地方用到了三角形的稳定性呢？  
路有曲直宽窄，房有大小高低。建筑必须与形和数打交道，于是建筑和数学结下了不解之缘，今天我们学过的三角形，就是建筑界很受欢迎的形状。

## 2. 金字塔

埃及金字塔始建于公元前2600年以前，共有七十多座，大部分位于开罗西南吉萨高原的沙漠中，是世界公认的“古代世界八大奇迹”之一。其中，最大、最有名的是祖孙三代金字塔——胡夫金字塔、哈夫拉金字塔和门卡乌拉金字塔。其中，又以胡夫金字塔为最，它相当于一座四十多层的摩天大厦。



金字塔的形状，从远处看去，是一个很大的正四棱锥。底面是一个大正方形，四面是三角形的大斜坡，向上聚拢，集中到塔的最高点。

我们知道，中国古代的皇帝一般都会把陵墓造的像个宫殿，华丽富贵；而寻常百姓则在坟地用泥土堆成一个大馒头。古埃及的法老们既不用宫殿式的，也不用馒头式的，他们选择了数学方式，把陵墓建成了一种标准的简单几何体，这是为什么呢？

这还要从几何的起源说起，古代埃及的尼罗河，每年雨季河水泛滥，淹没良田。水退以后，必须重新丈量田地。所以埃及人早已积累了丰富的几何知识，几何学也在测地术的基础上建立起来了。

把陵墓建成几何形体，可以在总体布局上达到和谐与统一，并可利用数学知识精确计算，保证施工质量。棱锥底面大，重心低，推不倒，稳定性特别好。面世后几千年来，历经多次大地震，依旧巍然屹立。



贝聿铭，1917年4月26日出生于中国广州，祖籍苏州，是苏州望族之后，美籍华人的建筑师。曾先后在麻省理工学院和哈佛大学就读建筑学。贝聿铭作品以公共建筑、文教建筑为主，被归类为现代主义建筑，善用钢材、混凝土、玻璃与石材。他是美国设计科学院和国家艺术委员会成员，设计过大量优秀建筑，并且获得了多种崇高的荣誉：1979年获得美国建筑师协会金奖，1983年获普利茨克建筑奖（Pritzker Architecture Prize,被称作建筑界的“诺贝尔奖”），1986年获里根总统授予的自由奖章（表彰非裔的美籍杰出人士）

贝聿铭先生在建筑设计中善于运用抽象的几何形体，作品的雕塑感很强。所以，他设计的建筑物，不但是建筑的诗篇，同时也是几何的典范，艺术的精品。



### 3.卢浮宫边的玻璃金字塔

贝聿铭设计建造的玻璃金字塔，他在建筑中借用古埃及的金字塔造型，采用了玻璃材料，金字塔不仅表面面积小，可以反映巴黎不断变化的天空，还为地下设施提供了良好的采光，创造性地解决了把古老宫殿改造成现代化美术馆的一系列难题，取得极大成功，享誉世界。这一建筑正如贝氏所称：“它预示将来，从而使卢浮宫达到完美。”塔高21米，底宽30米，四个侧面由六百七十三块菱形玻璃拼组而成，总平面面积约二千平方米。塔身总重量为200吨，其中玻璃净重105吨，金属支架仅有95吨。换言之，支架的负荷超过了它自身的重量，因此行家们认为，这座玻璃金字塔不仅是体现现代艺术风格的佳作，也是运用现代科学技术的独特尝试。



#### 4. 摄影师镜头下的卢浮宫金字塔



# 数独大作战

						4	2	
5			4	9	7			
4		3		6		1		
	1		6		8		3	
	5	6				7	1	
	3		7		9		6	
		2		4		6		1
			1	2	6			9
	6	9						



高手

5分钟

达人

8分钟

新星



九宫标准数独：在空格内填入数字1~9，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·抽象概括



# 第3讲 整除特征

# 整除特征

校内衔接

因数与倍数



后续

质数与合数

本讲

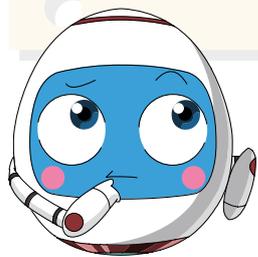
特殊数的整除特征

前铺

奇数与偶数

## 追本溯源

小朋友们，你们知道古代人怎么计算除法吗？



## 探索

(1) 若  $a \div b = c$ ，其中  $b \neq 0$ ，且  $a, b, c$  均为整数，则

①  $a$  是  $b$  的倍数； $b$  是  $a$  的因数。

②  $a$  能被  $b$  整除； $b$  能整除  $a$ 。

那么， $24 \div 3 = 8$  中，\_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的倍数；\_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的因数。

\_\_\_\_\_ 能被 \_\_\_\_\_ 整除；\_\_\_\_\_ 能整除 \_\_\_\_\_。

(2) 你怎么快速判断 4235 能否被 3 整除吗？

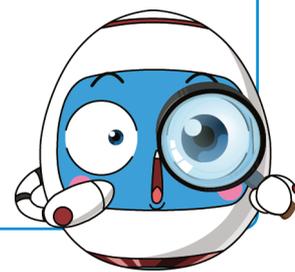
$$4235 = 4 \times 1000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 5$$

$$= 4 \times (999 + 1) + 2 \times (99 + 1) + 3 \times (9 + 1) + 5$$

$$= 4 \times 999 + 2 \times 99 + 3 \times 9 + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$$

判断 4235 能否被 3 整除，只需看哪部分就可以了？通过你的判断可知，4235 \_\_\_\_\_

(能或不能) 被 3 整除。



### 例题1

下面5个自然数中：68，297，4531，7953，164693

(1) 哪些能被3整除？不能被3整除的数除以3的余数分别是多少？

(2) 哪些能被9整除？不能被9整除的数除以9的余数分别是多少？

### 例题2

在下面每个数的“□”里填上数字，使这个数能被3整除，都有哪些填法呢？

$\overline{16\square 2}$ ， $\overline{5\square 41}$ ， $\overline{56\square 3}$ ， $\overline{618\square}$

例题3

(1) 下列五个自然数：198，45621，7029，99999，20763中，能被99整除的有 \_\_\_\_\_ 个。

(2) 六位数 $\overline{20\square\square 08}$ 能被99整除， $\square\square$ 是多少？

六位数 $\overline{\square 2008\square}$ 能被99整除， $\square$ 处分别是多少？

例题4

265、2139、4752、19643、5281除以11的余数分别是 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

### 捉虫时刻

3494除以11的余数是多少？

艾迪的解答如下：

奇数位数字和为 $4 + 4 = 8$ ，偶数位数字和为 $9 + 3 = 12$ 。

所以3494除以11的余数是 $12 - 8 = 4$ 。

艾迪的结果正确吗？请你帮他挑挑错吧！

### 例题5

六位自然数 $\overline{1082\square\square}$ 能被23整除，末两位数有多少种情况？

### 挑战

在下面每个数“ $\square$ ”里填上合适的数字：

(1) 能被2整除，又能被3整除： $\overline{3\square2}$ ， $\overline{28\square}$ 。

(2) 能被5整除，又能被9整除： $\overline{\square15}$ ， $\overline{22\square}$ ， $\overline{5\square2\square}$ 。

(3) 同时能被2、5、11整除： $\overline{4\square\square}$ ， $\overline{\square59\square}$ 。



### 挑战

老师买了36支相同价格的钢笔，当时没有记住每支钢笔的价格（每支钢笔的价格是不超过100元的整数），只用铅笔记下了用掉的总钱数，回校后发现两个数字已看不清了，你能帮忙补上这两个数字吗？

3 7  元

# 学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.



## 思维导图



## 生活应用

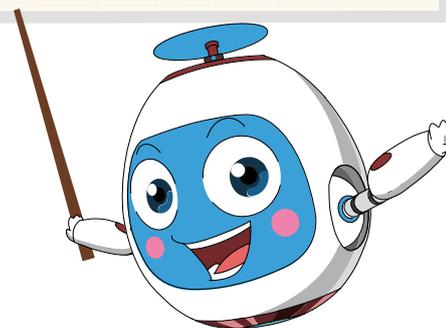
计算是我们数学学习必须掌握的基本能力之一，在我们生活中也是随处可见，如购物时计算总价，出去旅游计算费用等等。而掌握一定的技巧，可以大大节省计算的时间，比如巧算的学习，可以帮助妈妈在买菜的时候快速计算总价。而我们今天学习的整除特征，更是可以在生活中发挥出巨大的作用，快速解决一些复杂的计算问题。

举个例子，博士为公司代买了99台机器，正打算用发票报销，却发现发票上的总价有两个数字已经被摩擦的辨认不清了，这个时候，就可以运用今天学习的整除特征，快速帮助博士算出总价应该是多少，试试吧！（每台机器的价格相同，且为整数）

1100143160		xx 增值税专用发票		No				
此联不得报销、退税凭证使用				开票日期：				
购买方 名称： 纳税人识别号： 地址、电话： 开户行及账号：	规格型号		单位	数量	单价	金额	税率	税额
	机器			99	■■■■■	0998.00		
合计		价格合计（大写）		■■ 拾万 玖仟 玖佰 捌拾 ■■ 圆 整 （小写）		0998.00		
销售方 名称： 纳税人识别号： 地址、电话： 开户行及账号：	备注		收款人：		复核：	开票人：	销售方：（章）	

## 我是小讲师

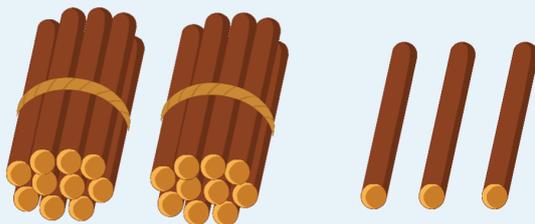
亲爱的小朋友们，请你给爸爸妈妈讲一讲，如何快速判断2894501能不能被9整除？



## 筹算除法

对古代的人们来讲，计算除法是一个非常难的问题。现有资料表明，古代中国采用算筹来计算除法，后来用算盘来计算，这是比较早的程序性计算除法的方法。

根据史书的记载和考古材料的发现，古代的算筹实际上是一根根同样长短和粗细的小棍子，多用竹子制成，也有用木头、兽骨、象牙、金属等材料制成的，大约二百七十几枚为一束，放在一个布袋里，系在腰部随身携带。需要记数和计算的时候，就把它取出来摆弄。



纵式: |    ||    |||    ||||    |||||    T    T T    T T T    T T T T  
 横式: —    =    ≡    ≡≡    ≡≡≡    ⊥    ⊥ ⊥    ⊥ ⊥ ⊥    ⊥ ⊥ ⊥ ⊥  
           1    2    3    4    5    6    7    8    9

我国古代数学著作《孙子算经》上说：“凡除之法，与乘正异。”当时，人们用算筹和口诀来计算除法，把除法看作乘法的逆运算。基本步骤与乘法一样也是放筹与运筹。放筹时也分三层，上层放商，中间放被除数（古时称实），下层放除数（古时称法），除数摆在被除数够除的那一位之下，除完向右移动，比如， $4391 \div 78$ ，筹算过程见图1所示。这可能是除法竖式产生的雏形吧。

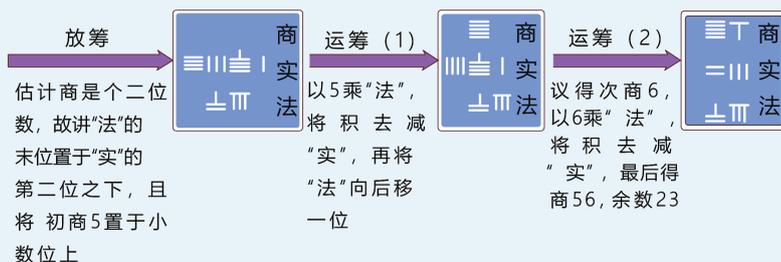
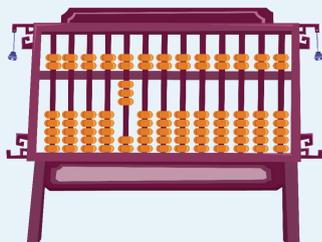


图1 筹算除法的运算过程

## 珠算除法

珠算是以算盘为工具进行数字计算的一种方法，被誉为中国的第五大发明。



珠算除法有归除法和商除法两种。归除法用珠算除法口诀进行计算，有九归口诀61句，退商口诀9句和商九口诀9句。在学习珠心算时，往往需要独立专注的思维，这就在无形中培养了注意力和记忆力，增加专注力，感兴趣的小朋友可以尝试哦。

# 数独大作战



2		6		7	3			
3				9		7	6	
		8		5		3	1	
8	3							1
			5			9	7	8
5	1			4				
		5				6		7
	6		9		5			
			2		7		5	4



高手

5分钟

达人

8分钟

新星



九宫标准数独：在空格内填入数字1~9，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·抽象概括



# 第4讲 质数与合数

# 质数与合数

校内衔接

因数与倍数



后续

因数与倍数

本讲

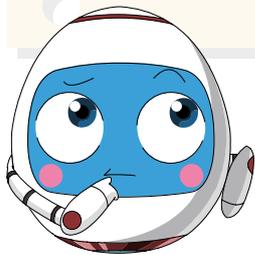
质数与合数的概念；  
质数与合数的判断；  
特殊质数

前铺

整数的除法

## 追本溯源

小朋友们，你们知道质数与密码学有什么联系吗？



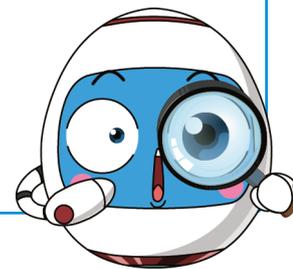
## 探索

请在下表中：

- (1) 划掉2的倍数（不含2）；
- (2) 划掉3的倍数（不含3）；
- (3) 划掉5的倍数（不含5）；
- (4) 划掉7的倍数（不含7）。

观察一下还剩哪些数呢？将这些数整理出来。

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



### 例题1

(1) 解答下列各题：

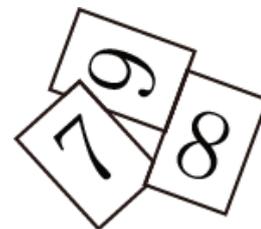
一个数除了1和它本身，不再有别的因数，这个数就叫做 \_\_\_\_\_。一个数除了1和它本身，还有别的因数，这个数就叫做 \_\_\_\_\_。要特别记住：\_\_\_\_\_ 不是质数，也不是合数。

(2) 自然数 $N$ 是一个两位数，它是一个质数，而且 $N$ 的个位数字与十位数字都是质数，这样的自然数有 \_\_\_\_\_ 个。

(3) 将100拆成两个不同质数的和，共有 \_\_\_\_\_ 种拆法。

### 例题2

如图，三张卡片上各印有一个数字。从这三张卡片中选取一张或多张（卡片可旋转）拼成质数，一共可以拼成 \_\_\_\_\_ 个不同的质数。



### 例题3

(1) 在100~115这些自然数中，质数有 \_\_\_\_\_ 个。

(2) 判断下列各数，哪些数是质数？

39 103 243 401 667 1001

## 探索

若 $a$ 是偶数， $b$ 是奇数， $a > b$ ，则：

(1)  $a + b$ 的结果是( )。

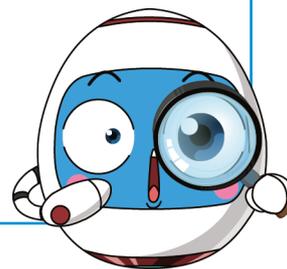
A. 偶数

B. 奇数

(2)  $3a + 2b$ 的结果是( )。

A. 偶数

B. 奇数



## 例题4

回答下列问题：

(1) 如果两个质数相加等于39，这两个质数分别是多少？

(2) 如果三个互不相同的质数相加，和为40，这三个质数分别是多少？

例题5

回答下列问题：

(1) 已知 $A, B$ 都是质数，并且 $35A + 12B = 130$ ，则 $A \times B$ 是多少？

(2) 已知 $P, Q$ 都是质数，并且 $P \times 11 - Q \times 93 = 2003$ ，则 $P \times Q = \underline{\quad}$ 。

### 捉虫时刻

如果 $a, b$ 均为质数, 且 $3a + 4b = 26$ , 则 $a + b$ 是多少?

艾迪的解法如下, 请你帮艾迪挑挑错吧!

奇偶分析知,  $a, b$ 中必有2,

若 $a = 2$ , 则 $b = (26 - 6) \div 4 = 5$ ,  $a + b = 7$ ,

若 $b = 2$ , 则 $a = (26 - 8) \div 3 = 6$ ,  $a + b = 8$ ,

所以 $a + b$ 的结果为7或8.

### 挑战

已知 $n, n + 6, n + 84, n + 102, n + 218$ 都是质数, 那么 $n = \underline{\quad}$ .



**挑战**

1-9这9个数字组成若干个质数，每个数字恰好用一次，最多能组成 \_\_\_\_\_ 个质数.

# 学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



## 思维导图



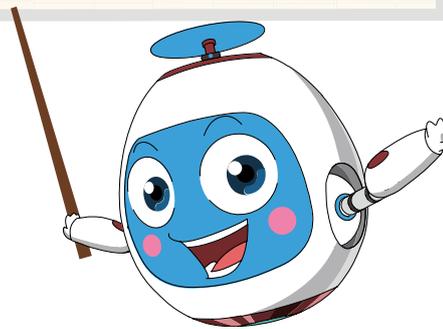
## 生活应用

生活中有哪些质数？请你仔细观察，并把它们记录下来！



## 我是小讲师

请给你的爸爸妈妈讲一讲，100以内有多少个质数，说说你是怎么找到的。



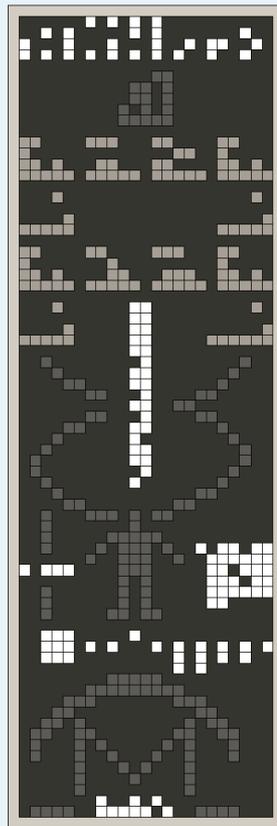
### 科幻小说家们为何钟情质数？

当科幻小说家想使书中的外星人和地球人沟通时，他们往往会碰到一个难题。他们是要假定外星人极其聪明，从而能够轻易掌握地球语言呢，还是要假定他们已经发明出一种翻译软件，来帮助他们和地球人进行沟通呢？



1974年，NASA（美国国家航空航天局）试图利用质数来和外星智慧生物建立联系，他们通过位于波多黎各的阿雷西波无线电望远镜朝着球状的M13星团方向发送了一段讯息。这些讯息包含一系列的数字0和1，它们可以被排列成一张黑白像素的图片。重构的图像包含以下内容：二进制中从1到10的数，一段DNA结构的素描，一段表示太阳系的图像，以及一幅阿雷西波无线电望远镜的图像。

由于该图像中只包含1679个像素，因此，它的清晰度并不高。但是，选择1679这个数也是有意为之的，因为其中隐含着重构这些像素的线索。因为 $1679=23\times 73$ ，所以要在一个长方形中构建起这幅图像只有两种可能性：23行73列的排列方式会呈现出一片混乱的图像，而73行23列的排列方式则呈现出正确的图像。M13星团和我们地球之间的距离是25 000光年，因此，今天我们仍然在漫长的等待中。就算能够收到回应，也至少要等上50 000年的时间！



# 数独大作战



9						8		1
			6	8	2			
2		5		9		6		
	2		9		7		5	
	5	9				7	1	
	1		4		3		6	
		3		7		2		5
			5	3	4			
5		7						3



高手

5分钟

达人

8分钟

新星



九宫标准数独：在空格内填入数字1~9，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·抽象概括



# 第5讲 分解质因数

# 分解质因数

校内衔接

因数与倍数

前铺

质数与合数

本讲

分解质因数方法与应用；  
末尾0的个数

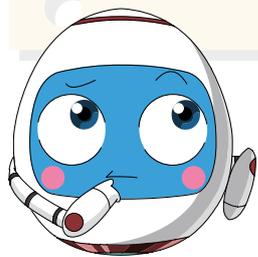
后续

最大公因数与最小公倍数



## 追本溯源

小朋友们，你们听过“庖丁解牛”这个成语吗？



## 探索

回答下列各题 .

(a) 你能将60拆成两个大于1的自然数相乘吗? (写出你想到的第一种拆法)

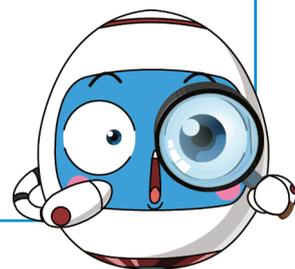
$$60 = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

(b) 你能将60拆成三个大于1的自然数相乘吗? (写出你想到的第一种拆法)

$$60 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

(c) 60最多能拆成几个大于1的自然数相乘? 请写出你的拆法 .

$$60 = \underline{\hspace{2cm}}$$



### 例题1

---

将下列各组数分解质因数：

( 1 ) 24

( 2 ) 50

( 3 ) 72

( 4 ) 111

( 5 ) 1001

( 6 ) 2020

### 例题2

---

将下列各组数分解质因数：

( 1 ) 450

( 2 ) 999

( 3 ) 45045

( 4 ) 123123

### 捉虫时刻

将570分解质因数 .

马马虎的做法如下, 请你帮他挑挑错吧!

解:  $570 = 2 \times 5 \times 57$  .

### 例题3

请将下列各式分解质因数并写成标准形式:

(1)  $35 \times 45$

(2)  $32 \times 102$

(3)  $18 \times 25 \times 28$

(4)  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$

#### 例题4

三个连续自然数的乘积是504，那么这三个连续自然数分别是多少？

#### 例题5

回答下列问题：

(1) 六个连续奇数的乘积为135135，那么这六个数的和是 \_\_\_\_\_ 。

(2) 两个连续奇数的乘积是111555，这两个奇数之和是 \_\_\_\_\_ 。

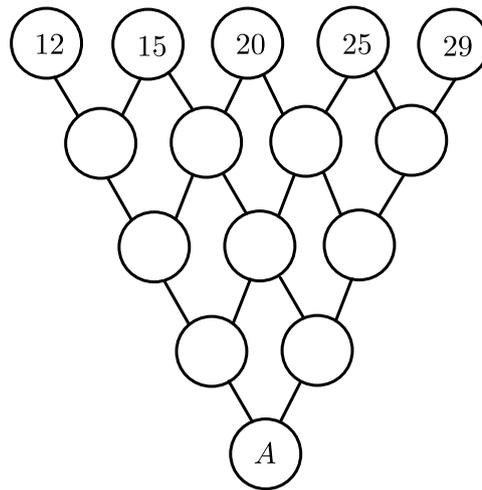


**挑战**

已知大牛，二牛，三牛和小牛都属牛，他们年龄的乘积是12025，那么他们的年龄的和为 \_\_\_\_\_ .



下图中最上排有五个数，将相邻两个数的乘积写在它们之间下方的圈内。第二排的四个数填完后，再依次填第三、四、五排，第五排中的数A的末尾共有多少个0？



# 学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.

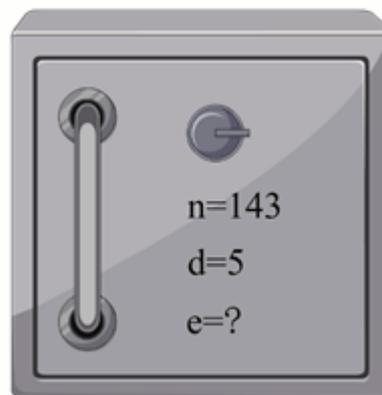


## 思维导图



## 生活应用

在生活中，随着互联网的广泛使用，加密和破译密码的重要性变得越来越强。在当今使用最多的一个加密算法叫做RSA算法，它的原理比较复杂。RSA算法加密的密码之所以难以被破解，主要是因为分拆数这个操作，对于计算机来说非常困难，计算时间非常长。而现在生活中，有一种接近RSA原理的简化方法，我们称之为学而思法，其原理如下。

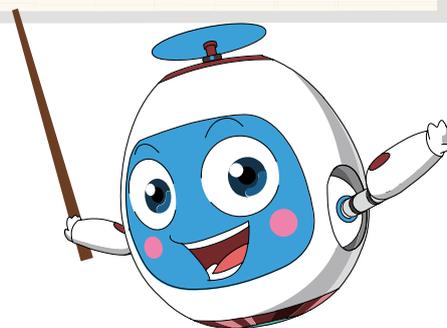


- (1) 选取两个不可拆分的数 $p$ 和 $q$ ，然后计算其乘积 $n = pq$ ；
- (2) 计算： $m = (p - 1) \times (q - 1)$ ；
- (3) 选取 $m$ 的一个因数 $d$ ，计算 $e = \frac{m}{d}$ ；
- (4) 给出 $n$ 和 $d$ ，如果输入正确的密码 $e$ ，那么就算破解了密码。

那么，现在有一份资料，已经给出 $n = 143$ ， $d = 5$ ，那么聪明的小朋友能够计算出对应的密码 $e$ 是多少吗？

## 我是小讲师

小朋友们，我们今天学习的分解质因数是非常重要的知识点哦！  
请你今天课上所学的方法，把210分解质因数并且写成标准式的形式，边写边讲给你的爸爸妈妈听。



## 延伸阅读

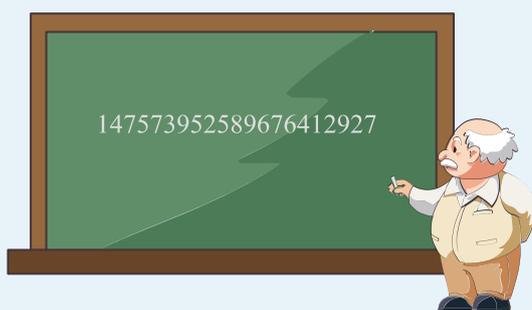
### 一场无声的报告——关于大数的因子分解

1903年，在美国数学协会的一次会议上，一向沉默寡言的科尔走上台去，不言不语地开始在黑板上计算 $2^{67}$ 。然后小心地减去1，得出21位的庞大数字：

147573952589676412927

他仍一语不发地移到黑板上的空白处，一步步做起了乘法运算：

193707721×761838257287



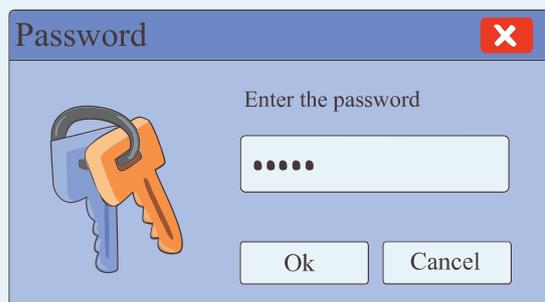
两次计算结果相同。科尔一声不响在他座位上坐下。据记载，这是第一次也是惟一的一次，美国数学协会的听众在宣读论文之前向其作者热烈欢呼。有人问科尔花了多长时间去解决这个问题时，他回答到：三年来所有的周末！

“研究这个有什么用？！生活中又不可能用到！”如果你有这种想法，那就真的out了！

### 质数成未来密码安全守护神

我们都知道电子商务很火，人们经常网上购物！买了东西付费时，通常需要通过安全连接，把卡号、姓名、开户银行和送货地址发送到电子商务公司的服务器。那么，那家公司如何知道这些信息是你本人输入以及银行卡的使用得到了你的认可呢？——向购买者重新发送一份数字签名的验证码，这样核实订单要比传真由手写签名的采购单方便得多。目前国际上先进的“数字签名”，就是利于两个质数相乘进行的加密识别的新技术。

这两个质数无论是用哪一个与被加密的原文相乘，即对原文件加密，均可由另一个质数再相乘来进行解密。但是，若想用这个乘积来求出另一个质数，就要对大数进行分解质因子。分解一个大数的质因子是十分困难的。比如上面的科尔教授，他是花了三年时间才分解出来的哦！

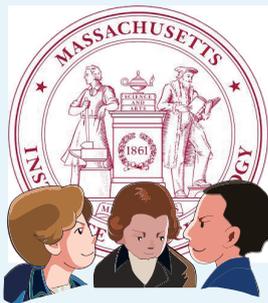


## RSA密码系统

1977年由罗纳德·李维斯特 ( Ron Rivest )、阿迪·萨莫尔 ( Adi Shamir ) 和伦纳德·阿德曼 ( Leonard Adleman ) 一起提出RSA公钥加密算法。当时他们三人都在麻省理工学院工作，是三位年轻的数学家和计算机专家。RSA就是他们三人姓氏开头字母拼在一起组成的。他们编制了由两个质数相乘得到的一个129位数字构成的密码数，结果经过五大洲的600多位科学家用1600台计算机联网，合作攻关8个月才将这个庞大的密码数分解为两个质数的乘积，破译了该密码。

RSA是目前最有影响力的公钥加密算法，它能够抵抗到目前为止已知的绝大多数密码攻击，已被ISO推荐为公钥数据加密标准。

这其中根本的原因就是，将一个很大的数分解成若干质数的乘积是一个极其困难的问题，至今没有有效的方式予以解决，因此确保了RSA算法的安全性！



# 数独大作战

			5	1	9			
		5				2		
9		1		7		6		3
	6		7		5		3	
7	5						1	8
	9		1		4		7	
6		9		5		7		4
		2				3		
			4	6	2			



高手

5分钟

达人

8分钟

新星



九宫标准数独：在空格内填入数字1~9，使得每个数字在每行、每列、每宫内都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·抽象概括



# 第6讲

## 公因数与公倍数

# 公因数与公倍数

校内衔接

因数与倍数



前铺

分解质因数

本讲

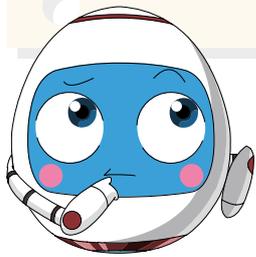
最大公因数及其应用、  
最小公倍数及其应用

后续

完全平方数

## 追本溯源

小朋友们，你们听说过“更相减损术”吗？



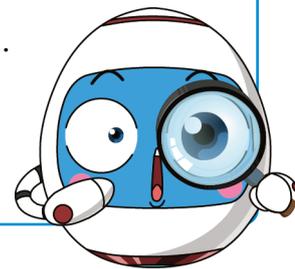
## 探索

填空题 .

(1)  我知道12的因数有： \_\_\_\_\_ .

(2)  我知道18的因数有： \_\_\_\_\_ .

(3)  哈哈，从你们枚举的结果我知道了12，18的公共因数是 \_\_\_\_\_ .



### 例题1

用短除法求下列各组数的最大公因数和最小公倍数。

(1) 30和40, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

(2) 48和64, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

(3) 100和125, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

(4) 105和84, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

(5) 51和17, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

(6) 5和11, 最大公因数是 \_\_\_\_\_ , 最小公倍数是 \_\_\_\_\_ 。

### 例题2

---

计算：

$$(12, 18, 24) = \underline{\quad\quad} ; \quad (30, 60, 40) = \underline{\quad\quad} ; \quad (24, 36, 90) = \underline{\quad\quad} .$$

### 例题3

---

计算：

$$[25, 30, 45] = \underline{\quad\quad} ; \quad [10, 12, 14] = \underline{\quad\quad} ; \quad [12, 16, 24] = \underline{\quad\quad} .$$

#### 例题4

已知 $A = 36$ ,  $B = 200$ ,  $C = 63$ . 请先把 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分解质因数, 再求下列各组数的最大公因数与最小公倍数, 结果用分解质因数形式表示:

(1)  $A, B$ .

(2)  $A, C$ .

(3)  $B, C$ .

(4)  $A, B, C$ .

### 例题5

(1) 现有梨72个，橘子108个，分给若干小朋友，要求每人分得的梨数、橘子数都相同，最多可以分给 \_\_\_\_\_ 小朋友，每个小朋友分得梨 \_\_\_\_\_ 个，橘子 \_\_\_\_\_ 个。

(2) 甲、乙两人到图书馆去借书，甲每12天去一次，乙每18天去一次，如果3月30日他们在图书馆相遇，那么下一次都到图书馆是 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日。

### 捉虫时刻

两根一样长的木棍，一根平均分成6段没有剩余，一根平均分成10段没有剩余，每一段的长度为整数厘米，木棍的长度最小为多少厘米？

马小虎的解题过程如下，他做的对吗？请你帮他挑挑错吧！

因为  $6 \times 10 = 60$ （厘米），分成6段没有剩余，分成10段也没有剩余，所以可知木棍的长度最小为60厘米。



**挑战**

幼儿园有糖115颗、饼干148块、桔子74个，平均分给大班小朋友，结果糖多出7颗，饼干多出4块，桔子多出2个。这个大班的小朋友最多有 \_\_\_\_\_ 人。



**挑战**

甲、乙、丙三人在环形操场上练习跑步，甲跑一圈要70秒，乙跑一圈要84秒，丙跑一圈要98秒。现在三人同时同地起跑，如果他们一直跑下去，经过 \_\_\_\_\_ 分钟会同时回到起点。

# 学习笔记

Handwriting practice area with 20 horizontal dashed lines.



## 思维导图



## 生活应用

地铁是目前被广泛应用的交通工具之一。相比于公交车，地铁具有运量大、准时、速度快等几个优点。也因此成为了目前最受喜爱的城市交通工具之一。不过地铁和其他交通工具一样，在载客的高峰期会出现非常拥堵的情况，尤其是当同一个地铁站内的不同地铁同时上人和下人的时候。

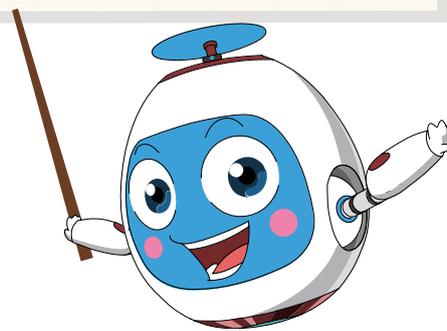
小明家附近有一个地铁站，A号线和B号线都经过这个地铁站，并且在早上六点，它们都恰好经过这个地铁站。其中，A号线每3分钟一辆，B号线每6分钟一辆，在有的时刻地铁站内非常非常拥堵。后来地铁进行时间调整，B号线被改成了7分钟一辆，A号线不变。小明发现非常拥堵的时刻一下子少了很多。

小朋友们，你能解释一下为什么发车间隔变长了，但是非常拥挤的时刻反而变少了吗？



## 我是小讲师

小朋友们，用你今天课上所学的方法，给爸爸妈妈讲讲下面这道题目吧！  
一个房间长360厘米，宽420厘米。现计划用方砖铺地，问需要用边长最大为多少厘米的方砖多少块（整块），才能正好把房间地面铺满？



## 最小公倍数与干支纪年法

观察我国通行的日历，不难发现日期有两种计数方式：一种是用阿拉伯数字表示的公历日期；一种是用汉字表示的农历日期。

2015年是公历纪年，按农历的说法就是乙未年，羊年。这里的乙未年就是用干支纪年法来表示的。

干支纪年法在中国历法上有很重要的地位。从现有的考古成果来看，早在商朝时期就已产生。近代很多重要的历史事件常用干支纪年表示。

甚至有家长直接用干支纪年给孩子取名。

日	一	二	三	四	五	六	2015-02-28 星期六
1 十三	2 十四	3 十五	4 立春	5 十七	6 十八	7 十九	<div style="background-color: #ff9900; color: white; padding: 10px; text-align: center;"> <h1>28</h1> <p>正月初十 乙未年【羊年】 戊寅月 乙亥日</p>  </div>
8 二十	9 廿一	10 廿二	11 祭灶节	12 廿四	13 廿五	14 廿六	
15 廿七	16 廿八	17 廿九	18 除夕	19 春节	20 初二	21 初三	
22 初四	23 初五	24 初六	25 初七	26 初八	27 初九	28 初十	

干支纪年是运用最小公倍数创造的一种独特的六十循环纪年法：

天干	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸		
地支	子	丑	寅	卯	辰	巳	午	未	申	酉	戌	亥
属相	鼠	牛	虎	兔	龙	蛇	马	羊	猴	鸡	狗	猪
												

从天干的第一个字“甲”与地支的第一个字“子”开始依次配对，配成甲子、乙丑、丙寅……，直到取至癸亥，天干地支全部取完，由于10和12的最小公倍数是60，所以一共有60年，接着再从甲子年开始纪年，每隔60年轮回一次，俗称一个甲子。一个人60岁的时候，干支纪年正好一轮，所以60岁被称花甲之年。

天干 地支	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸
子	1984	1996	2008	2020	2032					
丑	1985	1997	2009	2021	2033					
寅	2034	1986	1998	2010	2022					
卯	2035	1987	1999	2011	2023					
辰	2024	2036	1988	2000	2012					
巳	2025	2037	1989	2001	2013					
午	2014	2026	2038	1990	2002					
未	2015	2027	2039	1991	2003					
申	2004	2016	2028	2040	1992					
酉	2005	2017	2029	2041	1993					
戌	1994	2006	2018	2030	2042					
亥	1995	2007	2019	2031	2043					

从上面可以看出，干支纪年法实际上采用的是60进制，周期60可以看做是两个相互嵌合的齿轮，上轮10齿，下轮12齿，一共可以配成60个组合，每一轮循环结束新的循环便又开始。正如唐代诗人张若虚在《春江花月夜》所感叹的“人生代代无穷已，江月年年望相似！”

# 数独大作战



			6	5	
1		6			
					3
					4
4		1			
			4	1	



高手

3分钟

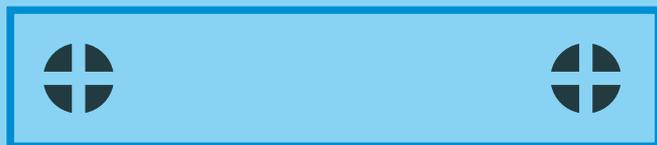
达人

5分钟

新星

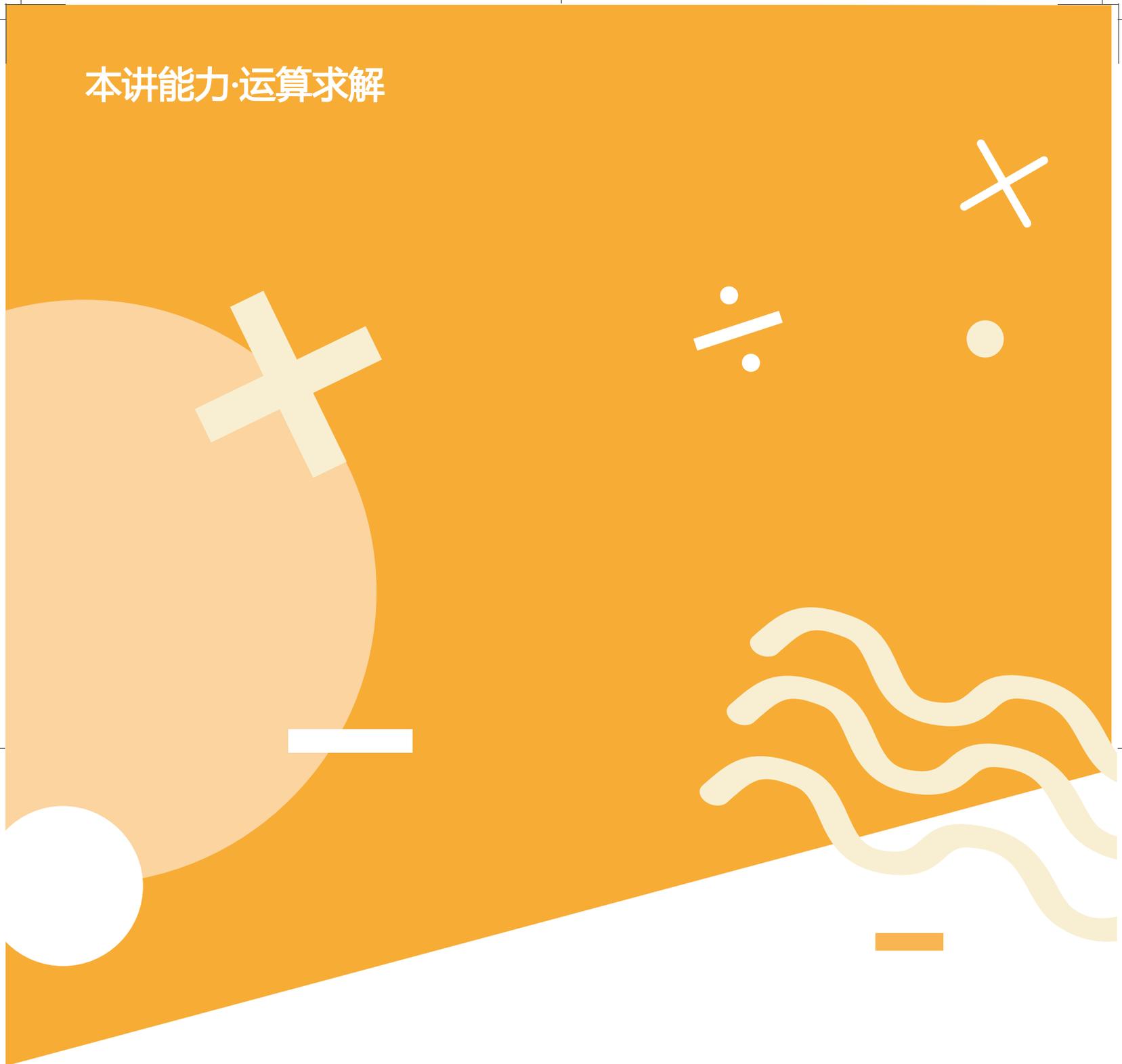


六宫对角线数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫和两条对角线上都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

本讲能力·运算求解



# 第7讲 分数认识进阶

## 分数认识进阶

校内衔接

分数的初步认识

前铺

分数的认识

本讲

分数的意义与性质  
假带互化、通分、约分

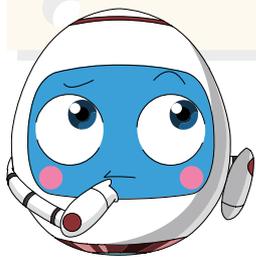
后续

分数的加减法，乘除法  
分小四则混合运算



## 追本溯源

小朋友们，你们知道为什么会有分数吗？

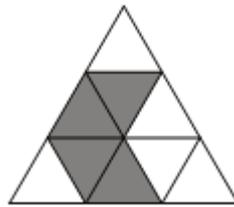
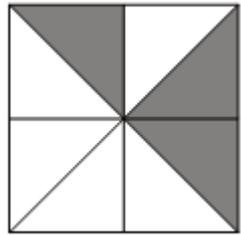


## 探索

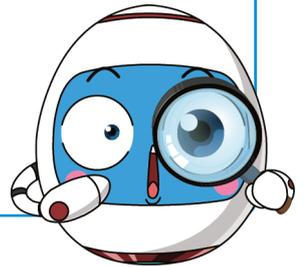
解答下列各题：

(1)  $\frac{5}{9}$  表示把整体平均分成 ( ) 份，取其中的 ( ) 份，这个分数的分数单位是 ( ) 。

(2) 用分数表示下图中各涂色部分的大小。



(3)  $\frac{3}{11}$  写成除法的形式是 ( ) 。



### 例题1

将下列假分数化为带分数：

$$(1) \frac{37}{20} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) \frac{23}{6} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(3) \frac{56}{11} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(4) \frac{203}{101} = \underline{\quad\quad} .$$

### 例题2

将下列带分数化为假分数：

$$(1) 10\frac{8}{9} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) 6\frac{7}{11} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(3) 2\frac{8}{9} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(4) 3\frac{2}{31} = \underline{\quad\quad} .$$

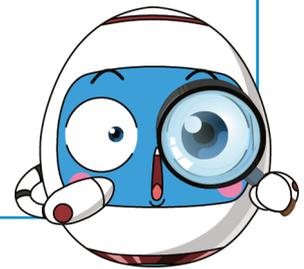
### 探索

根据分数的基本性质，我们可以写出如下的式子： $\frac{8}{20} = \frac{8 \div 2}{20 \div 2} = \frac{4}{10}$ ，仿照上面形式，在下面的括号内填入适当的数，使得等式成立。

$$(1) \frac{5}{2} = \frac{5 \times (\quad)}{2 \times 3} = \frac{(\quad)}{6}; \frac{3}{8} = \frac{3 \times (\quad)}{8 \times (\quad)} = \frac{15}{(\quad)}.$$

$$(2) \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div (\quad)} = \frac{2}{(\quad)}; \frac{14}{8} = \frac{14 \div (\quad)}{8 \div (\quad)} = \frac{(\quad)}{4}.$$

$$(3) \frac{3}{7} = \frac{3 + (\quad)}{7 + 14} = \frac{(\quad)}{21}; \frac{14}{18} = \frac{14 - 7}{18 - (\quad)} = \frac{7}{(\quad)}.$$



### 例题3

分数化简：

$$(1) \frac{16}{18} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(2) \frac{15}{33} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(3) \frac{10}{45} = \underline{\quad\quad} .$$

$$(4) \frac{30}{48} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(5) \frac{132}{121} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(6) \frac{28}{91} = \underline{\quad\quad} ;$$

$$(7) \frac{65}{52} = \underline{\quad\quad} .$$



挑战

将下列分数约成最简分数。

(1)  $\frac{91}{1001} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(2)  $\frac{704}{1440} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(3)  $\frac{437}{368} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(4)  $\frac{306}{450} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(5)  $\frac{324}{588} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(6)  $\frac{490}{525} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

(7)  $\frac{1392}{2568} = \underline{\hspace{2cm}}$  .

#### 例题4

将下列每组分数化成分母相同的分数。

(1)  $\frac{1}{6}, \frac{4}{15}$

$$\frac{1}{6} = \underline{\quad\quad} ; \frac{4}{15} = \underline{\quad\quad} .$$

(2)  $\frac{3}{14}, \frac{7}{20}$

$$\frac{3}{14} = \underline{\quad\quad} ; \frac{7}{20} = \underline{\quad\quad} .$$

(3)  $2\frac{2}{3}, 1\frac{1}{4}$

$$2\frac{2}{3} = \underline{\quad\quad} ; 1\frac{1}{4} = \underline{\quad\quad} .$$

(4)  $\frac{5}{12}, \frac{11}{21}, \frac{3}{28}$

$$\frac{5}{12} = \underline{\quad\quad} ; \frac{11}{21} = \underline{\quad\quad} ; \frac{3}{28} = \underline{\quad\quad} .$$

### 捉虫时刻

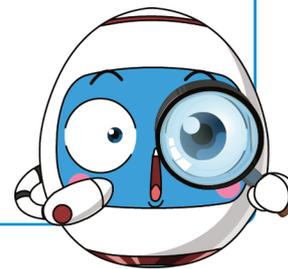
$\frac{6}{16} = \frac{6 + ( )}{16 + 8}$  . 艾迪想到, 根据分数的性质, 为了保证分数大小不变, 便在括号中也填上了8, 请问艾迪写的对吗? 如果不对, 那么正确答案应该是多少呢?

## 探索

比较下列分数的大小并填空。

(1)  $\frac{9}{11}$  和  $\frac{8}{11}$ ，比较大的是 \_\_\_\_\_。

(2)  $\frac{7}{8}$  和  $\frac{7}{9}$ ，比较大的是 \_\_\_\_\_。



## 例题5

先通分，再比较每组中两个分数的大小。

(1)  $\frac{5}{6}$  和  $\frac{7}{8}$

(2)  $\frac{4}{5}$  和  $\frac{13}{25}$

(3)  $\frac{7}{15}$  和  $\frac{5}{24}$

(4)  $\frac{3}{8}$  和  $\frac{2}{5}$



挑战

将下列各数用“<”连接起来：

(1)  $\frac{3}{7}$ ,  $\frac{5}{14}$ ,  $\frac{13}{28}$ ,  $\frac{27}{56}$ .

(2)  $\frac{10}{17}$ ,  $\frac{12}{19}$ ,  $\frac{15}{23}$ ,  $\frac{20}{33}$ ,  $\frac{60}{91}$ .

# 学习笔记

Handwriting practice area with horizontal dashed lines.



## 思维导图



## 生活应用

苏轼的《和董传留别》中，“腹有诗书气自华”一句广为流传，原因就在于它经典地阐述了读书与人的修养的关系。中国的读书人向来把读书视为积累知识、增长学问的有效途径。读书的作用不仅在于学习知识，还在于提升人的精神境界。尤其是常读书，日积月累就会使人脱离低级趣味，养成高雅、脱俗的气质。读书与不读书，读书多与读书少的人，所表现出的内在气质与素质是绝不相同的。

有资料显示，我国每年发行的儿童图书虽然有4.6亿册，但平均到3.6亿未成年人身上人均不过1.3册。我国的未成年人儿童读物拥有量在全世界排名第68位，只是以色列的 $\frac{1}{50}$ ，美国的 $\frac{1}{30}$ 。提升阅读量于我们而言，是一件非常重要的事。

聪明的小朋友，你知道美国和以色列相比，哪个国家的未成年人儿童读物拥有量更多呢？你是怎么判断的？



## 我是小讲师

小朋友们，请给爸爸妈妈讲一讲，你是如何比较 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{7}$ 的大小吧！



## 分数的历史

在历史上，分数几乎与自然数一样古老。早在人类文化初期，由于进行测量和均分的需要，引入并使用了分数。史料表明石器时代的古人尚未发明分数，而随着先进青铜文化的崛起，分数概



念和分数记号应运而生。3000多年前，据古埃及莱茵德纸草书记载，埃及本土的尼罗河定期泛滥，河水退却之后，留在两岸的是肥沃的土壤，于是每年汛期一过，各个部落重新测量土地面积以确定交租数目，当得不到整数时，古埃及象形文字创造了一种符号表示单位分数（分子为1的分数），

即在整数上方画一个长椭圆，就表示该整数的倒数，如上图分别表示  $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{8}$  和  $\frac{1}{10}$ 。

中国古石器时代的记载中并没有出现分数，目前的文献中，关于分数概念的记载可追溯至商代（公元前12世纪前后），铜器上篆刻的铭文上出现了“半斗”“四分”等符号，说明在分物的过程中，自然数不能解决问题时，一半，弱半就随着分物而产生。而在晚周铜器铭文中已出现了关于分数的叙述。因古人常略去“几分之几”的“之”字，故把  $\frac{3}{5}$  读作“五分三”。在公元前3世纪的《考工记》中，谈及车轮制作时，写有“十分寸之一为一枚”之句，其意为十分之一寸为一分。到了先秦时期，许多文献中也出现了分数，如《商鞅量》：“太良造鞅爱积十六尊五分尊一为升。”《论语·泰伯》：“三分天下有其二，以服事殷。”《老子》五十五章：“生之徒十有三，死之徒十有三，人之生动之死地十有三。”这些文献说明此时的分数已经由几分之一发展到几分之几，应用的范围拓展到表达部分与总体的关系。到两汉时期《算数书·约分》记载：“二千一十六分之百六十二，约之百一十二分之九。”从中可以发现分子与分母的数量已经发生巨大的拓展，也提到了约分，其中分数的表达中出现了“之”，与目前我国分数读法几乎一致。

在我国经典数学著作《九章算术》的“方田”章中，给出了完整的分数加、减、乘、除以及约分和通分运算法则。如第5题：今有十八分之十二，问约之得几何。

在阿拉伯民族眼中，数学是智慧的母亲。为了表现慈母的端庄、秀丽，阿拉伯民族在分子、分母之间添加了一条横线。这条美丽的线段不是分隔母子的沟壑，而是连接母子的彩带。关于分数线的记载，最早见于阿拉伯数学家花拉子米的著作《还原与对消计算概要》。

一般认为，现代数学意义下的分数线应归功于一位12世纪的阿拉伯数学家。在其著作中把

$\frac{49}{180}$  写成  $2 + \frac{3 + \frac{3}{8}}{9}$ ，此即繁分数表示法，启发了后人如何正确、简洁应用分数线。

# 数独大作战



			6		2
6		5			
	5				
	4				6
3					
		4		6	



高手

3分钟

达人

5分钟

新星



六宫对角线数独：在空格内填入数字 1~6，使得每个数字在每行、每列、每宫和两条对角线上都只出现一次。



专注、敏锐、严谨、准确、毅力、强大！下一位数独高手就是你！

# 数独大作战答案

5	3	1	2	7	4	6	8	9
6	9	2	3	5	8	7	1	4
4	8	7	6	9	1	5	3	2
3	2	8	4	6	9	1	7	5
9	6	5	1	3	7	4	2	8
7	1	4	8	2	5	3	9	6
2	5	6	9	1	3	8	4	7
1	4	9	7	8	6	2	5	3
8	7	3	5	4	2	9	6	1

第1讲

6	9	7	3	8	1	4	2	5
5	2	1	4	9	7	3	8	6
4	8	3	5	6	2	1	9	7
7	1	4	6	5	8	9	3	2
9	5	6	2	3	4	7	1	8
2	3	8	7	1	9	5	6	4
8	7	2	9	4	3	6	5	1
3	4	5	1	2	6	8	7	9
1	6	9	8	7	5	2	4	3

第2讲

2	9	6	1	7	3	4	8	5
3	5	1	4	9	8	7	6	2
4	7	8	6	5	2	3	1	9
8	3	9	7	2	6	5	4	1
6	4	2	5	3	1	9	7	8
5	1	7	8	4	9	2	3	6
1	2	5	3	8	4	6	9	7
7	6	4	9	1	5	8	2	3
9	8	3	2	6	7	1	5	4

第3讲

9	3	6	7	4	5	8	2	1
4	7	1	6	8	2	5	3	9
2	8	5	3	9	1	6	4	7
6	2	4	9	1	7	3	5	8
3	5	9	2	6	8	7	1	4
7	1	8	4	5	3	9	6	2
1	4	3	8	7	6	2	9	5
8	9	2	5	3	4	1	7	6
5	6	7	1	2	9	4	8	3

第4讲

3	2	6	5	1	9	8	4	7
8	7	5	6	4	3	2	9	1
9	4	1	2	7	8	6	5	3
1	6	4	7	8	5	9	3	2
7	5	3	9	2	6	4	1	8
2	9	8	1	3	4	5	7	6
6	8	9	3	5	1	7	2	4
4	1	2	8	9	7	3	6	5
5	3	7	4	6	2	1	8	9

第5讲

2	4	3	6	5	1
1	5	6	3	4	2
6	1	4	5	2	3
5	3	2	1	6	4
4	6	1	2	3	5
3	2	5	4	1	6

第6讲

4	3	1	6	5	2
6	2	5	3	4	1
2	5	6	1	3	4
1	4	3	5	2	6
3	6	2	4	1	5
5	1	4	2	6	3

第7讲



了解更多有趣的数独知识，成为数独高手，皆在“学而思数独系列课程”等着你！