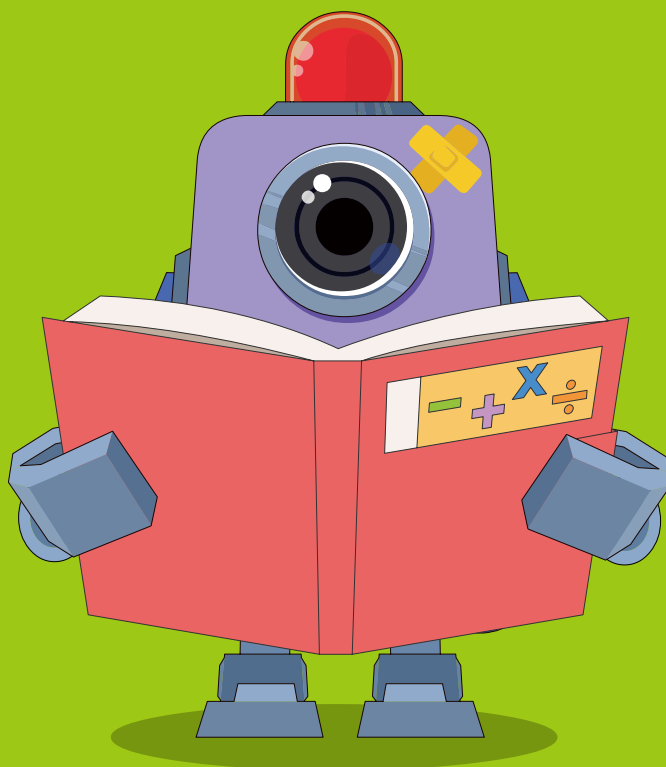


2 年 级

· B 版 ·



姓名

联系电话



受益一生的能力!

探寻数学之美 注重生活应用 培养多元能力

我们不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，
通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，
让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，
成为拥有面向未来的多元能力的人。



数学有源



数学有趣



数学有用

探寻数学之美，培养多元能力



前言

本册书由学而思培优小学部专业研发团队打造，适合二年级儿童使用。

6-8岁的儿童思维十分活跃，他们喜欢观察世界提出问题，他们初步具备了语言交流能力，时间知觉和空间知觉也在逐步发展。针对该年龄段儿童心理和生理特点，结合《义务教育数学课程标准》，我们研发了本课程，帮助孩子收获“有源+有趣+有用”的学习体验。

我们的课程注重数学的生活来源、探索过程和生活应用。教学上，将“情境带入”、“问题引导”、“韵律体操”、“动手探索”、“合作交流”和“条理表达”贯穿课堂，动静结合。教法上，我们专门设计了新知模块，引入CPA教学法（C-Concrete 具象化，P-Pictorial 形象化，A-Abstract 抽象化）注重引导孩子进一步思考。内容设计上，每讲多个模块搭配，来培养孩子的阅读能力、沟通能力、探究能力、思辨性思维、创造性思维、抽象性思维。

| 环节 | 阅读能力 | 沟通能力 | 探究能力 | 思辨性思维 | 创造性思维 | 抽象性思维 |
|-------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 追本溯源 | ● | | ● | | ● | |
| 新知探索 | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| 捉虫时刻 | ● | | ● | ● | | ● |
| 动手操作 | ● | | ● | | ● | |
| 思维导图 | ● | | ● | | ● | ● |
| 萌娃小讲师 | ● | ● | ● | | ● | ● |
| 生活应用 | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| 大开眼界 | ● | ● | ● | ● | ● | ● |
| 延伸阅读 | ● | | ● | ● | ● | |



本册精彩板块

◇ 【追本溯源】




了解数学起源，开拓视野，感受数学人文情怀，激发学习兴趣。


◇ 【动手探索】




结合相关能力设计学具，引导学生积极动手操作，有效地帮助学生从形象思维过渡到抽象逻辑思维。

◇ 【萌娃小讲师】 

课后的语言表达环节，以学生为主导，锻炼胆识、应变力以及思维的组织力。

◇ 【生活应用】 

到生活中去，用数学解决生活中的实际问题。

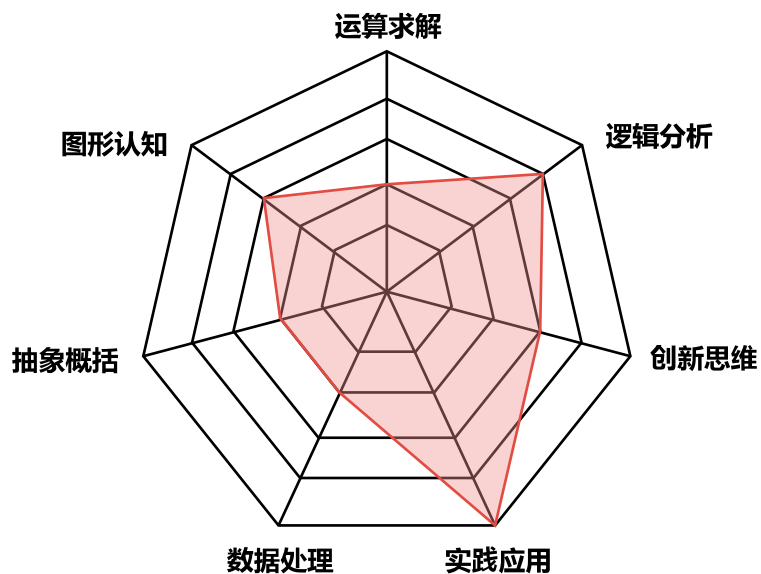
◇ 【大开眼界】 

感受不同国家的数学，开拓视野。

我们的数学课堂，不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，成为拥有面向未来的多元能力的人。



本册书数学专项能力模块分布情况





本册书使用建议

课前



- 阅读“本讲目标”，了解本讲知识，明确需要养成的能力与习惯；
- 通读“追本溯源”，了解数学史、感受数学文化、接受数学熏陶。

课中



- 认真学习“新知”、“探索”模块，掌握本讲内容，收获本讲知识；
- 仔细探究“捉虫时刻”，发现问题，敢于质疑，培养思辨性思维；
- 灵活利用“思维导图”，总结本讲知识，巩固课堂内容。

课后



- 借助“思维导图”，回忆课堂内容；
- 翻阅“新知探索”，查看书写，加深知识印象；
- 利用“萌娃讲师”，讲解本讲知识，锻炼口述能力。

小学低年级是孩子习惯养成并且逐渐塑形的黄金阶段，习惯的培养根源于生活，生活习惯100%迁移到学习中，于是我们准备了这样一套习惯培养体系，将生活习惯和学习习惯的培养融入在课堂当中。



| 学期 | 一年级 | 二年级 |
|------|----------|----------|
| 暑假 | 守时习惯——守时 | 条理习惯——整理 |
| 秋季上册 | 专注习惯——倾听 | 笔记习惯——记录 |
| 秋季下册 | 专注习惯——专心 | 笔记习惯——整洁 |
| 寒假 | 阅读习惯——阅读 | 复习习惯——复习 |
| 春季上册 | 口述习惯——口述 | 反思习惯——自查 |
| 春季下册 | 口述习惯——提问 | 反思习惯——更正 |

习惯培养体系

小学一年级的朋友处于刚刚入学的阶段，对于小学生活既新鲜又不习惯。这时候的他们，首先要学会适应新的作息时间和集体生活，养成守时的好习惯。随后，良好的专注力将会帮助他们更好地倾听，并进行深入的思考。

到了二年级，此时的孩子们已经具备了一定的自理能力，要逐渐减少他们对家长的依赖性，养成有条理的习惯。随后，孩子们的书写速度加快，便可以逐渐记录下课堂重点，养成良好的笔记习惯，从而在课后梳理笔记、进行复习。当孩子们已经可以主动地完成学习任务时，接下来要鼓励他们学会自己检查、及时更正，避免粗心的错误。

我们会在每节课前播放习惯培养系列动画短片，以朗朗上口的歌谣加深孩子们对好习惯的理解，在每册书的前言部分，可以看到本册书侧重培养的习惯。

各种各样的习惯是一个综合培养、循序渐进的过程，孩子的每一个好习惯都是渗透在平时的生活和学习中的，我们倡导的习惯培养体系，目的是阶段性地重点培养某一个习惯，给孩子们送上一份一生受用的礼物。

反思习惯——更正

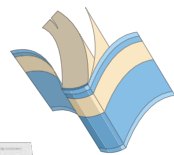


- 小小错误平常事，心态平和来更正。



- 留下错误在原地，空白之处改错误。
- 之后再来做一遍，相似题目多演练。

资料说明



| 资料 | 说明 |
|-----------|---|
| 课堂用书 | 课上学习【追本溯源】、【新知探索】、选学【挑战】 课后完成【思维导图】、【萌娃小讲师】、【本讲巩固】、【生活应用】 课后赏析【大开眼界】、【延伸阅读】 |
| 芝麻书/芝麻盒 | 课上动手操作，探索新知； 课后萌娃讲师，动手讲解。 |
| 加油站（课后） | 对应讲次练习册和阶段复习，供学有余力的宝贝们进行课程复习巩固。 |
| 计算小超市（课后） | 每月一册，与课内及学而思课程同步，每天一篇坚持练习，逐步提高计算能力。 |
| 成长足迹（课后） | 期末阶段能力诊断。 |

目录

8

移多补少进阶……11

9

数阵图进阶……25

10

和差问题……43

11

多角度观察……59

12

年龄问题初步……79

13

蜗牛爬井……95

14

线段图综合……109

15

必胜策略初步……123

16

数墙……139





实践应用

8. 移多补少进阶





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

移多补少初步

移多补少进阶

平均数问题



本讲目标

- 1 通过观察，让孩子形象地理解移动过程中发生的数量变化。
- 2 能够根据不同情况，求出移多补少中各部分的结果。
- 3 通过学习，解决实际生活中的类似问题。



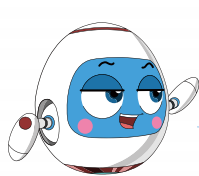


追本溯源

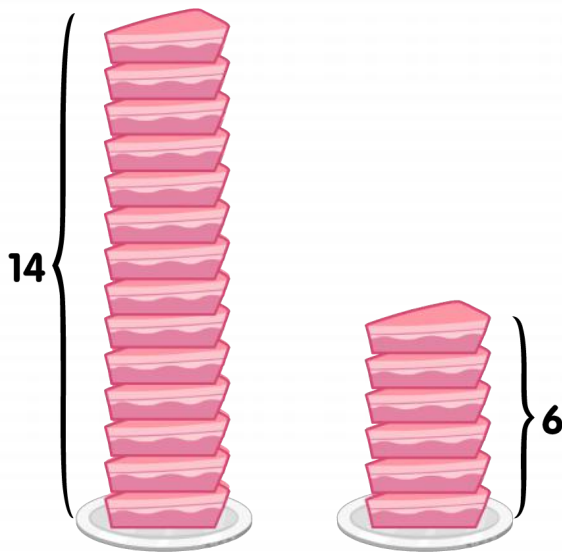


当两个羊圈中羊的数量不同时，羊多的羊圈草料不够吃，羊少的羊圈草料会浪费掉。要让每只羊都能吃到草，就要保证两个羊圈里的羊一样多。像这样，把不相等转化为相等，取出多的部分补给少的部分，就是我们常说的“取长补短”。

新知探索



新知



我要给你多少块，咱们的数量才会一样多呢？

?



先数多多少块，再给多出来的_____，我们就一样多啦！





探索1

大猴和小猴都有一些香蕉，如果大猴给小猴3根香蕉后，两只猴的香蕉就会一样多。原来大猴比小猴多多少根香蕉？



探索2

除除有24面彩旗，乘乘给除除8面后，两人的彩旗数就相等了。乘乘原来有多少面彩旗？



探索3

超能先锋队和毛毛虫队比赛吹气球。两队原来各有一些人，超能先锋队中的11人加入到毛毛虫队后，超能先锋队比毛毛虫队还多2人。原来超能先锋队比毛毛虫队多多少人？



探索4

下面是艾迪完成的一道题，请你找出艾迪错误的地方，并在空白处帮艾迪改正。

大毛和二毛有一些苹果，大毛给了二毛10个苹果后，大毛比二毛还多3个，原来大毛比二毛多多少个苹果？

$$10+3=13(\text{个})$$

答：大毛比二毛多13个。





探索5

大家分成两队进行拔河比赛，第一队比第二队多23人，从第一队调多少人到第二队后，第一队比第二队还多3人？



探索6

甲、乙两队进行比赛，甲队比乙队多27人，从甲队走多少人到乙队后，甲队比乙队还多7人？



探索7

超能先锋队和毛毛虫队原来各有一些徽章，超能先锋队给毛毛虫队11个徽章后，超能先锋队反而比毛毛虫队少4个，原来超能先锋队和毛毛虫队相差多少个徽章？

B 版挑战



挑战1

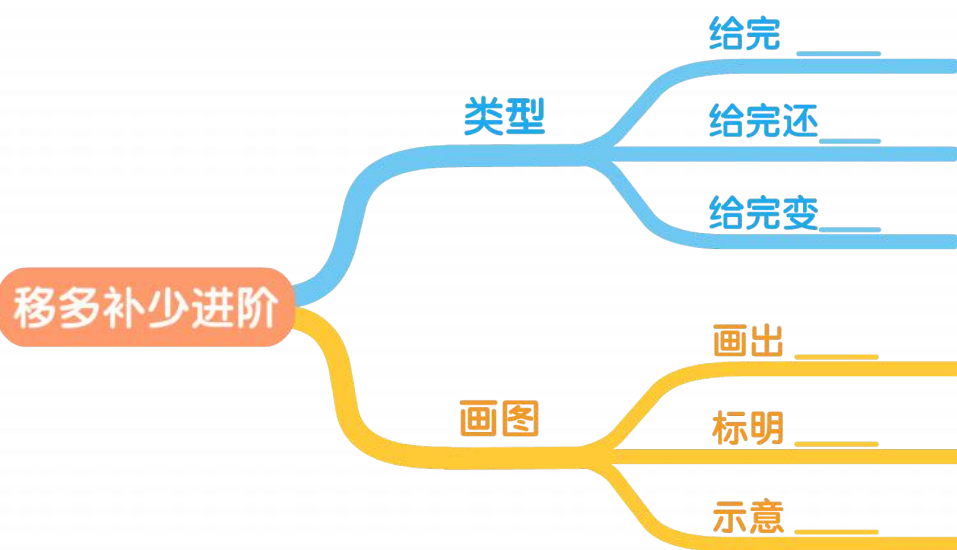
小辉和小鑫各有一些卡片，小辉的卡片比小鑫的卡片多9张，小辉给了小鑫多少张卡片后，小辉反而比小鑫少3张卡片？



挑战2

小艾和小迪比赛下棋，两个人手里有一些糖，规定每局比赛输的人要给赢的人一块糖，现在小艾比小迪多6块，从现在开始，小迪需连赢几局，才能比小艾多2块？

思维导图



学习笔记



萌娃小讲师



小朋友，打开你的芝麻书，翻到本讲，动手移一移，并讲一讲你的想法吧！



本讲巩固

巩固 ①

有两盘桃，从第一盘里拿3个放入第二盘后，两盘桃就同样多。已知第二盘原来有8个桃，第一盘原来有多少个桃？

巩固 ②

农场有两个池塘，甲池塘里的鱼比乙池塘里的鱼多24条，从甲池塘里捉多少条鱼到乙池塘里之后，甲池塘里的鱼还是比乙池塘多4条？

巩固 ③

弟弟有10个梨，哥哥给弟弟4个梨后，还比弟弟多2个，哥哥原来有多少个梨？

生活应用



小朋友，想一想，生活中还有什么地方可以用到神箭呢？简单写一写或画一画，分享给大家吧！

大开眼界

Aiden has 20 more candies than Beck at the beginning. Aiden has 4 candies more than Beck after giving some candies to Beck. How many candies does Aiden give to Beck?

翻译：小艾有的糖原来比小贝多20颗。小艾送给小贝一些糖后，小艾有的糖仍比小贝多4颗，问小艾给小贝多少颗糖？





取最小数法求平均数

小朋友，你知道吗？动动小手移来移去就可以求出平均数，是不是很有趣呢！它的想法就是让多的给少的分一些，让最后让两边的一样多。接下来你能帮一帮加加吗？原来，艾迪、薇儿、加加、减减4人，每人出同样多的钱买了一些同样的小礼物，艾迪拿了10个，薇儿拿了6个，加加拿了5个，减减拿了7个，结果加加有些不高了。你能想办法帮助一下加加吗？如何分配最合理呢？让拿的最多的艾迪分给薇儿1个，分给加加2个，这样每个人就都是7个，就一样多了！我们可爱的加加就不会哭鼻子了。移多补少求平均数这个小窍门是不是很神奇呢？求平均数还有更神奇的小秘诀呢！快让我们一起来看一看吧！

“取最小数法”就是以一系列数中最小的那个数为标准，求平均数的一种方法。举个例子，我们二年级篮球队有五名队员，他们的身高分别为170厘米、150厘米、160厘米、180厘米、140厘米。那你知道他们的平均身高到底是多少吗？



通过观察我们发现，五名队员中最矮的人是140厘米，那我们可以把最矮的140厘米作为标杆，把每个人多出来的部分再平均分配，从而求出平均数。这五个人分别比140厘米多30厘米、10厘米、20厘米、40厘米、0厘米。

那我们先来求一下这些数的平均数： $(30+10+20+40+0) \div 5 = 20$ （厘米），也就是说这五个人平均每个人比最矮的140厘米高20厘米，那么这五个人的平均身高就是 $140+20=160$ （厘米）。是不是很巧妙呢？最近小明同学也是遇到了一点小问题，请求大家来帮助他，来看看是什么问题难住了小明。小明的妈妈答应小明如果小明考试的平均分能超过85分就可以得到奖励，现在知道小明数学考了88分，语文考了82分，英语考了84分，音乐考了80分，美术考了81分。小明现在正在焦急地等待结果，快来帮他算算，他到底能不能得到奖励呢？

逻辑分析

9. 数阵图进阶





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

数阵图初步

数阵图进阶

幻方



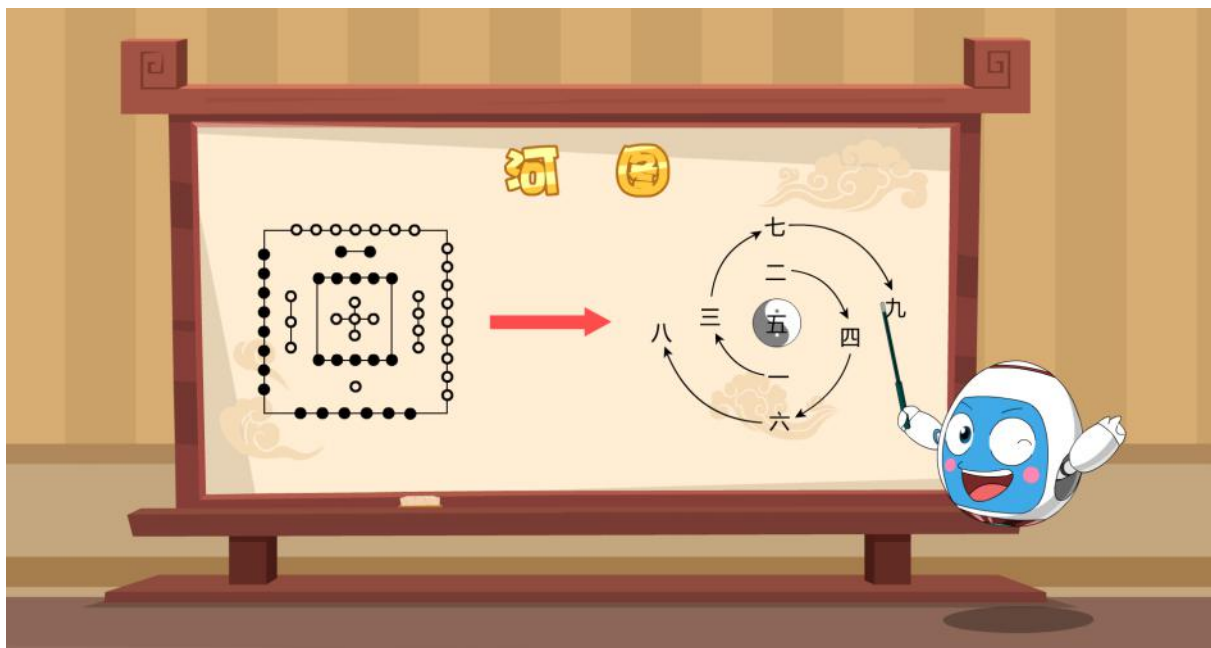
本讲目标

- 1 认识并了解不同类型的数阵图。
- 2 掌握填数的规律并总结方法。
- 3 培养孩子的逻辑分析能力。





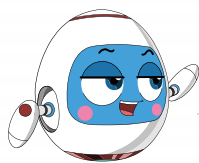
追本溯源



“一六共宗，为水居北；二七同道，为火居南；三八为朋，为木居东；四九为友，为金居西；五十同途，为土居中”，以上内容均出自河图。

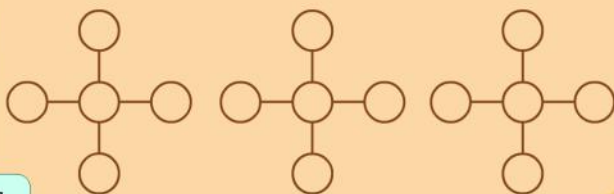
传说上古时代，黄河中浮出一只龙马，背上有个神秘的图案，伏羲与那图案意向相合，挥笔画出了“八卦”，从而诞生了天文历法，而那只龙马身上的图案就叫做“河图”。过去大家认为“河图”很神秘，但在今天看来，它实际上只是数学中的一个分支；南宋数学家杨辉将之称为“纵横图”，国外则称之为Magic Square，也就是幻方。今天就让我们一起走进古人的智慧吧！

新知探索



新知

把1, 3, 5, 7, 9这5个数分别填入图中的圆圈内, 使得横行3个数与竖列3个数的和都相等.



我发现_____位置很特殊, 它既在横行中, 又在竖列中.



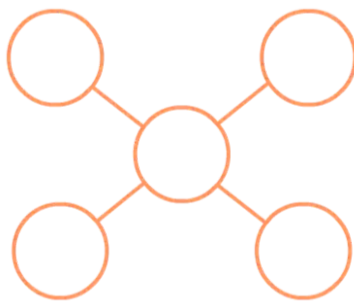
所以先填重叠位置, 想想哪些数可以填在这里呢?





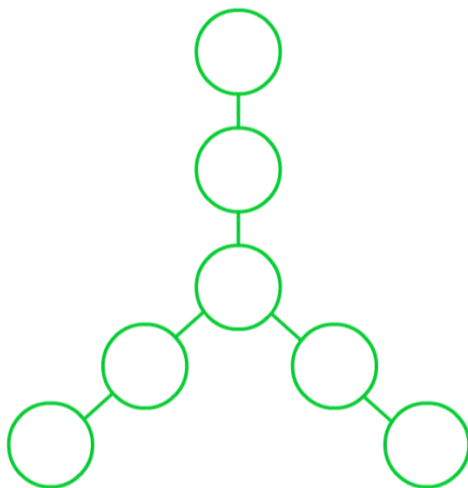
探索1

把8, 9, 11, 17, 20这5个数分别填入图中的圆圈内, 使得每条直线上3个数的和都等于37.



探索2

将6, 7, 9, 10, 11, 12, 15这7个数分别填入图中的圆圈中, 使得每条直线上3个数的和都等于28.

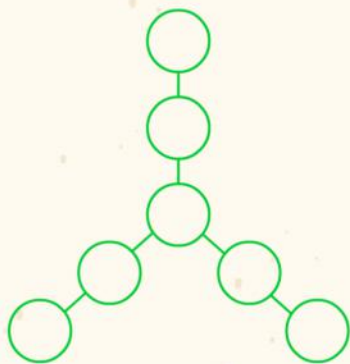




探索3

下面是艾迪完成的巩固练习，请你找出艾迪错误的地方，并在空白处帮艾迪改正。

将1、2、3、4、5、6、7这7个数填入图中的圆圈中，使每条直线上3个数的和都等于10，请问中间重叠数是几？



数和： $1+2+3+4+5+6+7=28$

线和： $10 \times 3 = 30$

差： $30 - 28 = 2$

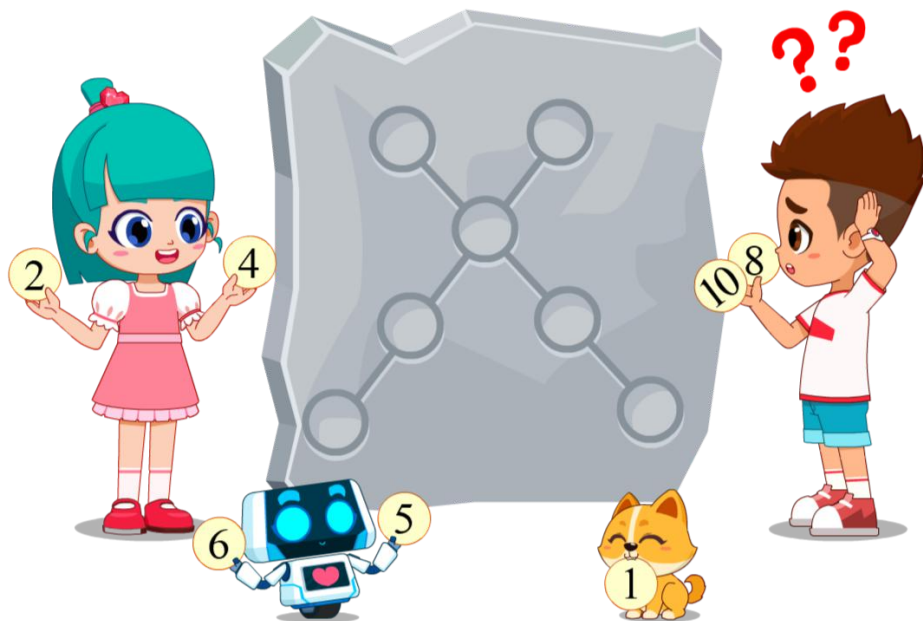
答：重叠数是2。





探索4

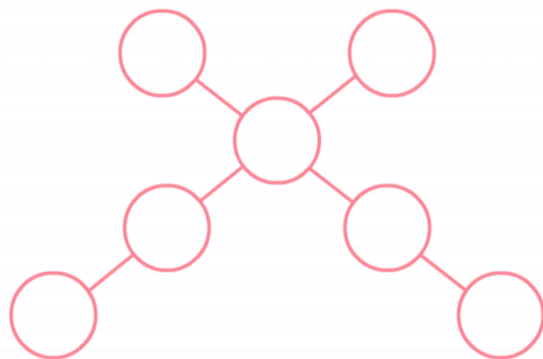
请把他们手上的卡片放进石板的凹槽中，使得每条直线上4个数的和都等于20。





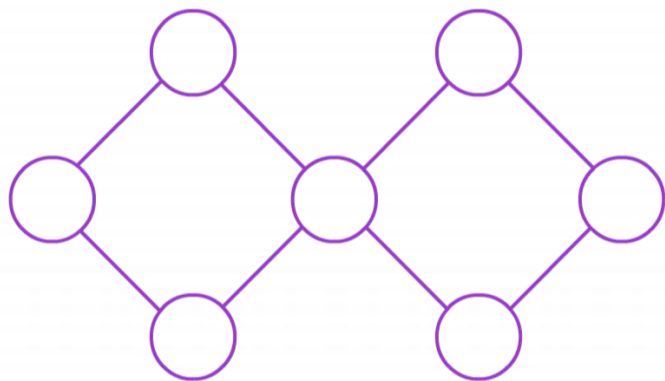
探索5

把8, 9, 10, 11, 12, 14, 16这7个数分别填入图中的圆圈中, 使得每条直线上4个数的和都等于46.



探索6

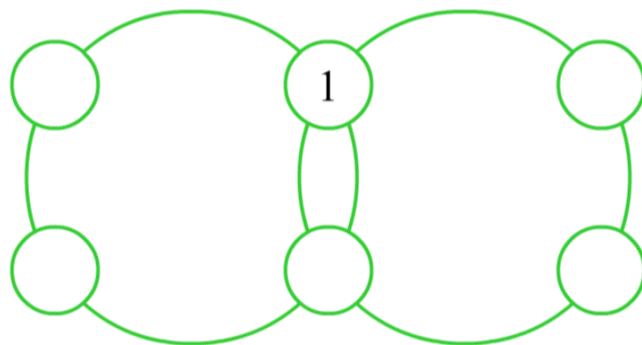
把2, 3, 4, 5, 6, 7, 8这7个数分别填入图中的圆圈中, 使每个正方形中四个数之和都等于19.





探索7

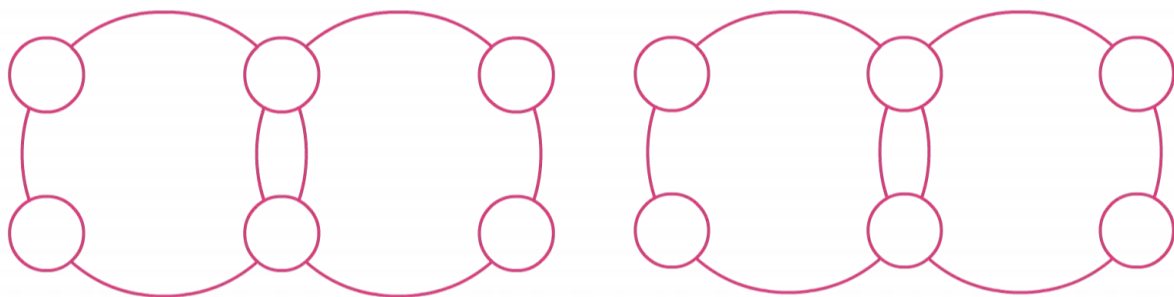
把1, 5, 9, 10, 16, 21这6个数分别填入图中的圆圈里, 使每一个大圆上的四个数之和都等于36, 其中1已经填好了.



B 版挑战

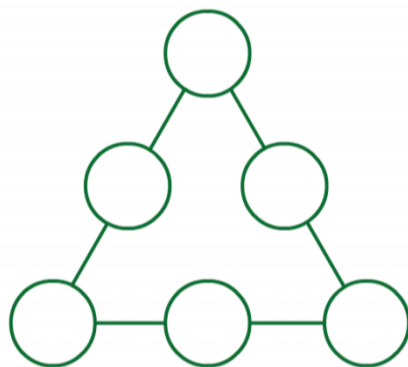
挑战1

将5, 6, 9, 11, 14, 15这6个数分别填入图中的圆圈里, 使每个大圆上4个数的和都等于40.



挑战2

把10, 11, 12, 13, 14, 15这6个数分别填入下图的6个圆圈中, 使得三角形每条边上的3个数的和都等于36.



思维导图

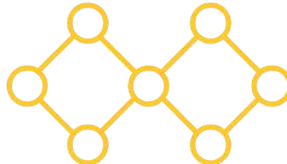
数阵图进阶

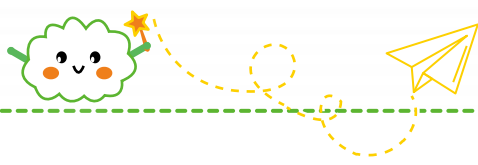
步骤

- 求 、
- 确定 位置的数
- 凑数确定其他位置的数

类型

- 辐射型 

- 封闭型 



学习笔记

A large rectangular area with a dashed green border, containing 18 horizontal dashed lines for writing notes.





萌娃小讲师

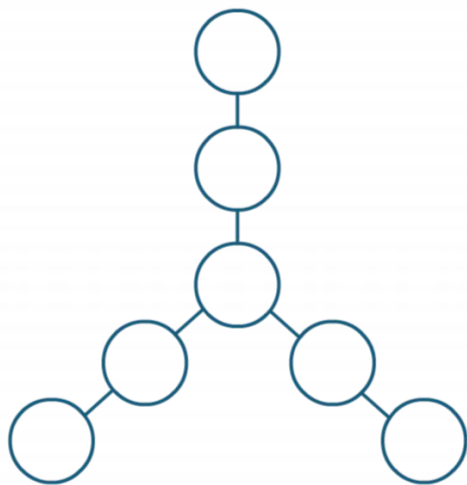


小朋友, 请你按要求把数填入圆圈内再讲讲你的想法吧!

本讲巩固

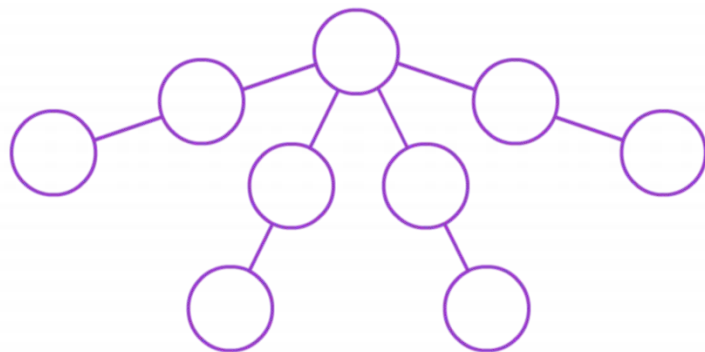
巩固 ①

把1, 4, 7, 10, 13, 16, 19这7个数分别填入图中的圆圈中, 使每条直线上的3个数之和都等于30.



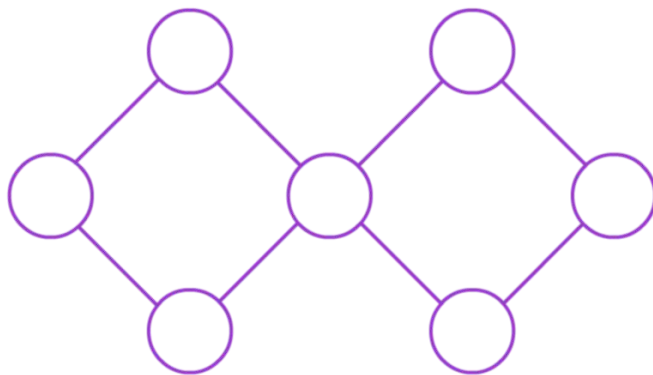
巩固 ②

把2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18这9个数分别填入下图的圆圈中, 使得每条直线上的3个数的和都等于24.



巩固 3

把2, 3, 4, 5, 6, 7, 8这7个数分别填入图中的圆圈内, 使每个正方形中4个数之和都等于21.



生活应用



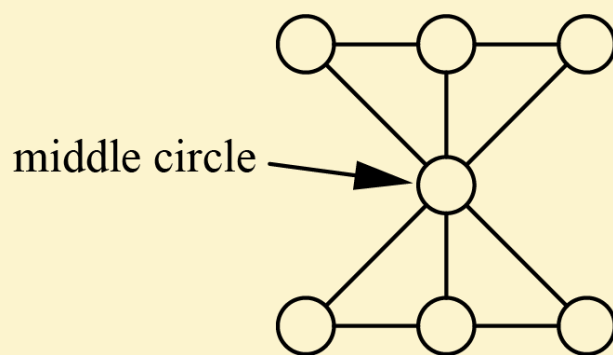
小朋友，生活中有很多东西都是数阵图的样子，你还能找到哪些？把它画下来一起分享吧！

大开眼界

In the figure on the right, please put digits 1-7 in the seven circles so that the three digits in every straight line add up to 12. What is the digit in the middle circle?

()

翻译：观察右图，请把数字1-7填入七个圆圈里，使每条直线上的三个数字加起来等于12。中间的圆圈里填写的数字是？()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6





延伸阅读

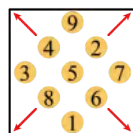
幻方

小朋友们，今天学的数阵图，其实和幻方很像。简单的幻方就是将数字1—9填入3×3的九宫格内，使每行每列两条对角线上的数字和相同。

九子排列法

我国宋代数学家杨辉总结幻方编排的方法是：“九子排列、上下对易、左右相更、四维挺出。”

九子排列法第一步就是把1—9按第1幅图排列出来；第二步把上下的9和1对换，叫上下对易；第三步把左右两个数3和7对换，叫左右相更；第四步把4、2、8、6四个数字突出来，就构成三阶幻方了。



四维挺出

中国古代三阶幻方

罗伯法

之前的所有方法看似都只能解决较为简单的三阶幻方，那我们遇到更困难的幻方应该怎么办呢，别担心，今天我们介绍的罗伯法（可以记为萝卜法），它可是能解决所有奇数阶幻方哦！罗伯法有个神奇的小口诀：

1居上行正中央，依次斜填切莫忘；
上出格时往下写，右出格时左边放；
排重便在下格填，右上出格一个样。

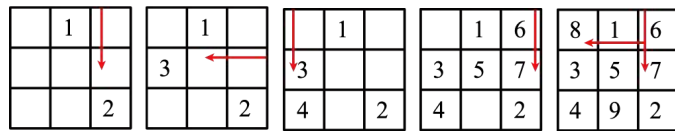


图1

图2

图3

图4

图5

具体填法如下：

罗伯法制作三阶幻方

(1) 在第一行正中央的方格内填1。

(2) 按斜上行方向，在1的右上方内填2，但出格了，所以将2填在所在一列的最下边的一个方格内（如图1）。

(3) 按斜上行方向，在2的右上一个方格内填3，又出格了，这时将3填在所在一行的最左边一个方格内（如图2）。

(4) 按斜行方向，在3的右上一格填4，但与1重合了，这时把4改填在与3相邻下边的一个方格内（如图3），然后依次填5、6在右上相邻的方格内。

(5) 按斜行方向，在6的右上一个内填7，但出格了表的右上角，这时把7改填在与6相邻的下边一格方格内（如图4）。

(6) 把8、9填入，8出格了，将8填入所在行的最左边的一个方格。按斜行方向填9，9出格了，将9填在所在一列最下边的一个方格内（如图5）。

罗伯法不仅可以编制三阶幻方，而且可以编排制作任何奇数阶幻方。

小朋友们，学完了罗伯法制作幻方，你能挑战一下将1—25填入5×5的五阶幻方中，使每行每列每条对角线上数的和相同吗！按照罗伯法的步骤，挑战一下吧！你会有惊奇的发现！

关于4×4这样的偶数阶幻方的填法，更加神奇哦，我们三年级再见！

实践应用

10. 和差问题





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

移多补少进阶

和差问题

线段图综合



本讲目标

- 1 灵活运用画图法解决实际问题。
- 2 利用和与差，寻找其他未知量。



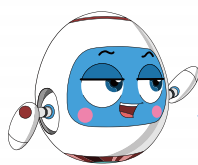


追本溯源



大仔、小仔两兄弟一起去捉了很多只兔子，哥哥比弟弟多捉了一只兔子，爸爸想把刚摘的果子奖励给他们，哥哥捉得多，决定给哥哥多分2个，一共有10个果子，要怎么分呢？为了公平，我们需要在等分的前提下分给兄弟俩，此时，光靠想并不容易看出来分给他们多少个果子。当我们有了一些信息，但无法直接想出结果的时候，那有什么方法可以帮助我们呢？小朋友们快想一想，你知道该请谁来帮忙了吗？

新知探索



新知

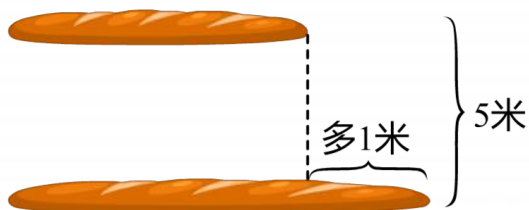
大强和大壮是一对力量型机器人，下面是他们吃的法棍面包，小朋友，请你根据下面的信息算一算他们吃的法棍面包各有多长？



大壮



大强





探索1

大强和大壮一共有85个电池，大强比大壮多3个。请问大强、大壮各有多少个电池？



探索2

大强和大壮一起上楼，一共上了60层，大强比大壮多上了6层，大强、大壮各上了多少层？



探索3

大强和大壮两人搬麻袋，每天搬的数量不变，2天一共搬了240袋，已知大壮每天比大强多搬10袋。问大壮、大强两人每天各搬了多少袋？



探索4

下面是小可完成的巩固练习，请你找出小可出错的地方，并在空白处帮小可改正。

大强和大壮两人在跑步，他们各自跑得快慢不变，2秒一共跑了200米，大强每秒比大壮多跑20米，请问大壮每秒跑多少米？大强每秒跑多少米？



$$\text{大壮: } (200-20) \div 2=90 \text{ (米)}$$

$$\text{大强: } 90+20=110 \text{ (米)}$$





探索5

大明和小明在跑步，他们各自跑得快慢不变，3分一共跑了540米，大明每分比小明多跑20米，这3分里大明和小明各跑多少米？



探索6

柜子上有两种哑铃，原来共有24个，被搬走了同样数量的大哑铃和小哑铃后，当前数量如下图，请问原来两种哑铃各有多少个？





探索7

图书馆一个书架的上、下两层一共有100本书，上、下两层增加同样多的书后，上层有90本，下层有70本。求原来书架的上、下两层各有多少本书？

B 版挑战



挑战1

船的上、下两层一共有220名工匠，从上层调10名到下层帮忙后，上下两层人数相等。求原来上、下两层各有多少名工匠？

挑战2

小青和大朋玩游戏，每玩一局，输的就要给赢的1枚棋子。一开始小青有18枚棋子，大朋有22枚，玩了若干局之后，小青反而比大朋多了10枚棋子。请问：此时小青和大朋分别有多少枚棋子？

思维导图

和差问题

方法（线段图）

1. 找（ ）与（ ）

2. 画（ ）

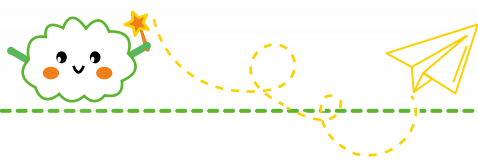
3. 看图（ ）

类型

1. 标准和差

2. 暗和

3. 暗差



学习笔记

A large rectangular area with a dashed green border, containing horizontal dashed lines for writing notes.



萌娃小讲师



小朋友，请你算出两条鱼的长度并讲一讲吧！



本讲巩固

巩固 ①

果园共260棵桃树和梨树，其中桃树的棵数比梨树多20棵。桃树和梨树各有多少棵？

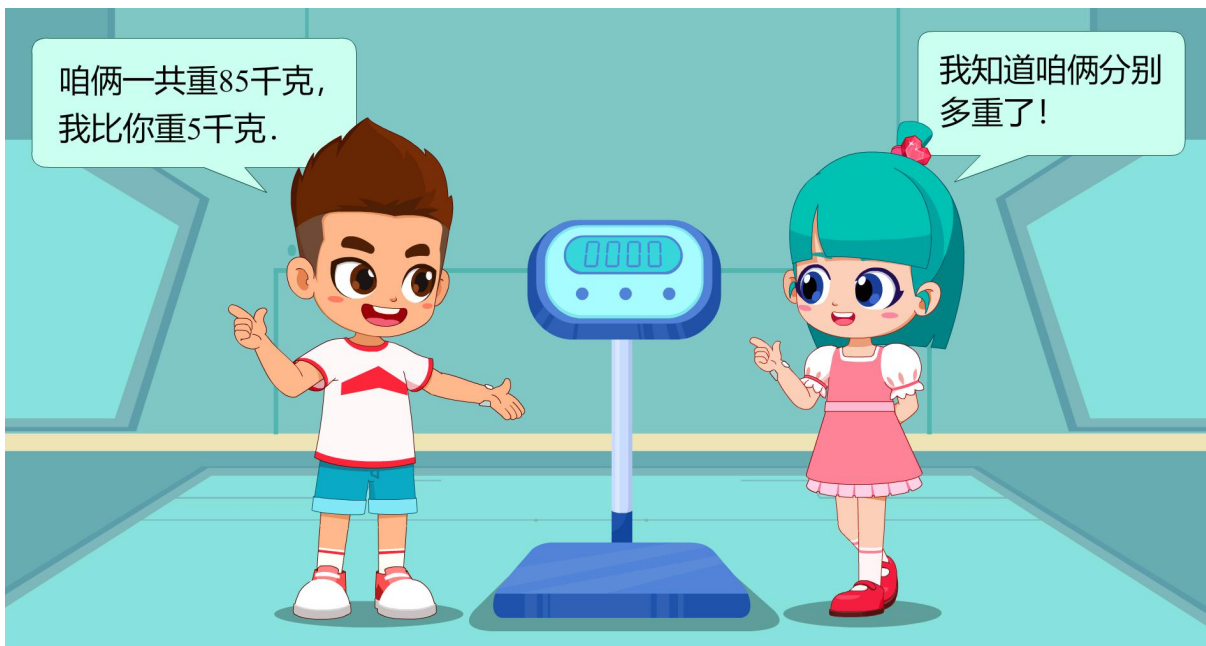
巩固 ②

小华和小林在做花，他俩做得快慢不变，4小时一共做了40朵花，小华每小时比小林多做6朵，小华和小林每小时各做多少朵花？

巩固 ③

小白和小黑一共有35元，花掉同样多的钱以后小白还剩9元，小黑还剩4元。问：原来小白和小黑各有多少元钱？

生活应用



小朋友，生活中还有什么是可以利用和与差计算得到的呢？

大开眼界

There are 31 candies on a table. Now Aiden and Beck share all the candies. If Aiden gets 5 candies less than Beck, how many candies does Aiden get?

翻译：桌上有糖31颗，全部分给小艾和小贝；若小艾比小贝少分得5颗糖，那么小艾分得多少颗糖？





尺规作图

小朋友们，学完了今天的和差问题，是不是觉着画图法很神奇呢？复杂的数学问题配合奇妙的图形就可以更加清晰直观，变得容易了呢。说的高大上一点，这就是“数形结合”！其实在很早之前，我国伟大的数学大师华罗庚先生就曾经说过：“数形结合百般好，数形分离万事难。”由此可见，越是高深的数学，就越需要图形的帮助呢！说到画图，方法也是多种多样，那我们今天就来给大家介绍一种最为传统的画图方式：尺规作图！

我国古代尺规作图历史

说起尺规作图，那可跟我国博大精深的传统文化密切相关呢，相信小朋友们都听过一句老话叫做“没有规矩，不成方圆”。“规”就是圆规，是用来画圆的工具，“矩”就像现在木工使用的角尺，由长短两尺相交成直角而成，两者间用木杠连接以使其牢固，其中短尺叫勾，长尺叫股。

《史记》中记载大禹治水时“左准绳，右规矩”。赵爽注《周髀算经》中有“禹治洪水，……望山川之形，定高下之势……乃勾股之所由生也”意思就是禹治洪水，要先测量地势的高低，就必定要用勾股的道理。这也说明规矩起源于很远的中国古代。



春秋时代也有不少著作涉及规矩的论述，《墨子》卷七中说“轮匠(制造车子的工匠)执其规矩，以度天下之方圆。”《孟子》卷四中说“离娄(传说中目力非常强的人)之明，公输子(即鲁班，传说木匠的祖师)之巧，不以规矩，不能成方圆。”可见，在春秋战国时期，规矩已被广泛地用于作图、制作器具了。由于我国古代的矩上已有刻度，因此使用范围较广，具有较大的实用性。

图形认知

11. 多角度观察





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

立体七巧板拼切

多角度观察

巧求周长（一）



本讲目标

- 1 结合实物图引导孩子学会从不同的方向观察图形。
- 2 根据不同方向观察到的图形，想象原来的立体图形。
- 3 提升学生的观察分析水平，培养孩子的空间想象能力。





追本溯源



艾迪和蛋君正在岸边欣赏夕阳，艾迪赞美到：“夕阳真美啊！蛋君，你能帮我拍下来吗？”蛋君：“艾迪，你的脑袋看起来和太阳一样大，你把右手抬起来，太阳就像在你掌心一样。”说完便去包里取相机，刚拿出相机一转身就发现太阳跑到艾迪的左边去了，但艾迪却说他没动。

小朋友们，你们知道这是为什么吗？

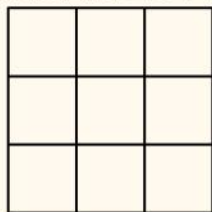
新知探索



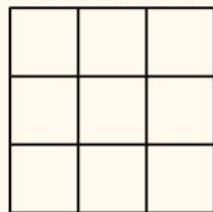
请你试着从不同角度观察下图，画一画，想一想，看到的图形有什么特点呢？



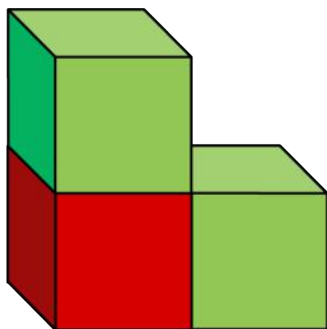
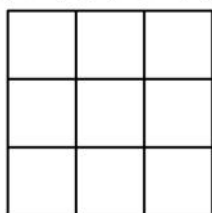
我从前面看是这个样子



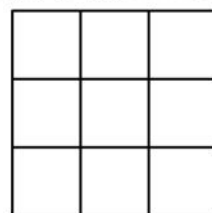
我从后面看是这个样子



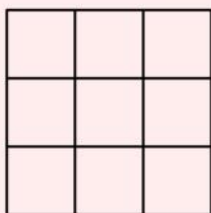
我从左面看是这个样子



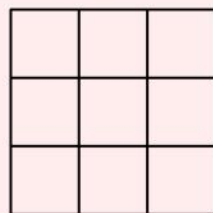
我从右面看是这个样子



我从上面看是这个样子



我从下面看是这个样子

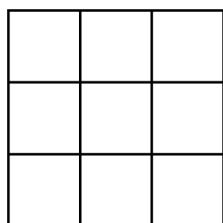
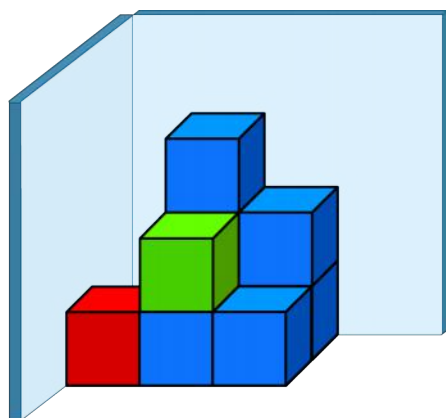




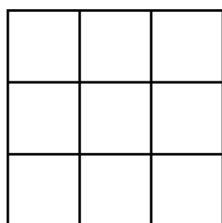
探索1

艾迪正在从不同的方向观察下面的图形：

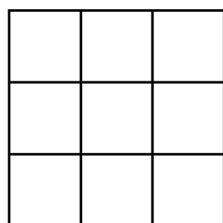
(1) 请你画出艾迪从不同方向看到的图形。



从前面看

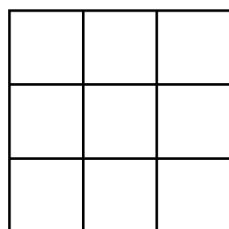


从左面看

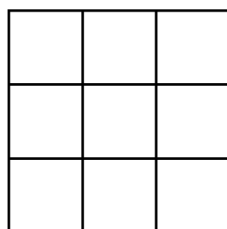


从上面看

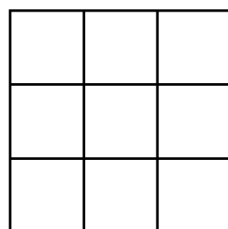
(2) 如果把上图中的红色和绿色小方块去掉，从不同的方向观察会发生什么变化呢？画一画吧！



从前面看



从左面看

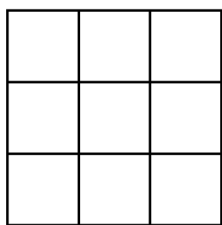
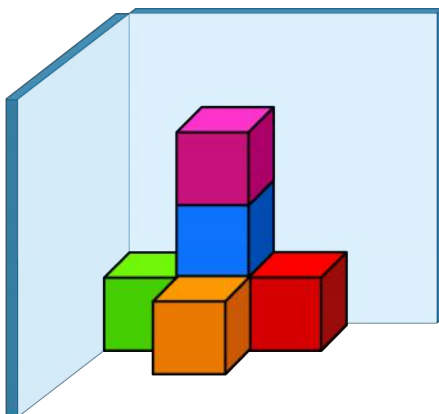


从上面看

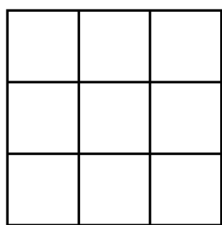


探索2

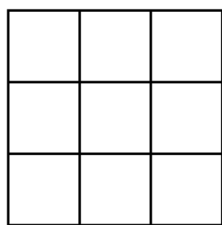
想一想，如果在下图中橘黄色小方块的左边和上边各放一个小方块，从不同方向观察，会有什么结果呢？画一画吧！



从前面看



从左面看



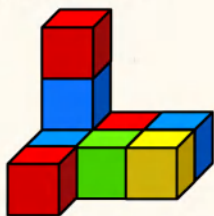
从上面看



探索3

下面是大毛的巩固练习，请你把他出错的地方圈出来，并在空白处帮他改过来。

如下图，艾迪悄悄把黄色的小方块放在了绿色小方块上面，此时薇儿从不同方向看到的图形是什么样子的呢？请你画一画。



从前面看



从左面看



从上面看



从前面看



从左面看

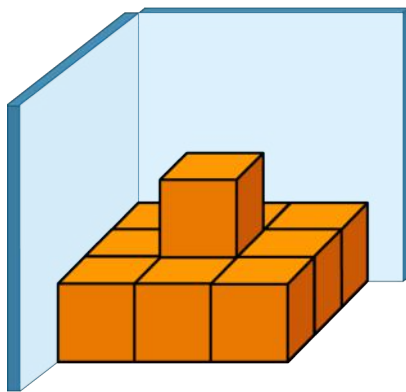


从上面看



探索4

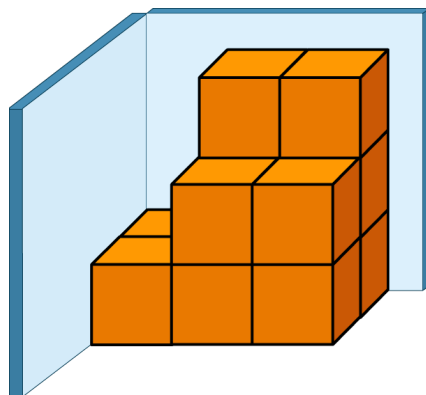
艾迪正从前面观察下面的图形时，博士悄悄拿走了几个小方块，但艾迪看到的图形并没有发生变化，请问博士最多可以拿走多少个小方块？





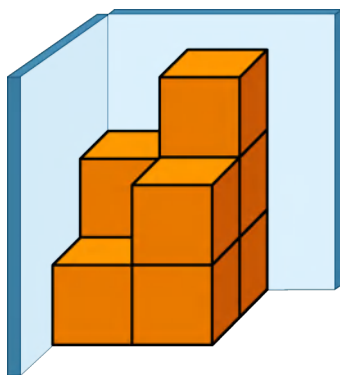
探索5

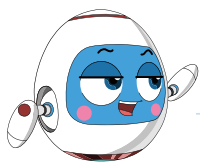
艾迪和薇儿正从前面和上面观察下图时，博士悄悄拿走了几个小方块，但艾迪和薇儿看到的图形并没有发生变化，请问博士最多可以拿走多少个小方块？



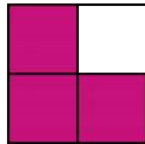
探索6

艾迪和薇儿正从前面和左面观察下图时，博士悄悄拿走了几个小方块，但艾迪和薇儿看到的图形并没有发生变化，请问博士最多可以拿走多少个小方块？



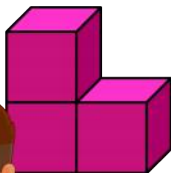


新知

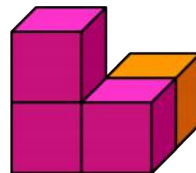


从前面看

根据从前面看的图纸，我可以拼出这样的图形。



根据从前面看的图纸，我可以拼出这样的图形。



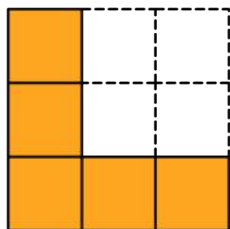
你还可以拼出其他的图形吗？



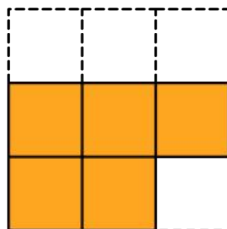


探索7

现有一个用小正方体拼成的立体图形，下图是从前面和上面观察时看到的图形图纸，请你根据图纸动手试一试，这些小方块可能是怎么搭的呢？

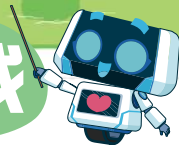


从前面看



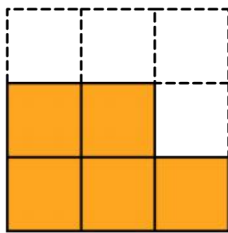
从上面看

B 版挑战

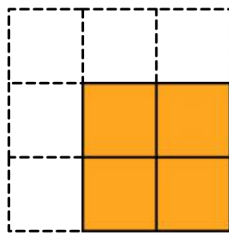


挑战1

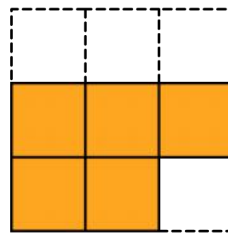
现有一个用小正方体拼成的立体图形，下图是从前面、左面和上面观察时看到的图形图纸，请你根据图纸动手试一试，这些小方块可能是怎么搭的呢？



从前面看



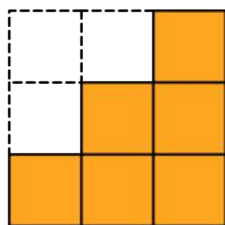
从左面看



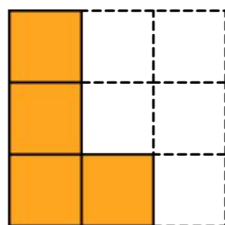
从上面看

挑战2

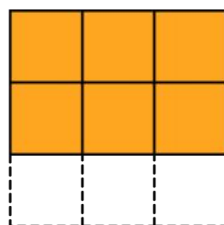
现有一个用小正方体拼成的立体图形，下图是从前面、左面和上面观察时看到的图形图纸，请你根据下面的图纸想一想，算一算，一共需要多少个小方块？



从前面看



从左面看

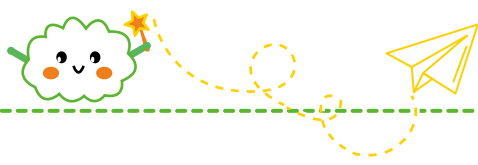


从上面看

思维导图

从前面看：左→右，找最高

观察方法：从右面看：从外→内，找最高



学习笔记

A large rectangular area enclosed by a dashed green border, containing 18 horizontal dashed lines for writing notes.





小朋友，打开芝麻书，翻到本讲，拿出你的小正方体按要求搭一搭，并讲讲你的想法吧！



巩固 ①

薇儿正在从不同的方向观察下面的图形，艾迪悄悄拿走了黄色的小方块，把它放在了蓝色小方块的上面，此时薇儿从不同方向看到的图形是什么样子的呢？请你画一画。

巩固 2

下面是妙妙搭的小楼，如果要想保持从前面和上面看到的图形不变，最多能拿走多少个小方块？

巩固 3

现有一个用小正方体拼成的立体图形，下图是减减从不同方向观察时看到的图形图纸，请你根据图纸想一想，透明盒子里一共有多少个小方块？



小朋友，想一想，生活中有哪些从不同角度观察到的有趣现象呢？



Draw the different views of each solid.

翻译：画出每个物体的不同视图。





三角形美与金字塔

小朋友，你听说过金字塔吗？今天我们来给大家介绍一下众所周知的伟大建筑——金字塔。

金字塔是古埃及时期辉煌的建筑，古代埃及人信仰神明并有一种根深蒂固的“来世观念”，认为“人生只不过是一个短暂的居留，而死后才是永久的享受”。因此，他们在活着的时候，就精心地为死后做准备。埃及法老更是花费几年甚至几十年的时间去建造奢华的陵墓，以便自己死后继续安享舒适如意的生活。这些陵墓都被建成三棱锥，它们形似汉字里的“金”字，所以有“金字塔”之称。金字塔的锥体形式，既像拾级而上的天梯，又表示对太阳神的崇拜。

埃及金字塔是世界八大奇迹之一。其独特的外形轮廓、精密的承重设计、神秘的结构等，都与数学紧密相关，如胡夫金字塔塔基每边长230米（现227米），用约230万块石头砌成，每块石头平均重2.5吨，总重量将近600万吨。有学者估算，如果把这些石头凿碎，铺成一条一尺宽的道路，大约可以绕地球一周。此外，其底座周长36560英寸（约929米），如果把底座周长平均分成100份，每一份约为365英寸，这竟然和一年的天数一模一样！底座周长如果除以其高度的两倍，得到的商为3.14159，这恰好是圆周率的约值。同时，胡夫金字塔内部的直角三角形客厅，各边之比为3：4：5，正是勾股定理的数值。（勾股定理是数学中的重大发现，小朋友们以后会学到它的神奇之处哦！）另外，穿越胡夫金字塔的子午线，正好把地球上的陆地与海洋分成相等的两半。而由胡夫金字塔的顶点引出一条正北方向的延长线，恰好将尼罗河三角洲对（删掉）等地分成两半。如果人们可以将那条假想中的线再继续向北延伸到北极，就会看到延长线只偏离北极的极点6.5千米，考虑到北极极点的位置在不断地变动这一实际情况，可以想象，很可能在当年建造胡夫金字塔的时候，那条延长线正好与北极极点重合。金字塔将数学与建筑完美结合在一起，正是古代埃及人民智慧的结晶。





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

和差问题

年龄问题初步

年龄问题进阶



本讲目标

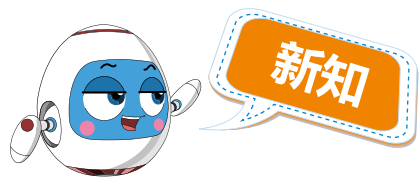
- 1 通过观察，发现年龄的特点及变化规律。
- 2 利用年龄的特点，灵活解决实际问题。



追本溯源

古人的年龄很多时候都不用具体的数去表示，而是用一种与年龄有关的称谓去代替。例如“垂髫(tiáo)”，髫是古代儿童头上下垂的短发，因此垂髫指的是三四岁至八九岁的儿童；再比如说“总角”，古代儿童将头发分作左右两半，在头顶各扎成一个结，形如两个羊角，故称“总角”，因此总角用来表示八九岁至十三四岁的少年。除此之外还有豆蔻，束发，弱冠，而立，知命，花甲，耄(mào)耋(dié)等等。

新知探索





薇儿今年8岁，国王的年龄是薇儿的5倍，2年前，国王和薇儿相差多少岁？



艾迪今年8岁，管家今年48岁，当艾迪18岁时，管家多少岁？





下面是艾迪的巩固练习，请你找出他出错的地方，并在空白处帮他改正。



探索5

今年薇儿8岁，王后36岁，当薇儿和王后两人的年龄和是60岁时，薇儿多少岁？王后多少岁？



探索6

今年妹妹5岁，爸爸35岁，当妹妹和爸爸两人的年龄和是70岁时，妹妹多少岁？爸爸多少岁？



今年大朋比小友大6岁，3年前他们年龄和是48岁，今年小友、大朋两人各多少岁？

B 版挑战



挑战1



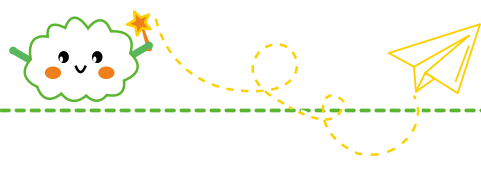
姐姐5年前的年龄与妹妹3年后的年龄相等，问姐姐和妹妹相差多少岁？

挑战2



哥哥13年前的年龄与弟弟7年前的年龄相等，问哥哥和弟弟相差多少岁？

思维导图



学习笔记

A large rectangular area enclosed by a dashed green border, containing seven horizontal dashed lines for writing notes.





小朋友，打开芝麻书，翻到本讲，帮长颈鹿算算它的年龄并说出你的思路吧！



本讲巩固

巩固 ①

军军今年6岁，妈妈的年龄是军军的5倍，4年前妈妈比军军大多少岁？

巩固 ②

妹妹今年6岁，哥哥今年15岁，当哥哥21岁时，妹妹多少岁？

巩固 ③

爸爸今年39岁，儿子10岁，多少年前，父子的年龄和是37岁？



小朋友，动物们和人类的寿命是不同的，请你选择一种喜欢的动物，和家长探究一下它的生命周期吧！



The sum of ages of Aiden and Beck is 25 years old, Aiden is 3 years older than Beck. How many years old is Aiden?

翻译：小艾和小贝二人共25岁，小艾比小贝大3岁，问小艾多少岁？





岩石的年龄

每个人都有年龄，我们身边的猫猫狗狗、花花草草们也有年龄。但你知道，石头也有年龄吗？这就让人很奇怪啦，我们还有小猫小狗们，都是从各自的妈妈肚子里孕育出来的，小花小草也都是从种子开始发芽长大的，这样从出生到现在经历的时间，就是各自的年龄。但是岩石如果也有年龄，应该从什么时候开始计算年龄呢？

岩石也并不是本来就有的，而是在地球出现在宇宙中后，后来形成的，像我们一样，它是从地球母亲的怀抱中孕育出来的。岩石主要分为三大类，不同类别的岩石，年龄的计算起点是不一样的，我们一起来看一看吧。

岩浆岩是地球上最早形成的岩石，在地球形成最开始的时间里，由于万有引力，所有的物质都紧密的挤压在一起，放出大量的热，所以整个地球上都是一片岩浆海。就像火山喷发出岩浆一样，这些岩浆海中的岩浆也会喷发，冷却之后就会形成岩石，这就是岩浆岩。现在地球上的火山喷发后，也会形成大量的岩浆岩，但地下还有一些岩浆没能通过火山口喷发出来，直接侵入了地下，也会形成岩浆岩。这些岩浆岩的年龄，就是从它由岩浆变成岩石时，开始计算的。

早期的岩浆岩在诞生之后，被海水、河水或者大风长期摧残，最终粉身碎骨变成了碎屑或者砂砾，这些细小的碎粒又被水流和风卷走，被带到了低洼的地方或者河底、海底，慢慢堆积越来越多，经过几十万年甚至几千万年后，之前的碎屑们又结合在了一起变成了岩石，它们被叫做沉积岩。这些沉积岩从它成为石头的那一刻，到现在的时间，就是它的年龄。

最后一种岩石叫做变质岩。它原来可能是岩浆岩，也可能是沉积岩，然而因为各种复杂的原因，比如热的岩浆和冷的岩石突然凑到一起啦，发生了变质，就形成了变质岩，变质岩的年龄，就是从它变质形成新的岩石时，开始计算时间的。

我们已经知道了岩石为什么会有年龄了，那我们怎样才能知道一块岩石的年龄是多少呢？地质学家与化学家发现，当岩石开始形成时，岩石中一些特殊的物质——放射性同位素，就会开始不断的变化、衰减。科学家们通过测量这些物质的变化，就能知道岩石的年龄啦！

当然，除了上面的方法，还有很多别的方法也可以测定岩石的年龄，比如“古地磁年代测定法”。大部分同学可能知道，地球是有南北两个磁极的，所以指南针才能帮我们辨别方向。但磁极并不是固定不变的，在地球的发展过程中，磁极有过很多次“逆转”，原来的北极变成了南极，南极却变成了北极。因此在不同时期内形成的岩石，就会受到不同的地球磁场的影响，科学家们可以通过高科技的手段测量，找到不同岩石受到的影响，从而找到岩石形成的时期。

岩石年龄的测定方法还有很多，这里我们就不能一一介绍啦，等到同学们掌握了更丰富的科学知识后，再自己去探索吧。





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

四则运算综合应用

蜗牛爬井

周期问题进阶



本讲目标

- 1 研究“蜗牛爬井”的特点。
- 2 掌握“蜗牛爬井”等趣题的的规律并总结方法。
- 3 增强孩子对四则运算的理解。



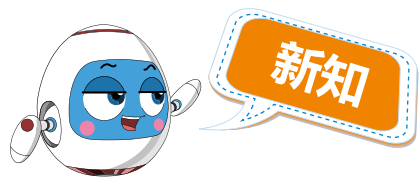
追本溯源

两只青蛙相约一起爬出井底，但是它们刚爬了没多高就掉下来了，一只青蛙决定就待在井里了，但是另一只青蛙不肯放弃，它想出去看看外面的世界，所以它继续向上爬。它爬呀爬，突然被井口掉下的一只蜗牛砸到身上，又掉到了井底，于是它对蜗牛说：“你愿意和我一起往上爬吗？”

蜗牛对青蛙说：“好的！咱们一起向上爬，我不能生活在这里，我一定要爬出去。”于是它们开始顺着井壁往上爬，但是它们白天向上爬，晚上睡觉就会向下滑。就这样，爬呀爬，滑呀滑，最后坚强的蜗牛和青蛙终于爬出了井口。

小朋友们，其实这个问题在中国古代就有了，是数学中很有趣的小问题，你还知道什么别的好玩的问题吗？可不可以尝试用数学的方法解决呢？

新知探索





探索1

一只小蚂蚁掉进了一个20米深的深坑，它决定从坑底沿着坑边爬出去，每天白天向上爬5米，但晚上睡觉时又会滑下2米。请问小蚂蚁第几天刚好爬出深坑呢？



探索2

下面是艾迪的巩固练习，请你找出他出错的地方，并在空白处帮他改正。



探索3

装满一个空水缸需要33桶水，洋洋每天白天会打回7桶水倒入水缸，晚上又会用掉水缸里的2桶水。这一天，洋洋刚倒入3桶水，水缸正好第一次被装满，请问这一天是第几天？



探索4

一只树懒从树底端开始向上爬，每天白天向上爬6米，晚上睡觉会滑下2米，第8天爬了6米后刚好爬到了树的顶端。请问这棵树高多少米？



探索5

一只蚂蚁从井底沿着井壁往上爬，它每天白天能往上爬5米，到了晚上就停下来睡觉，会滑下1米，第6天只爬了4米就爬到了井口。算一算，这口井有多少米深？



探索6

小猴爬竹竿，每次先向上爬6米，接着滑下4米。小猴从竹竿底端开始，共爬了10次，那么小猴最高时爬到了多少米高的位置？



一只树懒从一棵25米高的树底往上爬，每次向上爬若干米，接着又滑下3米，第8次爬了4米爬到树顶，那么树懒每次向上爬了几米呢？

B 版挑战

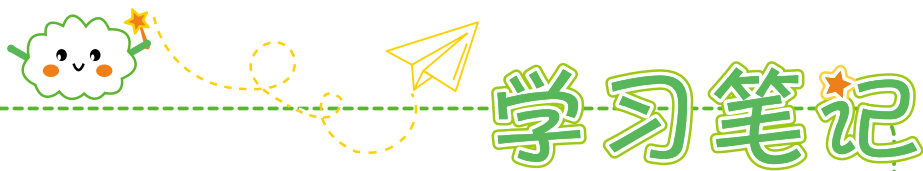
挑战1

一只小猴从一棵28米高的树底往上爬，每次向上爬若干米，接着又滑下2米，第9次爬了4米爬到树顶，那么小猴每次向上爬了几米呢？

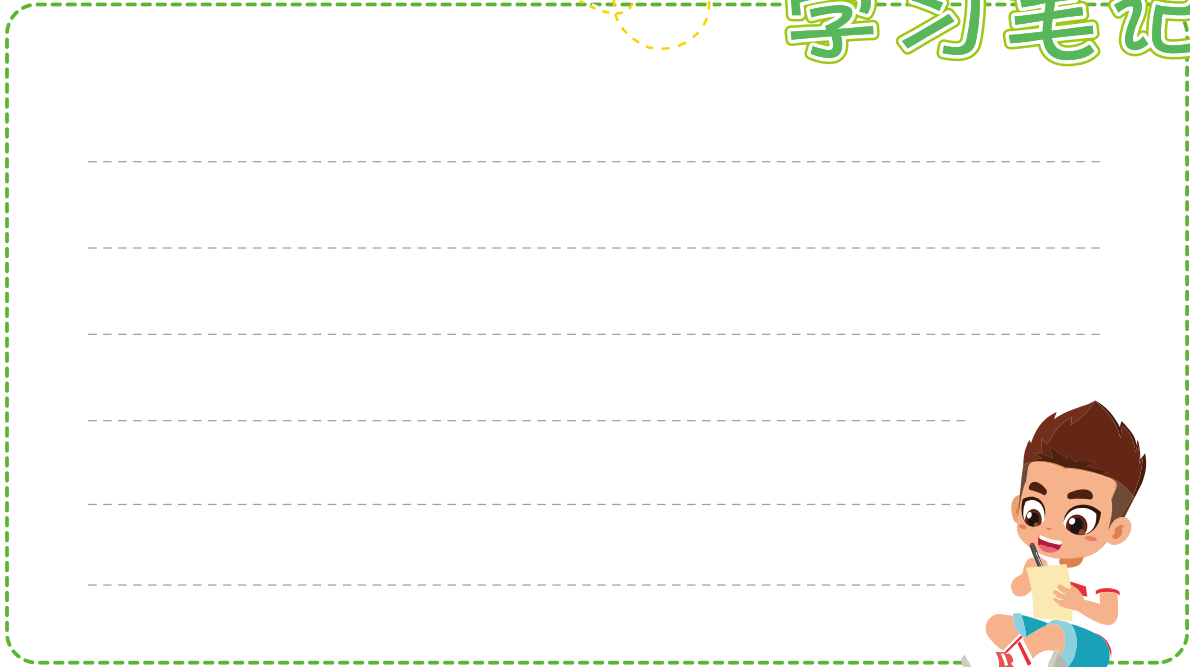
挑战2

小蜗牛从10米深的井底往上爬，每天白天向上爬5米，每天夜里又滑下若干米，第6天爬了5米爬到井口，那么小蜗牛每天夜里滑下了几米呢？

思维导图



学习笔记





小朋友，打开芝麻书，翻到本讲，按要求帮小怪兽爬楼并说出你的思路吧！



本讲巩固

巩固 ①

一只蜗牛从15米深的井底往上爬，它白天往上爬3米，晚上睡觉会滑下1米，这只蜗牛第几天刚好爬到井口？

巩固 ②

一个空水缸，装满需要18桶水，毛毛每天白天打回4桶水倒入水缸，晚上会用掉缸里2桶水，那么毛毛第几天才能第一次把水缸装满？

巩固 ③

一只蜗牛从一口枯井的底部往上爬，它白天往上爬5米，晚上睡觉会滑下1米，第4天白天爬了4米后到达井口，这口枯井深多少米？



生活应用

小朋友，学习完本讲后，你有什么收获呢？请你写一写或画一画，和我们分享一下吧！



大开眼界

On Monday morning, a snail fell down a well which is 5 meters deep. During the day, it climbs up 2 meters, and during the night it slides down 1 meter. On what day of the week will the snail get out of the well?

翻译：周一早上，一只蜗牛掉进了一口5米深的井里。它白天向上爬2米，晚上会滑下1米。请问蜗牛周几能从井里爬出来？

A. 周二 B. 周三 C. 周四 D. 周五 E. 周一





延伸阅读

有趣的数学小故事

小朋友们，今天我们学习了蜗牛爬井问题，是不是感觉很有趣呢？其实，数学中有趣的小故事和题目还有很多很多呢！接下来就为大家介绍两个有趣的数学小故事吧！

故事一 苏步青与小狗的故事

我国著名数学家苏步青在访问德国时，德国一位数学家给他出了这样一道题目：

甲、乙二人相对而行，他们相距10千米，甲每小时走3千米，乙每小时走2千米，甲带着一条狗，狗每小时跑5千米，狗跑得快，它同甲一起出发，碰到乙的时候向甲跑去，碰到甲的时候又向乙跑去，问当甲、乙两人相遇时，这条狗一共跑了多少千米？

苏步青教授很快就解出了这道题目。同学们，你知道他是怎么解的吗？

这道题最让人迷惑不解的是甲身边的那条小狗。如果我们先计算狗从甲的身边跑到乙的身边的路程 s ，再计算狗从乙的身边跑到甲的身边的路程 s ，显然把狗跑的路程相加，这样很繁琐，笨拙且不易计算。苏教授从整体着眼，根据甲、乙从出发到相遇经历的时间与狗所走的时间相等，即 $10 \div (3+2) = 2$ （小时），这样就不难求出狗一共跑的路程是： $5 \times 2 = 10$ （千米）。

苏步青教授在解题时，把注意力和着眼点放在问题的整体结构上，从而能触及问题的实质，使问题得到巧妙地解决。苏教授这种解决问题的思想方法实际上就是数学中的整体思想的应用。对于某些数学问题，灵活运用整体思想，常可化难为易。

故事二 钻石大盗

法国作家大仲马笔下有一位狡猾的首饰匠，他在给贵夫人做首饰时，经常改变钻石的位置，这样，钻石减少几颗也不易被原主人察觉，他就能顺利地偷走一些钻石。利用这种方法，他偷了很多钻石，后来被人称为钻石大盗。

左图中的钻石别针原来镶嵌了28颗钻石，拿到号称“钻石大盗”的首饰匠那里加工后，就神秘失踪了3颗钻石。为了蒙骗贵夫人，在她来取别针时，首饰匠让她从上往下数到中央，再分别从中央向左、向右、向下数，这样，每次数的结果都是7颗钻石。据此，首饰匠告诉贵夫人说，别针上还是28颗钻石。贵夫人之所以被蒙骗，是因为她错将中央的一颗钻石多数了三次！





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

年龄问题

线段图综合

归一问题



本讲目标

- 1 通过比一比，找一找，画出线段图。
- 2 学会利用线段图，来分析和解决生活中的实际问题。



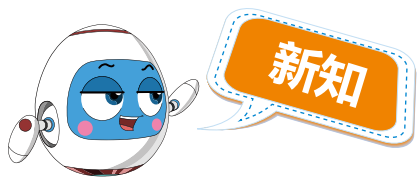
追本溯源

蛋君把一棵树上的苹果都摘下来了，有三种不同的颜色，准备算算数量，结果只来得及记下来这些，请你们帮它算算青苹果和黄苹果谁的比较多，多多少个，有什么好办法吗？

华罗庚爷爷曾经说过，画出来的方法其实很好，数少形时缺直观，光看数、没有图形在我们面前，我们很容易晕。其实我们不用一个一个都画出来，在数学里面可是有很多小工具可以帮助我们的哦！各种图形的大小长短都可以帮助我们表示数量，小朋友们，帮助蛋君想一想什么图形能最简单直观地表示数量的多少呢？我们又该如何使用它呢？



新知探索



根据他们的对话，请你算一算凯奥斯比薇儿多吃多少蛋卷？



三个小伙伴比身高，小英比凯奥斯高18厘米，凯奥斯比小方矮25厘米，请你算一算，小英和小方身高相差多少厘米呢？



筐里装着一些鱼，当筐里增加20千克鱼后，鱼的重量变成了原来的3倍，问原来筐里有多少千克鱼？



探索3

花盆里装了一些土，艾迪先把土加到原来的3倍，然后又往花盆里加了39千克土，这时土的重量是原来的6倍，问原来花盆中有多少千克土？



探索4

下面是鑫鑫的巩固练习，请你找出她出错的地方，并在空白处帮她改正。



探索5

玻璃瓶里装着一些水，水和瓶子一共重3千克，把水加到原来的2倍时，和瓶一起称重5千克，问最初瓶中的水有多少千克？



探索6

坛子里原来装着一些酒，把酒加到原来的3倍时，和坛子一起称重14千克；把酒加到原来的5倍时，再和坛子一起称重22千克，问原来坛中的酒有多少千克？



坛子里原来装着一些酒，把酒加到原来的2倍时，和坛子一起称重8千克；把酒加到原来的5倍时，再和坛子一起称重17千克，问原来坛中的酒有多少千克？

B 版挑战



挑战1



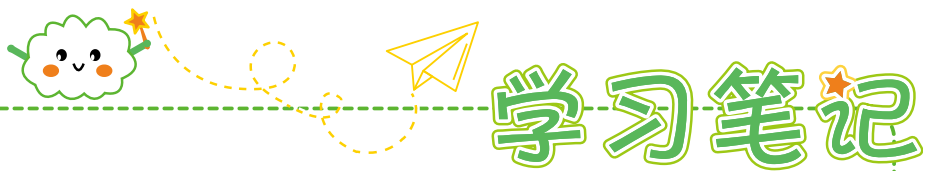
一筐鲜鱼，连筐共重56千克。先卖出鲜鱼的一半，再卖出剩下中的一半，这时连筐还重17千克。原来筐里的鲜鱼重多少千克？

挑战2

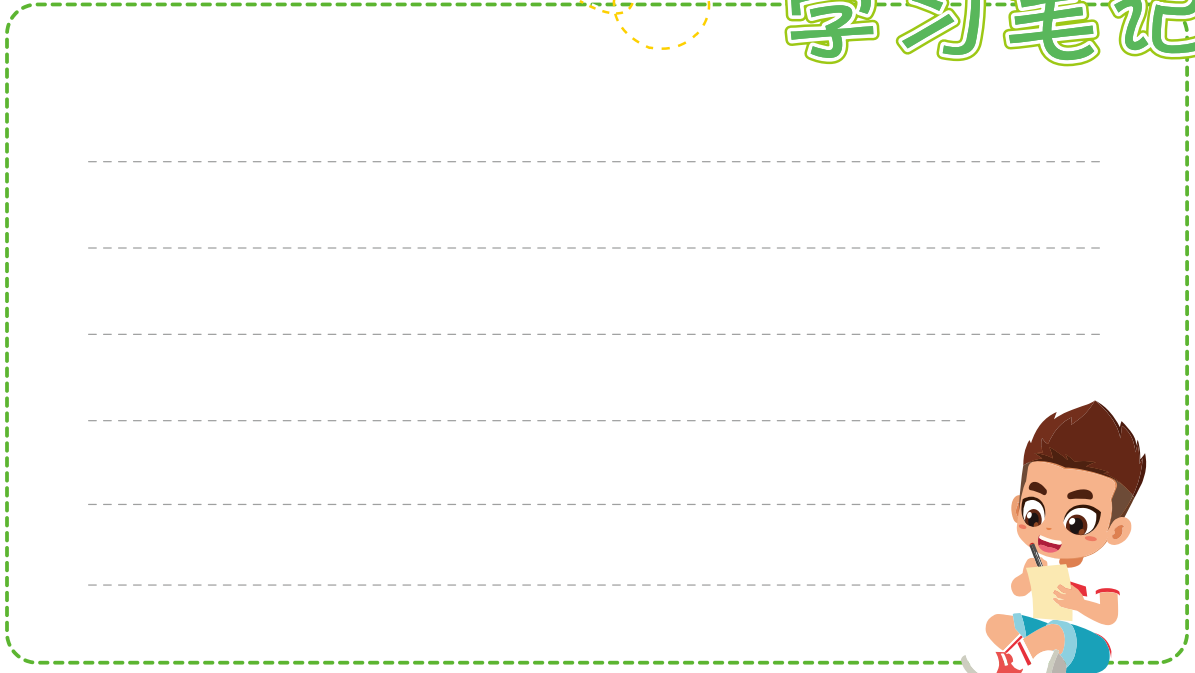


小猴子拿一筐香蕉去卖，连筐共重69千克，先卖出香蕉的一半，再卖出剩下中的一半，这时连筐还重24千克。原来筐里的香蕉重多少千克？

思维导图



学习笔记





小朋友，请你计算一下水的变化，再讲一讲你的想法吧！



本讲巩固

巩固 ①

三个兄弟比个子，老大比老二高5厘米，老三比老二高2厘米。那么老大和老三相差几厘米？

巩固 ②

操场上有很多同学在做操，这时又来了40名同学，此时的总人数变成了原来的3倍，问原来操场上有多少名同学？

巩固 ③

小白兔的筐里装了一些萝卜，把萝卜先增加到原来的2倍；又倒进了36千克的萝卜，这时筐里的萝卜是原来的6倍，原来筐里的萝卜重多少千克？



小朋友，生活中也有很多时候需要借助图形，写一写或画一画，和我们分享一下吧！



My grandmother has a dog named Atos, as well as some ducks hens and geese. She has 49 animals altogether. She has four times as many geese as ducks, and Atos together with the hens makes up one half of all her animals. My grandmother has:

翻译：我的奶奶养了一只狗，叫阿托斯，还有一些鸭子、母鸡和鹅，她总共有40只动物。她的鹅是鸭子的4倍，阿托斯和母鸡占了她所有动物的一半。我的奶奶有：

- A. 20 hens and 4 ducks (20只母鸡和4只鸭子)
- B. 19 hens and 15 geese (19只母鸡和15只鹅)
- C. 19 hens and 16 geese (19只母鸡和16只鹅)





高斯巧画正十七边形

小朋友们，学完了今天的线段图综合，是不是觉的画图法很神奇呢，它能巧妙的解决很多数学问题呢！说到画图，那就不得不夸一夸我们的数学王子高斯了呢！

1796年的一天，德国哥廷根大学，一个19岁的青年吃完晚饭，开始做导师单独布置给他的每天例行的数学题。正常情况下，青年总是在两个小时内完成这项特殊作业。

像往常一样，前两道题目在两个小时内顺利地完成了。第三道题写在一张小纸条上，是要求只用圆规和一把没有刻度的直尺做出正17边形。青年没有在意，像做前两道题一样开始做起来。然而，做着做着，青年感到越来越吃力。困难激起了青年的斗志：我一定要把它做出来！他拿起圆规和直尺，在纸上画着，尝试着用一些超常规的思路去解这道题。当窗口露出一丝曙光时，青年长舒了一口气，他终于做出了这道难题。

作业交给导师后，导师当即惊呆了。他用颤抖的声音对青年说：“这真是你自己做出来的？你知不知道，你解开了一道有两千多年历史的数学悬案？阿基米德没有解出来，牛顿也没有解出来，你竟然一个晚上就解出来了！你真是天才！我最近正在研究这道难题，昨天给你布置题目时，不小心把写有这个题目的小纸条夹在了给你的题目里。”

多年以后，这个青年回忆起这一幕时，总是说：“如果有人告诉我，这是一道有两千多年历史的数学难题，我不可能在一个晚上解决它。”

这个青年就是数学王子高斯。

有些事情，在不清楚它到底有多难时，我们往往能够做得更好，这就是人们常说的无知者无畏。





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

周期问题初步

必胜策略初步

必胜策略进阶



本讲目标

- 1 通过一些好玩的PK游戏，让孩子初步感知什么是必胜策略。
- 2 学习通过分析和计算，能够设计出必胜的策略方案。
- 3 培养孩子的创新思维能力。

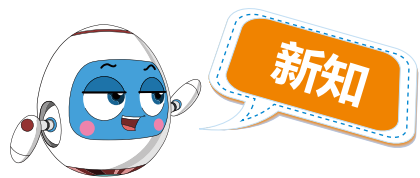


追本溯源

战国时期，齐国大将军田忌经常同齐威王赛马。他们把马分成三等，比赛时，上马对上马，中马对中马，下马对下马。因为齐威王每一等的马都要比田忌的强，所以田忌屡战屡败。孙臆知道了，就让田忌先以下马对齐威王的上马，再以上马对他的中马，最后以中马对他的下马。结果田忌两胜一负，赢了齐威王。

这就是田忌赛马的故事，这是中国历史上有名的善用自己的长处去对付对手的短处，从而在竞技中获胜的事例。

新知探索





探索1

薇儿想要打开凯奥斯送的智能金属盒，盒子上一共有10个按钮，只有和智能盒PK，按顺序按下最后一个按钮，才能顺利打开盒子，规则如下：

薇儿和智能盒轮流按下1个或2个按钮，不能不按，谁按下最后一个按钮，谁就胜利。

小朋友们思考一下，如果薇儿想要成功按下最后一个按钮，应该如何安排？



探索2

减减和乘乘玩报数的游戏，从1到15轮流依次报数，规定：每次报1至2个数，不能不报。谁按顺序报出最后一个数谁获胜。如果减减想要获胜，该如何安排报数？



下面是艾迪的巩固练习，请你帮艾迪找出错误的地方，并在空白处帮他改正。



探索4

地上放着16个贝壳，艾迪、凯奥斯二人轮流每次取走1至3个，不能不取。规定谁取走最后1个贝壳谁就输。艾迪想获胜，应该怎样取？



探索5

树上一共有19个果子，艾迪和凯奥斯两个人轮流来摘，规定：每人每次摘1个或2个，不能不摘，谁摘下最后一个谁就输。艾迪想要获胜，应该怎么摘？



探索6

艾迪和俄尔金从1开始按顺序轮流依次报数，每个人每次只能报1至3个数，不能不报数。谁先报到19谁就获胜。俄尔金先报，报了2个数，这时候艾迪想获胜，应该怎么报数呢？



探索7

艾迪和俄尔金从1开始按顺序轮流依次报数，每个人每次只能报1至2个数，不能不报数。谁先报到18谁就输。俄尔金先报，报了1个数，这时候艾迪想获胜，应该怎么报数呢？

B 版挑战



挑战1

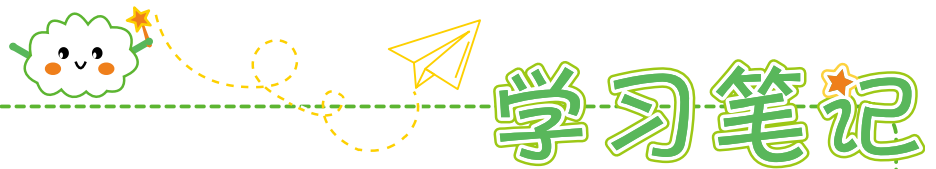


艾迪队和凯奥斯队从1开始按顺序轮流依次报数，每个人每次只能报1至3个数，不能不报数。谁先报到30谁就获胜。报数的情况如下图所示，如果艾迪队想获胜，接下来应该怎么报数呢？

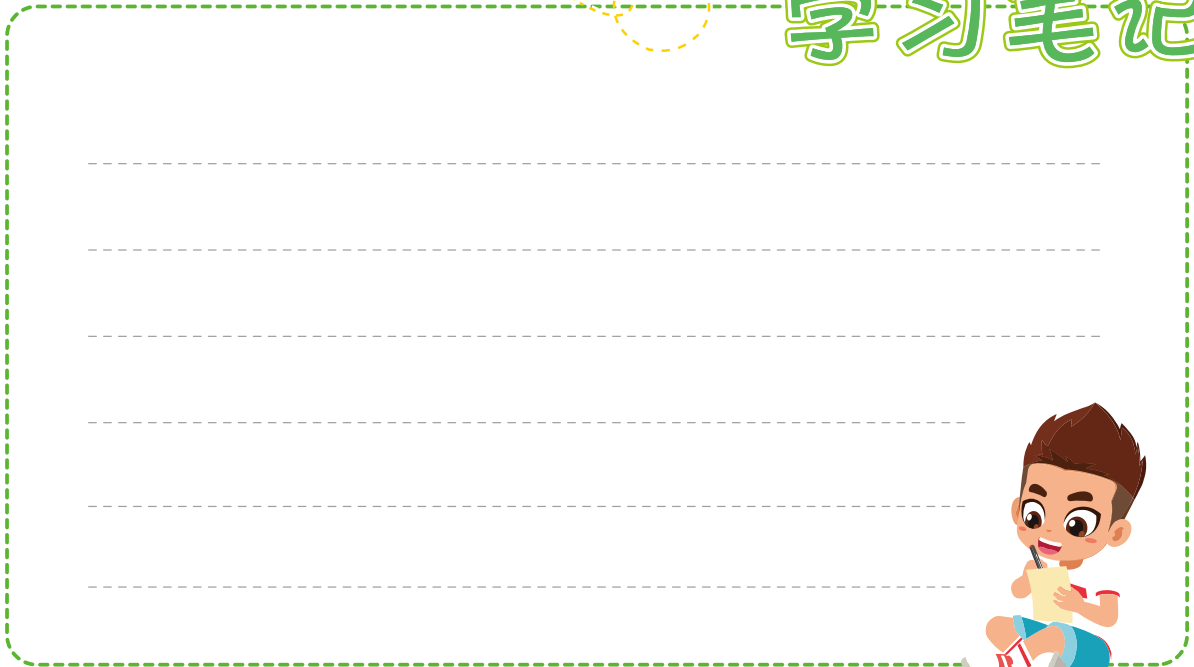
 挑战2

红队和蓝队从1开始按顺序轮流依次报数，每个人每次只能报1至4个数，不能不报数。谁先报到40谁就输。报数的情况如下图所示，如果红队想获胜，接下来应该怎么报数呢？

思维导图



学习笔记





小朋友，打开芝麻书，翻到本讲，讲讲你的必胜策略，再找小伙伴一起玩一玩吧！



本讲巩固

巩固 ①

岚岚和小雨蹲在地上玩取石子的游戏，9个石子摆成一排，岚岚和小雨轮流取，每次取1个或2个，不允许不取。谁取到最后一个石子谁就算获胜，岚岚想取胜，你能帮她出主意，先取还是后取呢？怎么取？

巩固 ②

有13盆花摆成一排，阿春和李红轮流取花，每次只可取1盆或2盆，不允许不取。谁取到最后一盆谁就算赢。阿春要想取胜，先取还是后取？怎么取？

巩固 ③

桌子上放着32根火柴棒，甲、乙二人轮流每次取走1至3根，不允许不取。规定谁取走最后一根火柴棒谁获胜。甲想获胜应该先取还是后取，怎么取？



小朋友，请你自己设计一个游戏，和家长玩一下，看看能不能赢过他们，并写一写，分享给我们吧！



Chris and Dylan are playing a game. Followings are the rules:

There are 101 matches, they take the matches away by turns. Chris takes the matches first and then Dylan. Each turn the person can only take 1 to 2 matches away, and cannot choose not to take any matches away. The one who takes the last match away loses. Chris wants to ensure that he can win, how many match(es) should take away in the first turn?

翻译：小克和小迪进行一游戏，规则如下：

有101根火柴，两人轮流去拿，小克先拿而小迪后拿。若每人每次只许拿1至2根火柴，不许不拿，谁拿最后一根谁输。小克的必胜策略应该是先拿多少根？





延伸阅读

独立钻石棋

小朋友，今天的必胜策略你都学会了吗？敢不敢在独立钻石棋中取胜呢？还没听说过独立钻石棋？那赶快往下看吧！独立钻石棋是源于18世纪法国宫廷贵族的自我挑战类单人棋游戏，可以锻炼逻辑思维能力。

独立钻石棋的棋盘有多种式样，不过最流行的式样，是一个圆形的板。板上有三行平行的小孔和另外三行平行的小孔，交织形成十字形。每行的孔数有7个，一共有33个小孔。棋子一般是一些头略粗的木粒子或玻璃弹子。

游戏的玩法是在棋盘33孔中，每孔都放下一个棋子，但是中心的一个孔是空着的，玩法有点像跳棋。棋子按照直线在平行或垂直（不能斜线）的方向跳过一个棋子，而放在跳过棋子之后的一个空格内。所以，棋子后必须要有空的孔才可跳过。每次棋子跳去一个空孔，被跳过的棋子需要被拿走，这时棋盘上便少了一只棋子。如果像跳棋那样连跳，每步就可以吃掉很多颗棋子。按照这样的规则一直玩下去，使剩下来的棋子越少越好。如果最后只剩下一个棋子，而且正好位于棋盘正中心，那太厉害了，这样的局势称为“独立（粒）钻石”。在游戏级别中属于“天才”。

“天才”也是分不同等级的。由于连跳的存在，达到“天才”级别的步数是不一样的。1908年，游戏大师刁丹尼曾提出一个19步的走法，他的记录后来被布荷特发现的18步所取代了，他还自信的说：18步是最少的步骤了。后来果然由剑桥大学的比斯尼证明了这个问题最少需要18步。

1986年，在上海举行的独立钻石征解赛中，中国女工万萍萍，找到另一种不同于布荷特的18步取得“天才”的方法。后来上海计算机研究所开动了大型的计算机，希望找出用18步取得“天才”的各种方法，结果得出令人惊异的答案：独立钻石以18步取得“天才”的方法只有两种，一种是布荷特的，另一种便是万萍萍的。





知识阶梯



前铺知识

本讲知识

后续知识

三不连谜题

数墙

扫雷与搭帐篷



本讲目标

- 1 通过分析游戏规则，让孩子掌握此类游戏的要求。
- 2 据此根据规则寻求突破口，发现解决问题的方法。
- 3 锻炼孩子的数感，激发孩子的数学学习兴趣。



追本溯源

我们一起来参观蛋君的新家。有一间书房，是蛋君平时学习的地方；一间简单舒适的卧室；一间厨房，是制作美食的地方；还有一间是客房，欢迎大家随时来做客。

再来看看蛋君房间的设计图，所有的墙都是连通着的。蛋君的设计图是在玩一种方格游戏时带来的灵感，今天我们就来认识一下这个好玩的方格游戏吧！

新知探索





密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



探索2

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



下面是艾迪的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，并破解出正确的密码。



探索4

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



根据艾迪和薇儿的对话，请你画一画还有哪些格子一定是墙，在图上完成吧！



探索5

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



探索6

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



探索7

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。

B 版挑战



挑战1



密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。

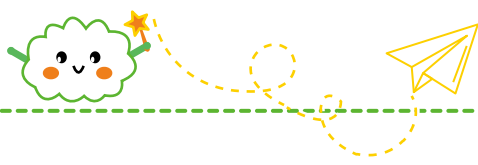
 挑战2

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



思维导图



学习笔记

A large rectangular area with a dashed green border, containing 20 horizontal dashed lines for writing notes.





小朋友，了解完规则，尝试着破解密码吧！



巩固 ①

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。

巩固 2

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。

巩固 3

密码破解方法：给下面某些格子涂上阴影，使这些黑格子把网格分割成若干个“房间”，密码破解规则：

- (1) 所有黑格需要连通（每个黑格至少有一条边与其他黑格相连）。
- (2) 黑格不能形成 2×2 的正方形。
- (3) 每个区域都包含一个数字，且数字大小刚好等于区域里空白格子数。



小朋友，你还接触过哪些推理性的方格游戏吗？你知道它们的游戏规则吗？



There is an incomplete 6×6 Sudoku below. The rules of Sudoku are as follows:

- (1) Each row and each column must contain all of the numbers 1 through 6.
- (2) Each 2×3 block (surrounded by bold lines) must contain all of the numbers 1 through 6.

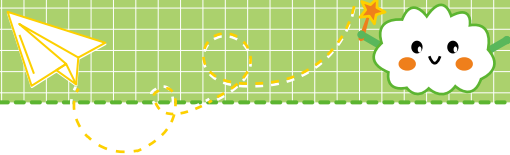
翻译：下面是一个未完成的 6×6 的数独：

数独的规则为：

- (1) 每一行和每一列都要有1、2、3、4、5、6这六个数字。
- (2) 每一个粗线方框里（即 2×3 方格）都要有1、2、3、4、5、6这六个数字。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | | | | | 4 |
| | | | | 6 | 2 |
| | | 6 | 1 | | |
| | | 3 | 2 | | |
| 5 | 6 | | | | |
| 4 | | | | | 1 |





巧分铜币

这天，阿凡提骑着他那心爱的小毛驴从外面回来，远远就看见家门口站着一高一矮两个人。

“阿凡提回来了！”高个子和矮个子都迫不及待地迎上去，请阿凡提为他们算算五个铜币该怎么分。阿凡提笑着说：“啊，两位先生，我还不知道是怎么回事，怎么为你们算呢？”这两人说了一阵子，阿凡提把事情弄清楚了。原来这两人今天合伙做饭吃，高个子拿出了200克大米，矮个子拿出了300克大米。饭做好后，两人正准备吃，忽然来了一个过路人，这个过路人向他们提出了把煮的饭让三个人吃的请求。结果三人一起把饭吃完。过路人临走时，向高个子和矮个子道谢，还留下了5个铜币作饭钱。可5个铜币两人怎么分呢？矮个子说，他出了300克大米，就拿3个铜币，高个子出了200克大米，就拿两个铜币。可高个子说，这5个铜币是过路人给他俩的，应该平分，每人拿两个半铜币。两个人算过来算过去，都不知怎样算才对。阿凡提告诉高个子和矮个子说：“好办。依我看，应当这样分。”阿凡提说出了他的分法：高个子得1个铜币，矮个子得4个铜币。两人听了非常吃惊，后来在阿凡提讲了这样分法的道理后，他们都很信服，高高兴兴地走了。

小朋友们，你们知道阿凡提为什么要这样分吗？原来是这样的：因为5个铜币是一个人的饭钱，吃饭的是三个人，所以三个人的饭钱应为15个铜币。这顿饭共用500克大米，那么100克大米的价钱应为3个铜币。高个子出了200克大米，按钱算是6个铜币，他一起吃饭的，应扣饭钱5个铜币，所以他只应得1个铜币。矮个子出了300克大米，按钱算是9个铜币，他也一起吃饭的，也应扣饭钱5个铜币，所以他应得4个铜币。

小朋友，你认为阿凡提算的对吗？想一想，如果是你，你会怎么分呢？