

姓名

联系电话



受益一生的能力！

---

## 探寻数学之美 注重生活应用 培养多元能力

---

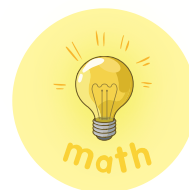
我们不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，  
通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，  
让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，  
成为拥有面向未来的多元能力的人。



数学有源



数学有趣



数学有用

# 探寻数学之美，培养多元能力



## 前言

本册书由学而思培优小学部专业研发团队打造，适合二年级儿童使用。

6-8岁的儿童思维十分活跃，他们喜欢观察世界提出问题，他们初步具备了语言交流能力，时间知觉和空间知觉也在逐步发展。针对该年龄段儿童心理和生理特点，结合《义务教育数学课程标准》，我们研发了本课程，帮助孩子收获“有源+有趣+有用”的学习体验。

我们的课程注重数学的生活来源、探索过程和生活应用。教学上，将“情境带入”、“问题引导”、“韵律体操”、“动手探索”、“合作交流”和“条理表达”贯穿课堂，动静结合。教法上，我们专门设计了新知模块，引入CPA教学法（C-Concrete 具象化，P-Pictorial 形象化，A-Abstract 抽象化）注重引导孩子进一步思考。内容设计上，每讲多个模块搭配，来培养孩子的阅读能力、沟通能力、探究能力、思辨性思维、创造性思维、抽象性思维。

环节	阅读能力	沟通能力	探究能力	思辨性思维	创造性思维	抽象性思维
追本溯源	●		●		●	
新知探索	●	●	●	●	●	●
捉虫时刻	●		●	●		●
动手操作	●		●		●	
思维导图	●		●		●	●
萌娃小讲师	●	●	●		●	●
生活应用	●	●	●	●	●	●
大开眼界	●	●	●	●	●	●
延伸阅读	●		●	●	●	



### 本册精彩板块

#### ◇ 【追本溯源】



了解数学起源，开拓视野，感受数学人文情怀，激发学习兴趣。

#### ◇ 【动手探索】



结合相关能力设计学具，引导学生积极动手操作，有效地帮助学生从形象思维过渡到抽象逻辑思维。

◇ 【萌娃讲师】



语言表达环节，以学生为主导，锻炼胆识、应变力以及思维的组织力。

◇ 【生活应用】



到生活中去，用数学解决生活中的实际问题。

◇ 【大开眼界】

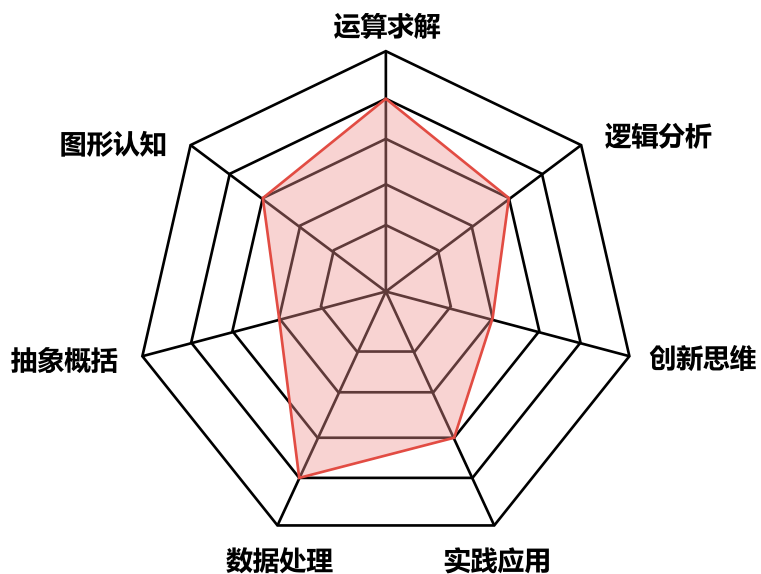


感受不同国家的数学，开拓视野。

我们的数学课堂，不仅教授孩子数学知识，更注重孩子思维能力的培养，通过丰富的趣味教学引导、条理表达、动手操作，让孩子“爱上思考，善于表达，乐于探究”，成为拥有面向未来的多元能力的人。



本册书数学专项能力模块分布情况





## 本册书使用建议

### 课前



- 阅读“本讲目标”，了解本讲知识，明确需要养成的能力与习惯；
- 通读“追本溯源”，了解数学史、感受数学文化、接受数学熏陶；

### 课中



- 认真学习“新知”、“探索”模块，掌握本讲内容，收获本讲知识；
- 仔细探究“捉虫时刻”，发现问题，敢于质疑，培养批判性思维；
- 灵活利用“思维导图”，总结本讲知识，巩固课堂内容。

### 课后



- 借助“思维导图”，回忆课堂内容；
- 翻阅“新知探索”，查看书写，加深知识印象；
- 利用“萌娃讲师”，讲解本讲知识，锻炼口述能力。

小学低年级是孩子习惯养成并且逐渐塑形的黄金阶段，习惯的培养根源于生活，生活习惯100%迁移到学习中，于是我们准备了这样一套习惯培养体系，将生活习惯和学习习惯的培养融入在课堂当中。



学期	一年级	二年级
暑假1-10讲	守时习惯——守时	条理习惯——整理
秋季1-7讲	专注习惯——倾听	笔记习惯——记录
秋季8-15讲	专注习惯——专心	笔记习惯——整洁
寒假1-7讲	阅读习惯——阅读	复习习惯——复习
春季1-7讲	口述习惯——口述	反思习惯——自查
春季8-15讲	口述习惯——提问	反思习惯——更正

习惯培养体系

小学一年级的朋友处于刚刚入学的阶段，对于小学生活既新鲜又不习惯。这时候的他们，首先要学会适应新的作息时间和集体生活，养成守时的好习惯。随后，良好的专注力将会帮助他们更好地倾听，并进行深入的思考。

到了二年级，此时的孩子们已经具备了一定的自理能力，要逐渐减少他们对家长的依赖性，养成有条理的习惯。随后，孩子们的书写速度加快，便可以逐渐记录下课堂重点，养成良好的笔记习惯，从而在课后梳理笔记、进行复习。当孩子们已经可以主动地完成学习任务时，接下来要鼓励他们学会自己检查、及时更正，避免粗心的错误。

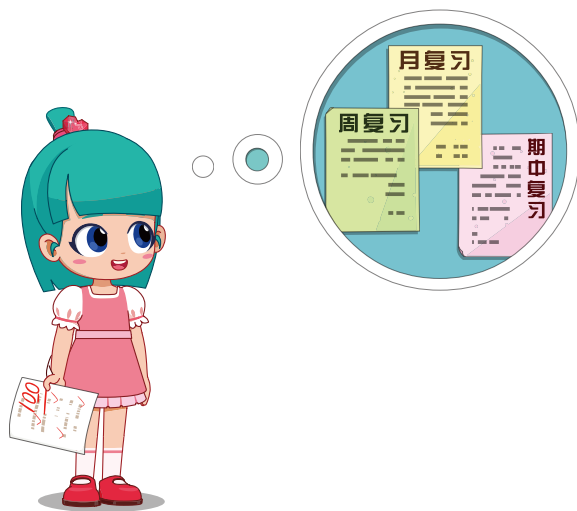
我们会在每节课前播放习惯培养系列动画短片，以朗朗上口的歌谣加深孩子们对好习惯的理解，在每册书的前言部分，可以看到本册书侧重培养的习惯。

各种各样的习惯是一个综合培养、循序渐进的过程，孩子的每一个好习惯都是渗透在平时的生活和学习中的，我们倡导的习惯培养体系，目的是阶段性地重点培养某一个习惯，给孩子们送上一份一生受用的礼物。

## 复习习惯——复习



- 学完知识莫着急，练习之前先复习；
- 主动总结和梳理，不懂地方多注意；



- 每周每月每期末，各个阶段反复练；
- 每遍都有新收获，高效学习进步多。

# 资料说明



资料	说明
课堂用书	课上学习【追本溯源】、【新知】、【探索】 课后完成【思维导图】、【萌娃小讲师】、【本讲巩固】、【生活应用】
芝麻书/芝麻盒	课上动手操作，探索新知； 课后萌娃讲师，动手讲解。
加油站（课后）	对应讲次练习册和阶段复习，供学有余力的宝贝们进行课程复习巩固。
计算小超市（课后）	每月一册，与课内及学而思课程同步，每天一篇坚持练习，逐步提高。
成长足迹（课后）	期末阶段能力诊断。





# 目录

1

认识倍……11

2

带余除法……27

3

图形等分进阶……45

4

有趣的自然数串……61

5

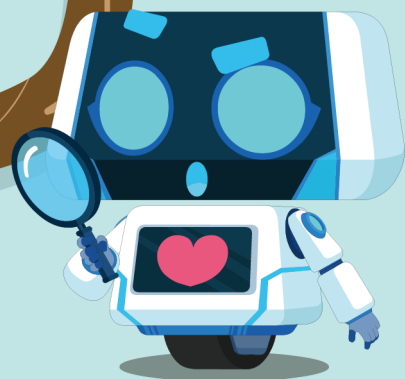
枚举法综合……77

6

三不连谜题……93

7

除法竖式初步……115





# 实践应用

## 1. 认识倍





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

表内除法

认识倍

和倍问题



## 本讲目标

- 1 通过实际问题的引入，引发孩子对于“倍”的思考。
- 2 用动手画一画的方式让孩子深刻理解“倍”的意义。
- 3 学会用“倍”的相关知识，解决一些生活问题。





## 追本溯源



今天早上我吃了1份包子，一份里面有3个。

艾迪你吃得这么少呀！我吃了2份，也就是6个包子，实际上我吃的包子数是你的2倍。



3个包子看做1份的量，6个包子里面有2个这样的3，就是2份，也可以说6是3的2倍。

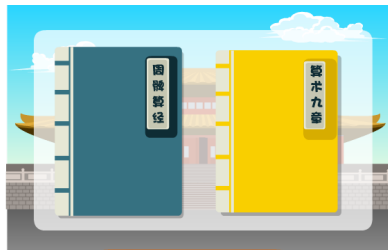
倍，其实就是倍数。很多时候，人们知道1份的数量，又有很多这样的份，就可以表示出总共的数量，这就是倍的计算。实际上倍数的计算甚至比乘法出现得更早，在古埃及、古巴比伦和古代中国，都出现了有关的记载，在古埃及，很多数都可以表示成2的倍数；在古巴比伦，人们制作了一种60以内的2倍表，通过一些计算方法可以计算出所有的数；在中国，公元前300年前的数学文本，《周髀算经》和《算术九章》中，乘法计算用倍来写出。



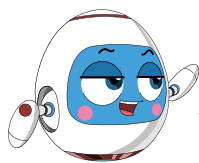
古埃及

1x2	2	11x2	22	21x2	42
2x2	4	12x2	24	22x2	44
3x2	6	13x2	26	23x2	46
4x2	8	14x2	28	24x2	48
5x2	10	15x2	30	25x2	50
6x2	12	16x2	32	26x2	52
7x2	14	17x2	34	27x2	54
8x2	16	18x2	36	28x2	56
9x2	18	19x2	38	29x2	58
10x2	20	20x2	40	30x2	60

古巴比伦



中国



# 新知 I



把红苹果的数量当成1份，那青苹果就是这样的2份。

红: ○○○

青: ○○○ ○○○

也可以说:

青苹果的数量是红苹果数量的2倍。

( ) (一倍数) (倍数)



红: 3个

青: 3个 3个

这样画标上数量就可以。



红:  $\begin{array}{c} 3\uparrow \\ \triangle \end{array}$

青:  $\triangle \quad \triangle$

用线段表示最简单。



如果一份是300个草莓，哪种画法表示起来更简单呢？








## 探索1

(1) 第一行: 




第二行: \_\_\_\_\_

 是  的2倍, 第二行画( )个 .

想一想: 这是已知( 倍数 )和( 一倍数 ),  
求( 几倍数 ). 用( 乘 )法.

(2) 第一行: \_\_\_\_\_

第二行: 

 是  的4倍, 第一行画( )个 .

想一想: 这是已知( )和( ),  
求( ). 用( )法.

(3) 第一行: 

第二行: 

 是  的( )倍.

想一想: 这是已知( )和( ),  
求( ). 用( )法.



## 探索2

请你列式解决下面的问题。

(1) 果园里有5棵桃树，苹果树的数量是桃树的2倍，算一算有多少棵苹果树？

(2) 一棵苹果树上有12只七星瓢虫，有4只毛毛虫，请问七星瓢虫的数量是毛毛虫的几倍？

(3) 果农摘了两筐苹果，第一个筐中有20个苹果，第一个筐中苹果的数量是第二个筐中的4倍，请问第二个筐中有多少个苹果？

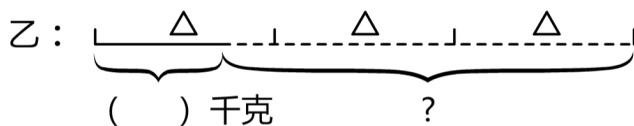




### 探索3

补全线段图并解决下面的问题。

- (1) 有甲、乙两种涂层。现在甲有40千克，乙有32千克，要想乙的重量是甲的3倍，如果甲不变，还需要再加多少千克乙？



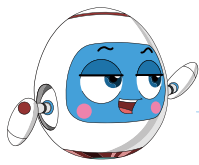
- (2) 有甲乙两个油桶，甲中有30千克汽油，乙中有25千克汽油，要想乙的重量是甲的3倍，如果甲的不变，需要乙增加多少千克汽油？



乙：

该怎么表示乙桶的汽油呢？





新知 II

我的长度是5米。

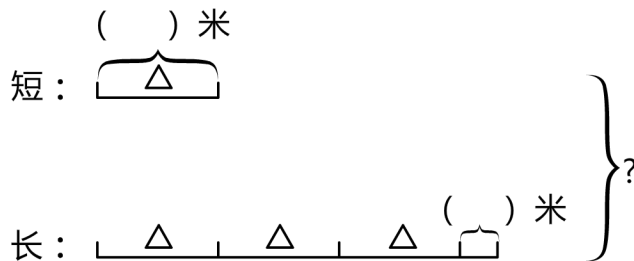


我的长度是你的2倍还多3米，  
你知道我的长度吗？



探索4

有两段绳子。短绳子长20米，长绳子的长度是短绳子的3倍还多5米。请问两段绳子一共长多少米？





## 探索5

下面是明明的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，帮他改正一下。

学校组织了篮球兴趣小组，其中报名参加的女生有6人，报名参加的男生人数是女生的4倍少4人。请问报名的男生有多少人？

女：  $\overbrace{\quad \triangle \quad}^6$

男：  $\overbrace{\quad \triangle \quad | \quad \triangle \quad | \quad \triangle \quad | \quad \triangle \quad | \quad \triangle \quad}^4$   
?

$$6 \times 4 + 4 = 28 (\text{人})$$

答：男生有28人。





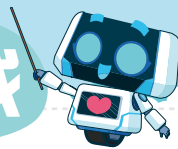
## 探索6

农场里有40只绵羊，绵羊的数量是山羊数量的5倍还多5只，农场里有多少只山羊？



## 探索7

果园里有44棵苹果树，苹果树的数量是梨树数量的8倍还多4棵，果园里有多少棵梨树？



## 挑战1

超市里有一些菠萝和芒果，有33个芒果，芒果的数量是菠萝的6倍少3个，菠萝有多少个？

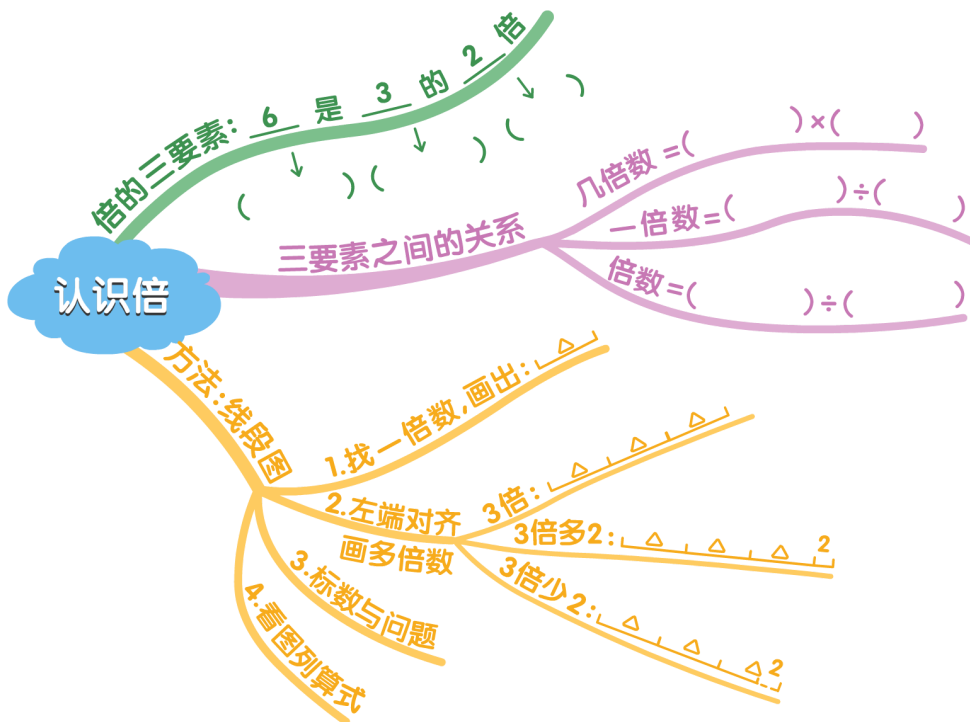


## 挑战2

香味散发器里需要放一些饼干，有38块奶油饼干，奶油饼干的数量是草莓饼干的5倍少2块，草莓饼干有多少块？



# 思维导图



## 学习笔记

Handwriting practice area with dashed lines for writing.





## 萌娃小讲师



小朋友, 打开你的芝麻书, 翻到本讲, 算一算讲给爸爸妈妈听吧!



## 本讲巩固



### 巩固1

篮子里有4个苹果，橙子的数量是苹果的4倍多1个，篮子里共有多少个橙子？



### 巩固2

学校买来了20个排球，买来的排球的数量是足球的4倍，学校买来的排球比足球多多少个？



### 巩固3

同学们去采摘，摘了27筐西红柿，西红柿的筐数是黄瓜的3倍多3筐，同学们摘了多少筐黄瓜？





## 生活应用



小朋友，请你帮薇儿想一想，买哪种规格的油更实惠呢？你发现了什么？



## 大开眼界

There are 54 patrons in a cinema. If there are 5 times as many adults as children, how many children are there in the cinema ?

翻译：电影院里有54位顾客。如果成人是孩子的5倍，电影院里有多少个孩子？





# 延伸阅读

## 报纸叠起来有多高

小朋友们，你们知道一张报纸是多厚吗？是不是从来也没测量过？如果我们把一张报纸对折后剪开，叠起来，然后再对折、剪开、叠起来……这样重复下去，第五十次叠起来时，报纸有多高呢？我们一起来算一下吧！

一叠新买的报纸32张，压紧32张报纸，再测出它的厚度约为2毫米，那么一张报纸的厚度约为0.0625毫米。

将这张报纸对折、剪开、叠起来，厚度为：

第一次： $0.0625 \times 2 = 0.125$ （毫米）；

第二次： $0.125 \times 2 = 0.25$ （毫米）；

第三次： $0.25 \times 2 = 0.5$ （毫米）；

……

第二十次： $32768 \times 2 = 65536$ （毫米）。

为了便于计算，我们把单位毫米转化为米来计算，即65536毫米是65.536米，保留一位小数为65.5米。

现在，我们已经叠了二十次了，报纸已经有65.5米高了，大约相当于16层楼房那么高！哇！已经这么高了！先不要吃惊，我们继续往下算。

第二十一次： $65.5 \times 2 = 131$ （米）；

第二十二次： $131 \times 2 = 262$ （米）；

……

第四十次： $34340864 \times 2 = 68681728$ （米）。

算到这里，我们再做一次单位转化，把68681728米转化为68681.728千米，保留一位小数为68681.7千米。这么高！可能小朋友们对这个高度没有概念，那我们来做个比较。68681.7千米跟地球的周长相比，谁更长呢？赤道的周长为40076千米，远小于68681.7千米！是不是有点不可思议？我们接着算。

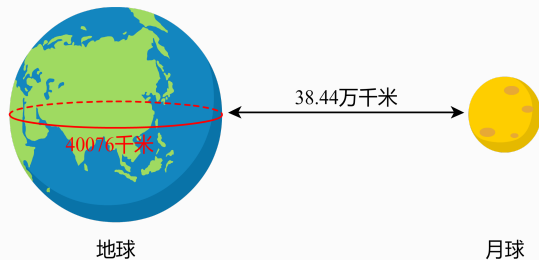
第四十一次： $68681.7 \times 2 = 137363.4$ （千米）；

第四十二次： $137363.4 \times 2 = 274726.8$ （千米）；

……

第五十次： $35165030.4 \times 2 = 70330060.8$ （千米）。

70330060.8千米约为7033万千米，而地球到月球的距离大约是38.44万千米，用 $7033 \div 38.44 \approx 182.96$ 倍。也就是说，最后得到的高度是地球到月球距离的180多倍。当然，一般一张纸是不能连续对折50次的，资料表明，一张足够大的纸最多可以连续对折13次。小朋友们可以动手试试哦！



# 运算求解

## 2. 带余除法





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

表内除法

带余除法

除法竖式初步



## 本讲目标

- 1 通过实际问题的引入，引发孩子对“带余除法”的理解。
- 2 结合实际情况帮助孩子理解除余关系，并且能够进行应用。
- 3 通过对“带余除法”的深刻理解，解决生活中的分完有剩余的问题。

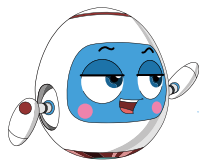




## 追本溯源

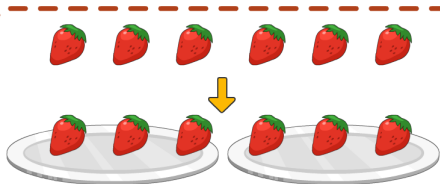


除法是为了平均分而出现的，但是在分东西的时候，经常会出现剩下的东西不够分的情况，这时候余数就出现了，今天就让我们一起走进有余数的除法吧！

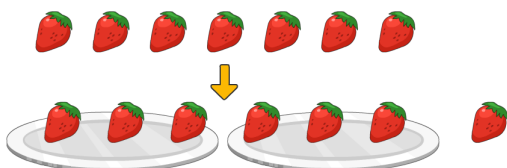


# 新知 I

列算式分草莓。

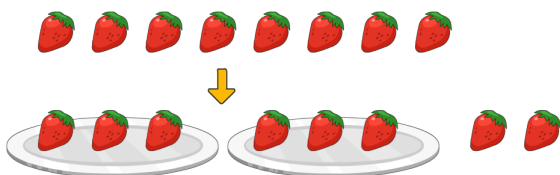


$$6 \div 3 = 2 \text{ (盘)}$$



$$\begin{array}{ccccccc} \square & \div & \square & = & \square & \text{ (盘)} & \dots\dots & \square & \text{ (个)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & & \vdots & \\ \text{被除数} & & \text{除数} & & \text{商} & & & & \end{array}$$

平均分完后剩余的记录在后面就行啦!



想口诀: \_\_\_\_\_.

算式: \_\_\_\_\_



9颗该怎么分呢?





## 探索1

计算.

$$29 \div 8 =$$

$$38 \div 6 =$$

$$22 \div 5 =$$

$$53 \div 8 =$$

$$35 \div 8 =$$

$$45 \div 7 =$$

$$46 \div 9 =$$

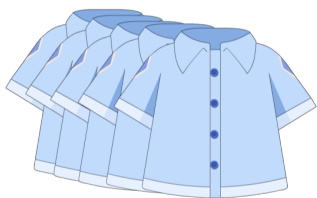
$$66 \div 8 =$$



## 探索2

每件衣服用的扣子都相同，请你看图完成下列各题。

(1)



扣子总数

$$\begin{array}{r} ( \quad ) \div 4 = 5 \cdots 3 \\ \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \text{每件用4颗} \quad \text{5件衣服} \quad \text{剩余3颗} \end{array}$$

衣服上的扣子总数:  $\square \bigcirc \square = \square$  (颗)

剩余扣子数:  $\square$  (颗)

扣子总数:  $\square \bigcirc \square = \square$  (颗)

(2)



每件衣服的扣子数

$$\begin{array}{r} 19 \div ( \quad ) = 4 \cdots 3 \\ \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \text{共有19颗扣子} \quad \quad \quad \text{4件衣服} \quad \text{剩余3颗} \end{array}$$

用在衣服上的扣子总数:  $\square \bigcirc \square = \square$  (颗)

衣服数:  $\square$  (件)

每件衣服的扣子数:  $\square \bigcirc \square = \square$  (颗)





### 探索3

在下面的( )里填上适当的数.

$$(1) ( ) \div 3 = 2 \dots\dots 1$$

$$(2) ( ) \div 2 = 4 \dots\dots 1$$

$$(3) ( ) \div 9 = 2 \dots\dots 6$$

$$(4) 30 \div ( ) = 4 \dots\dots 2$$

$$(5) 25 \div ( ) = 6 \dots\dots 1$$

$$(6) 47 \div ( ) = 9 \dots\dots 2$$



## 探索4

下面是艾迪的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，并帮他改正一下。

在下面的括号里填上合适的数。

$$(1) 26 \div 5 = (4) \cdots \cdots (6)$$

$$(2) 46 \div 6 = (8) \cdots \cdots (2)$$

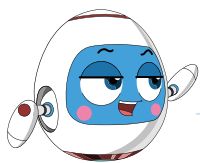
$$(3) (35) \div 7 = 5 \cdots \cdots 3$$

$$(4) (17) \div 3 = 6 \cdots \cdots 1$$



## 探索5

36个小朋友去划船，每条船最多能乘坐5人，要让所有人都坐上，至少需要租多少条船？



新知 II

博士让我把这10个鸡腿平均分给3只狗狗。哈哈！这样分那剩下的就都是我的啦！



你给自己剩下太多啦！



## 探索6

下面横线上最大能填多少？

$$(1) \quad \underline{\quad} \div 8 = 7 \dots \dots \underline{\quad}$$

$$(2) \quad \underline{\quad} \div 5 = 9 \dots \dots \underline{\quad}$$

$$(3) \quad \underline{\quad} \div 9 = 4 \dots \dots \underline{\quad}$$



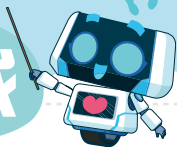
## 探索7

下面横线上最小能填多少？

$$(1) \quad \underline{\quad} \div \underline{\quad} = 3 \dots \dots 4$$

$$(2) \quad \underline{\quad} \div \underline{\quad} = 5 \dots \dots 8$$

$$(3) \quad \underline{\quad} \div \underline{\quad} = 7 \dots \dots 6$$



## 挑战1

“数”、“学”分别代表一个非零的自然数，请你将所有满足下列等式的“数”、“学”所代表的数分别列出。

$$\text{数} \div 6 = 7 \dots\dots \text{学}$$

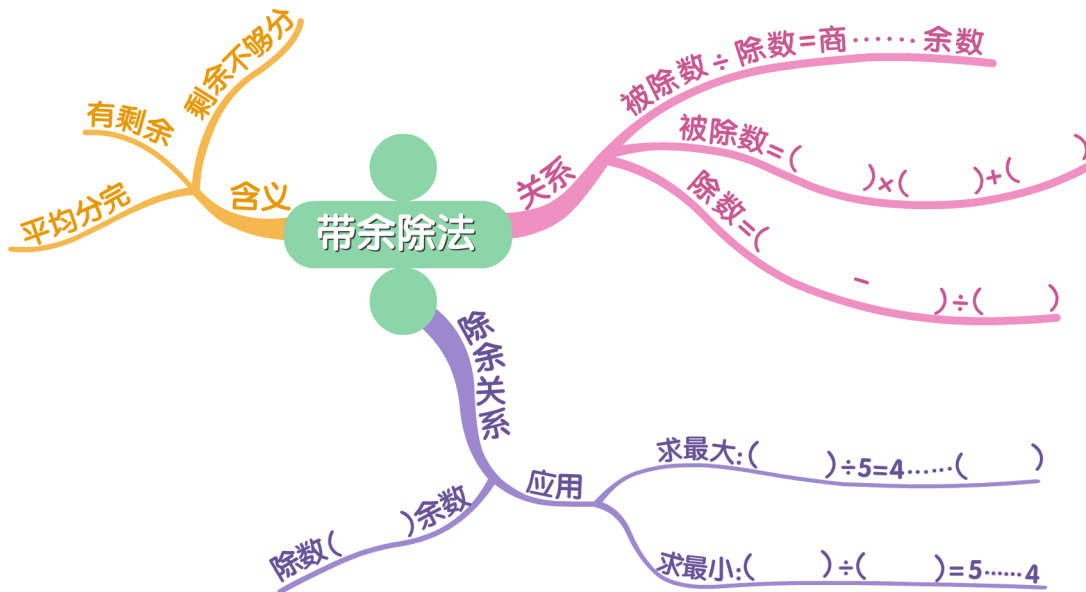


## 挑战2

在算式( )  $\div$  ( ) = 4  $\dots\dots$  2中，被除数刚好比除数大20，那么，被除数和除数各是多少？



# 思维导图



## 学习笔记

Blank lined area for taking notes, enclosed in a dashed blue border.





## 萌娃小讲师



小朋友，打开你的芝麻书，翻到本讲，算一算讲给爸爸妈妈听吧！



## 本讲巩固



### 巩固1

在横线上填上适当的数。

$$\underline{\quad} \div 9 = 2 \cdots \cdots 6$$

$$\underline{\quad} \div 7 = 6 \cdots \cdots 2$$

$$45 \div \underline{\quad} = 6 \cdots \cdots 3$$

$$59 \div \underline{\quad} = 6 \cdots \cdots 5$$



### 巩固2

下面横线上最大能填多少？

$$\underline{\quad} \div 5 = 7 \cdots \cdots \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \div 6 = 8 \cdots \cdots \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \div 9 = 9 \cdots \cdots \underline{\quad}$$





### 巩固3

下面横线上最小能填多少？

$$\underline{\quad} \div \underline{\quad} = 4 \dots\dots 3$$

$$\underline{\quad} \div \underline{\quad} = 7 \dots\dots 5$$

$$\underline{\quad} \div \underline{\quad} = 9 \dots\dots 4$$



## 生活应用



小朋友，请你想一想，在生活中你会遇到分东西有剩余的情况吗？剩余多少呢？



## 大开眼界

Fill in the blanks below with the appropriate numbers .

翻译：在下面横线上填入适当的数。

( 1 )  $55 \div \underline{\quad\quad} = 9R1$

( 2 )  $70 \div \underline{\quad\quad} = 8R6$

( 3 )  $39 \div \underline{\quad\quad} = 7R4$

( 4 )  $50 \div \underline{\quad\quad} = 5R5$





## 数不清的鸡蛋

一天，小明突然收到一筐神秘的鸡蛋，筐上写着，数不清的鸡蛋，小明响指一打，心想，这还能难倒我，看我来一个花样数鸡蛋。但奇怪的是，小明一连几次都没有数明白。

那么，他是怎样数的呢？

原来，小明先是两个两个地把鸡蛋从筐里拿出来，放到地上，最后还剩一个。这时他才发现忘记数拿过多少次了，只好抓抓头，说一声：“咦？”

不过小明并没有泄气，他继续把全放在地上的鸡蛋，三个三个地往筐里放，最后还是剩一个。不巧的是，小明这次还是忘了次数，只好还是抓抓头，说一声：“咦？”

这点小问题怎么能打倒小明呢？只见他揉揉脸，甩甩胳膊，说声：“继续数”，就又开始他的数鸡蛋大业了。这次开始他还记着次数，中间就已经搞乱了，结果……只好又抓抓头，说一声：“咦？”

这算什么，就当是训练自己的耐性了。小明喝了口水，把全放在地上的鸡蛋再数一遍。这一次，他是六个六个地往筐里放，结果不变，还是剩一个鸡蛋。不过，也许是太闷了，居然又忘记次数了。无奈的小明也只能是抓抓头，说一声：“咦？”

好在鸡蛋的个数不多。坚持一下，再把全放在筐里的鸡蛋搬出来数。这次小明七个七个地数出来往地上搬，数到最后，他长出一口气，说：“终于刚好一个也不剩！……咦？”

哎呀，又忘记数过多少次了，悲催的小明也只能再一次抓抓头，表示自己的无奈。

真是数不清的鸡蛋呐！

既然鸡蛋这么难数，就让我们来帮帮忙，算一算小明收到了多少个鸡蛋吧。

根据小明数鸡蛋的过程，我们可以得到每次数2个、每次数3个、每次数4个、每次数6个，数到最后总是剩1个。所以，如果从全部鸡蛋里暂时拿走1个，剩下的鸡蛋个数应该同时是2的倍数、3的倍数、4的倍数和6的倍数。2、3、4、6这四个数的最小公倍数是12，由此可见，从鸡蛋总数里减去1，所得的差一定是12的倍数。因而鸡蛋总数应等于12的某个倍数加上1，这些数从小往大排列，依次是13、25、37、49……

又因为全部鸡蛋每次数7个刚好数完，所以鸡蛋总数还应该是7的倍数，因此鸡蛋的总数至少是49个。我们结合实际情况，可以得知鸡蛋的个数不会太多，因此我们能推断出，小明收到的鸡蛋一共是49个。



# 图形认知

## 3. 图形等分进阶





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

图形等分初步

图形等分进阶

多角度观察



## 本讲目标

- 1 通过观察图形的特征，学会用计算的方式对图形进行分割。
- 2 敢于尝试，能动手验证，培养动手操作能力。
- 3 提升学生的观察分析能力，培养创新思维。

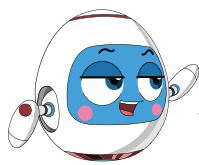




## 追本溯源



华罗庚爷爷说过，形少数时难入微。说的就是一个图形，在借助数量的帮助下，才能更好地来分析。比如，如何分蛋糕。蛋糕的上表面是正方形的，直接分一个图形而且还要三等分是一件很困难的事儿，很难直接找到等分的位置。但是，我们发现，蛋糕已经被上面的图形分成了大小相等的9个部分，想要三等分的话，只要保证每份有3小块就可以了。这样，我们就把一个正方形三等分了。



## 新知 I

要将下图沿着方格纸的线分割成4块形状、大小都相同的图形，并且使每个图形中都要含有一颗星星，怎么分？你能想出几种分法？

要求：

- ① 沿线分割
- ② \_\_\_\_\_ 相同
- ③ \_\_\_\_\_ 相同
- ④ 每部分都有 \_\_\_\_\_ 颗 ★



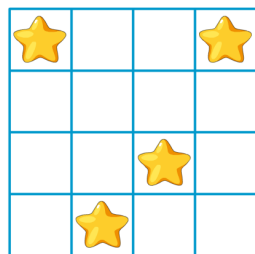
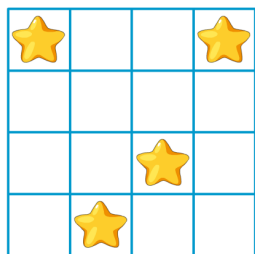
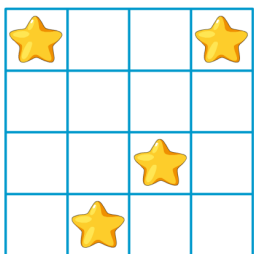
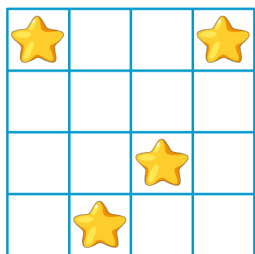
一共有16个方格，  
每块的大小应该是：\_\_\_\_\_



4个方格可以这样



还能摆成其他形状吗？

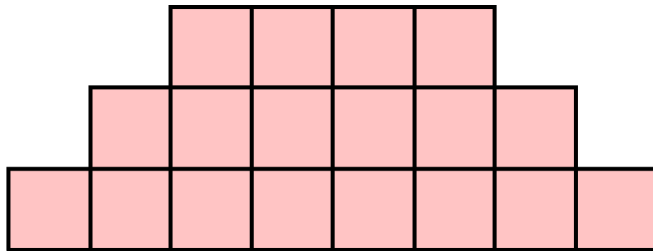






## 探索1

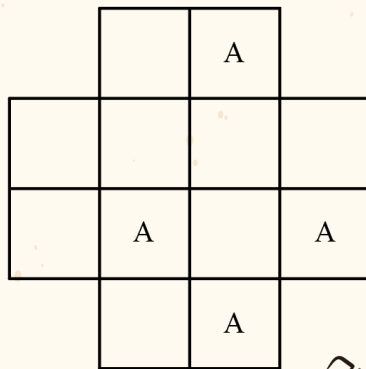
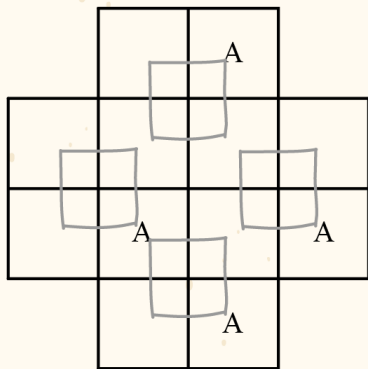
请你把下图沿着方格纸的线分成6个形状、大小都相同的图形。



## 探索2

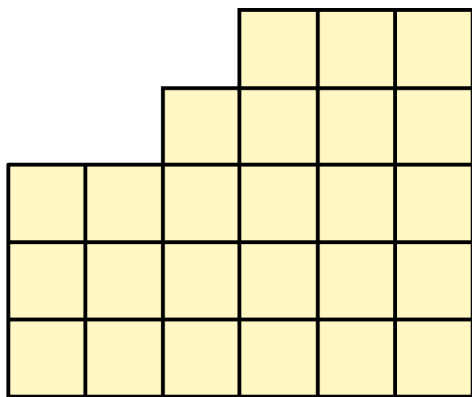
下面是小辉分割的一个图形，请你把他出错的地方圈起来，并在旁边的图形中画出正确的分法。

请把下面的图形沿着方格纸的线分成形状、大小都相同的4块，并让每一块中都含有一个字母A。



### 探索3

请你把下图沿着方格纸的线分成5个形状、大小都相同的图形。



这有3块巧克力，平均分给你们俩怎么分？



先给每人1整块，剩余的1块再平均分成2份！



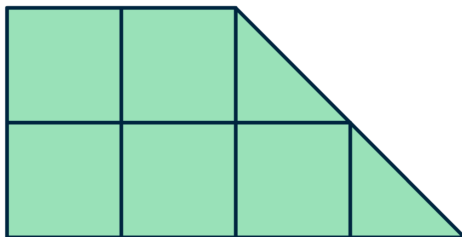
也可以先把每块切成2份，让总数变多，再平分。





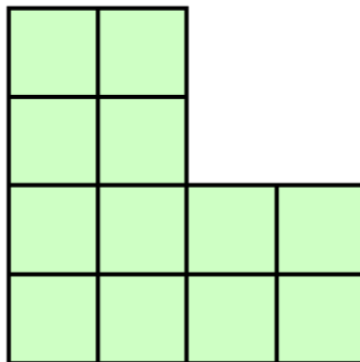
### 探索4

请你将下图分成形状、大小都相同的4块。



### 探索5

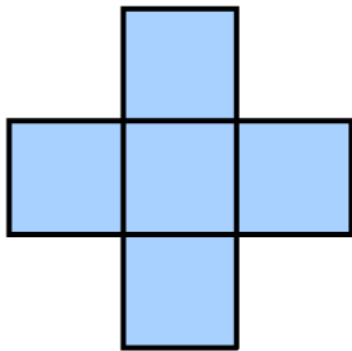
请你将下图分成形状、大小都相同的8块。





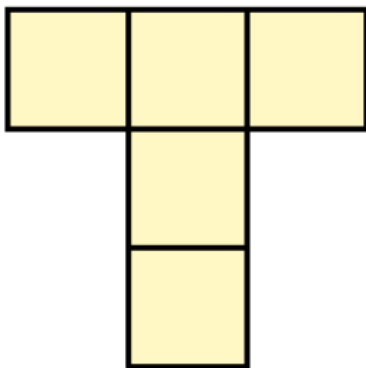
## 探索6

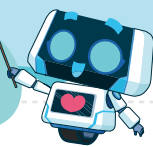
请你将下图分成形状、大小都相同的4块。



## 探索7

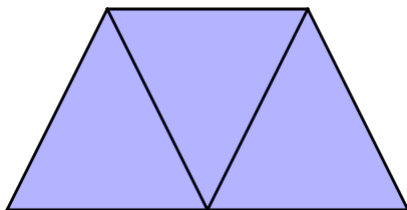
请你将下图分成形状、大小都相同的4块。





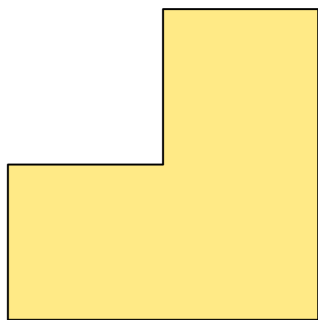
**挑战1**

下图是连在一起的三块地，是由3个同样大小的等边三角形组成的一个等腰梯形，把这个等腰梯形分成形状、大小一样的4块，该怎样分？



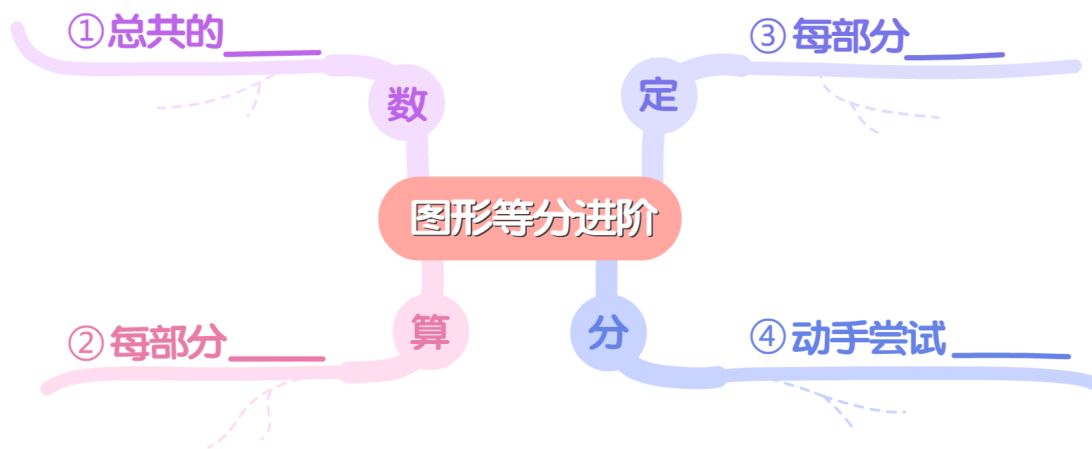
**挑战2**

下图是一块被吃了一部分的蛋糕，已知蛋糕原本是正方形，被吃掉的一部分也是正方形，且吃掉的边长是原边长的一半。现在要把剩余的蛋糕分成形状、大小都相同的4部分，请你试一试吧！





## 思维导图



## 学习笔记

Blank lined area for taking notes, enclosed in a dashed blue border.





## 萌娃小讲师



小朋友，打开你的芝麻书，动手分一分讲一讲吧！

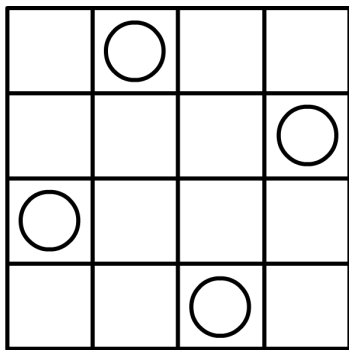


## 本讲巩固



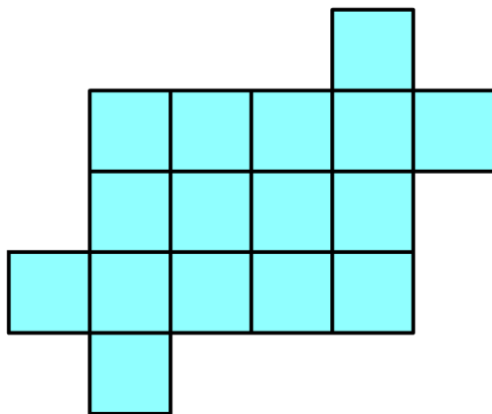
### 巩固1

下图中有4个圆圈，请你把下图沿着方格纸的线分成形状、大小都相同的4块，使每块都有1个圆圈。



### 巩固2

请把下面的图形沿着方格纸的线分成4个形状、大小都相同的图形。动手分一分。

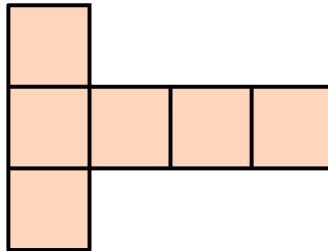






### 巩固3

如下图所示，请把它分成形状、大小都相同的4块。





## 生活应用



小朋友们，观察一下你的家，或者你的房间，看看是怎么分的，动手简单画一画吧！

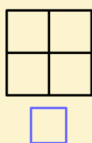


# 大开眼界

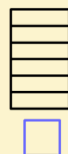
Put a tick (  $\checkmark$  ) in the box if the shape is divided into equal parts.

翻译：请找出被等分的图形，并在其下方的“□”内画“ $\checkmark$ ”。

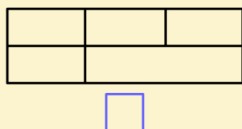
1



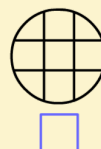
6



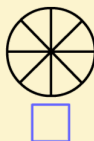
2



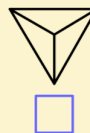
7



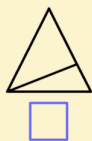
3



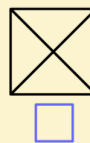
8



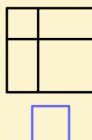
4



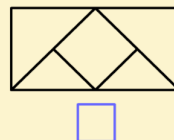
9



5



10

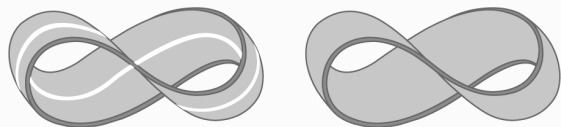




# 延伸阅读

## 神奇的环

小朋友们，你们见过图中的环吗？仔细观察一下，这个环很特别呢！它跟我们平时常见的手镯、铁环不太一样，发现了吗？那你们真是太棒了！这个环可大有来头呢，它的名字叫莫比乌斯环，是由德国数学家莫比乌斯创造出来的。



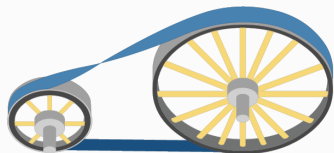
莫比乌斯环的特别之处在于：它只有一个面，也只有一个边。在数学上，这样的曲面有一个专有的名字：单侧曲面。怎么能证明它只有一个面呢？很简单，我们用笔在纸环上沿它的走向画一条线（不跨越边沿）。当笔回到起点时，会发现画的线已经画过了纸环的所有面。这样，我们就能得出结论了：莫比乌斯环一个面的长度是普通纸环一个面长度的两倍呢！

因为莫比乌斯环单侧曲面的特性，它被广泛地应用到了建筑、工业生产、艺术中。运用莫比乌斯环原理，我们可以建造立交桥和道路，避免车辆行人的拥堵。1979年，美国著名轮胎公司百路驰创造性地把传送带制成莫比乌斯环形状，这样一来，整条传送带环面各处均匀地承受磨损，避免了普通传送带单面受损的情况，使得传送带的寿命延长了整整一倍。还有人把莫比乌斯环应用到针式打印机中，把色带做成莫比乌斯环，这样可以充分利用色带的表面。在美国匹兹堡著名的肯尼森林游乐园里，有一部“加强版”的云霄飞车，它的轨道是一个莫比乌斯环。乘客可以在轨道的两面上飞驰，体验不同的乐趣。



莫比乌斯环循环往复的几何特征，蕴含着永恒、无限的意义，因此常被用于各类标志设计。微处理器厂商 *Power Architecture* 的商标就是一条莫比乌斯环，甚至垃圾回收标志也是由莫比乌斯环变化而来的。

小朋友们，你们想不想亲手做一个莫比乌斯环呢？做法很简单！把一根纸条扭转 $180^\circ$ 后，两头再粘连起来就可以了，快动手试一试吧！



# 数据处理

## 4. 有趣的自然数串





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

带余除法

有趣的自然数串

奇数和偶数



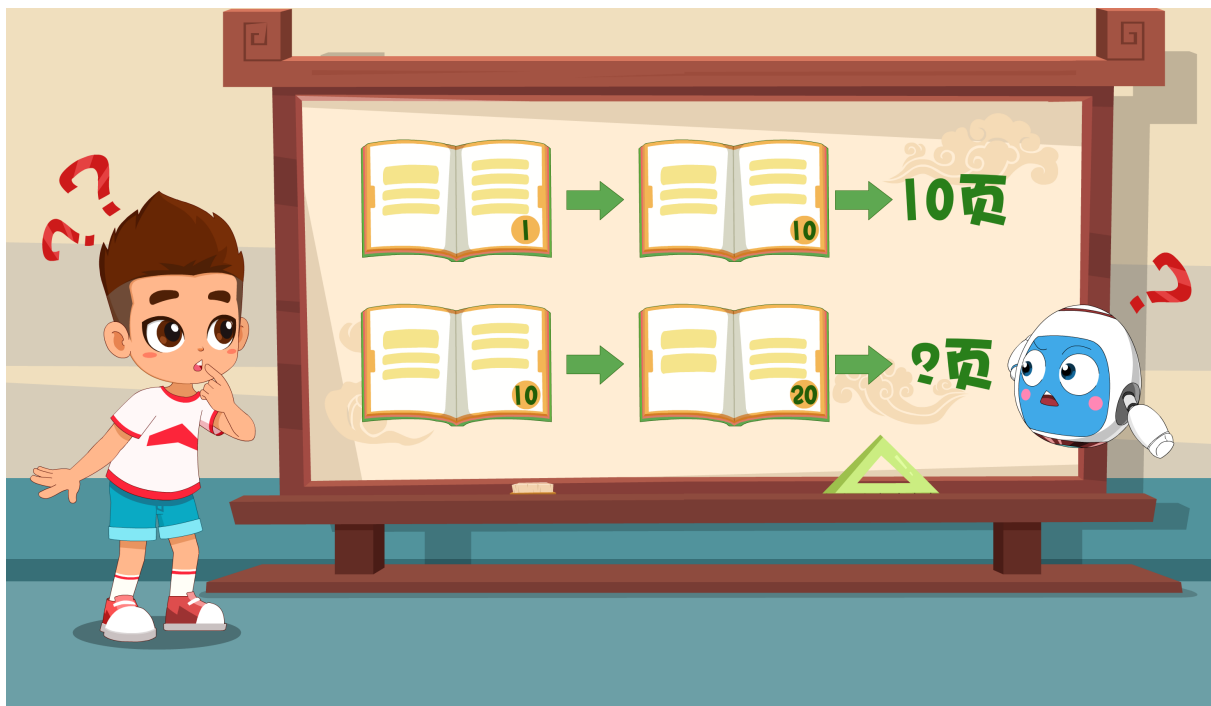
## 本讲目标

- 1 通过数一数，学会计算连续数串中数的个数。
- 2 按位数分类，计算连续数串中数字的个数。
- 3 培养处理数据，运算求解的能力。

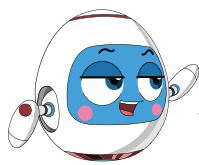




## 追本溯源



小朋友，你知道为什么要在书籍上编页码吗？页码就是书籍上每一页用来表示顺序的数，一般是一串连续的数。页码不仅可以帮助我们理清顺序，更能让我们快速地找到指定位置。



# 新知 I



一共有 \_\_\_\_\_ 个机器人。



从1开始，连续到多少，  
就有 \_\_\_\_\_ 个数。



一共有 \_\_\_\_\_ 个机器人。

$$7 - 3 = 4 \text{ (个)}$$

尾编号 - 头编号



加加，3号机器人也被你减掉啦！

应该是： $\square - \square = \square$  (个)







## 探索1

解答下列各题：

(1)  $1, 2, 3, 4, \dots, 46, 47, 48$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .

(2)  $1, 2, 3, 4, \dots, 167, 168, 169$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .

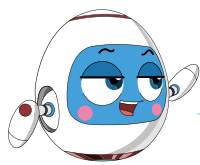


## 探索2

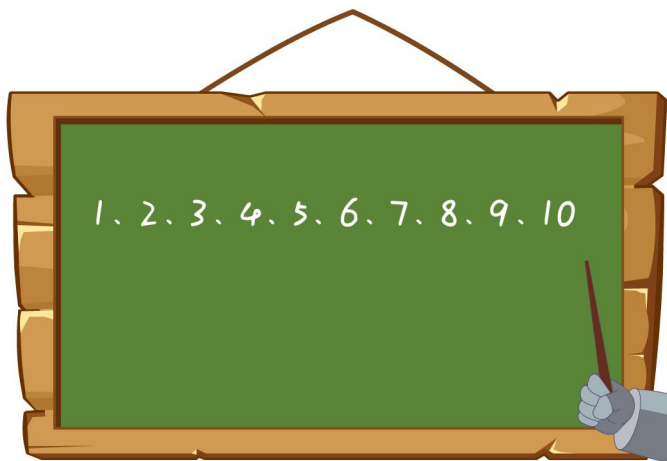
解答下列各题：

(1)  $4, 5, 6, 7, \dots, 68, 69, 70$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .

(2)  $16, 17, 18, 19, \dots, 97, 98, 99$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .



新知 II



这里有多少个数字呢？



有10个！

加加你算错啦，10是由2个数字组成的，所以这里应该有\_\_\_\_\_个数字。





### 探索3

把1, 2, 3, 4, 5, …… , 28, 29, 30这30个数, 从左往右依次写下来, 成为一个数, 这个数共有多少个数字?

	范围	数的个数	数字的个数
一位数			
两位数			



### 探索4

把1, 2, 3, 4, 5, …… , 102, 103, 104这104个数, 从左往右依次写下来, 成为一个数, 这个数共有多少个数字?

	范围	数的个数	数字的个数
一位数			
两位数			
三位数			



## 探索5

下面是毛毛做的巩固练习，请你找出错误的地方，并在空白处改正。

把1, 2, 3, 4, …… , 19, 20, 21, 这些数从左往右依次排下来，成为一个数，这个数共写了多少个数字？

一位数：1~9                      9个

两位数：10~21                     $21-10+1=12$  (个)

共：                                     $9+12=21$  (个)





## 探索6

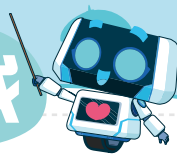
把5, 6, 7, 8, …… , 40, 41, 42这些数, 从左往右依次排下来, “42”的“2”是第几个数字?



## 探索7

把6, 7, 8, …… , 133, 134, 135这些数, 从左往右依次排下来, “100”个位上的“0”是第几个数字?

# B 版挑战



## 挑战1

艾迪从1连续写到21，一共写了多少个数字“1”？



## 挑战2

艾迪从100连续写到142，一共写了多少个数字“1”？



# 思维导图

有趣的自然数串

类型

求数的个数

从1开始

从1数到多少就有( )个数

不从1开始

尾-头-1

求数字的个数

步骤

按( )分类

再计算求( )

求某个数字出现的次数

步骤

按( )分类

再( )求和



# 学习笔记

-----

-----

-----

-----

-----

-----





## 萌娃小讲师

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

41 42 43 44 45 46 47 48 49 50

1至39共有多少个数字呢？

小朋友，数一数算一算，并讲一讲吧！





## 本讲巩固



### 巩固1

解答下列各题：

(1)  $1, 2, 3, 4, \dots, 82, 83, 84$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .

(2)  $6, 7, 8, 9, \dots, 117, 118, 119$  . 总共有 \_\_\_\_\_ 个数 .



## 巩固2

从1连续写到45，一共写了多少个数字？



## 巩固3

把2, 3, 4, …… , 81, 82, 83这些数，从左往右依次写下来，“81”中的“1”是第几个数字？



## 生活应用



小朋友，想一想，生活中还有哪些有趣的数串呢，组成这些数串的数字一共是多少个？



## 大开眼界

How many even numbers are there between 43 and 87 ?

翻译：在43和87之间有多少个偶数？





## 音乐中的数学

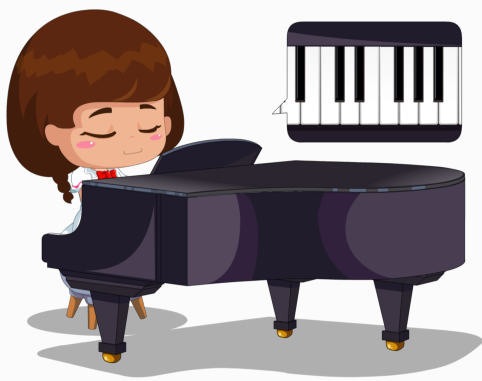
德国著名哲学家、数学家莱布尼茨曾说：“音乐，就它的基础来说，是数学的；就它的出现来说，是直觉的。”“音乐是数学在灵魂中无意识的运算。”爱因斯坦说得更为风趣：“我们这个世界可以由音乐的音符组成，也可以由数学公式组成。”那么音乐与数学到底有什么联系呢？我们先来看一个小故事吧。

这个小故事是发生在毕达哥拉斯身上的，毕达哥拉斯是古希腊哲学家、数学家和天文学家。他很重视数学，试图用数解释一切，还宣称数是宇宙万物的本源。他认为不管是解释外在的客观世界，还是描述内在的精神世界，离开数学，几乎都是不可能的事情。

一天，毕达哥拉斯外出散步，经过一家铁匠铺，听到里面传出的打铁声和谐悦耳，便立刻走进铁匠铺一探究竟。铺子里的铁匠正手拿大锤，有条不紊地起劲敲打着铁砧上一根烧红的铁杵。他量了又量铁锤和铁砧的大小，发现了一个规律，音响的和谐与发声体体积的一定比例有关。之后，他又在琴弦上做了试验，进一步发现只要按比例划分一根振动着的弦，就可以产生悦耳的音程。就这样，毕达哥拉斯在世界上首先发现了音乐和数学的联系。他因此确信，音乐节奏的和谐，是由高低、长短、轻重不同的音调按照一定的数量比例组成的。

我们知道，其实，乐谱的书写也离不开数学。简谱中的1、2、3、4、5、6、7这7个阿拉伯数字代表音阶中的7个基本音级。它们可以表示音的高低，也可以按照不同的方式组合在一起，形成无数美妙悦耳的音乐。在乐谱本上，我们还可以看到用数表示的节拍（4/4拍、3/4拍等）、全音符、半音符、四分之三音符、八分之一音符、十六分之一音符等。

作曲家们创作音乐时，书写的乐谱结构严密，层次分明，高潮迭起，这不仅归功于作曲家的构思巧妙，更离不开一个个美妙的数字。所以数学与音乐的联系可是很大呢！



# 数据处理

## 5. 枚举法综合





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

搭配中的枚举

枚举法综合

字典排列法



## 本讲目标

- 1 通过生活中拼接图形、挑选物品、爬楼梯的场景创设，感受枚举法的妙用。
- 2 养成分类、有序思考问题的习惯。
- 3 培养数据处理的能力。



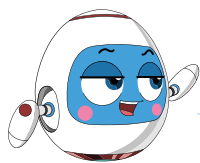


## 追本溯源



生活中，处处用到分类。

分类，其实就是按照一定的标准，将具有相同特点的物品放在一起的过程。比如垃圾分类，在分类时，我们要保证所有的垃圾都能找到对应的投放位置。今天的问题又该如何分类、有序思考呢？让我们一起进入今天的课堂吧！



新知 I

我想从这两片一样的枫树叶和一片杨树叶中挑出若干放在袋子里，有多少种不同的挑选方法呢？



挑选1片树叶的情况：

挑选2片树叶的情况：

挑选3片树叶的情况：

像这样按照\_\_\_\_\_分类，就可以知道共有\_\_\_\_\_种挑选方法了。







## 探索1

艾迪要从3朵一样的红花和2朵一样的粉花中挑出若干用来拍照片，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？



## 探索2

下面是小凯的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，并在空白处帮他改正。

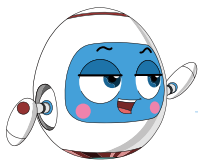
艾迪要从2个一样的红球和2个一样的蓝球中挑出若干，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？



- ① 只选红：1个，2个                      2种  
② 只选蓝：1个，2个                      2种

$$2 + 2 = 4 \text{ (种)}$$

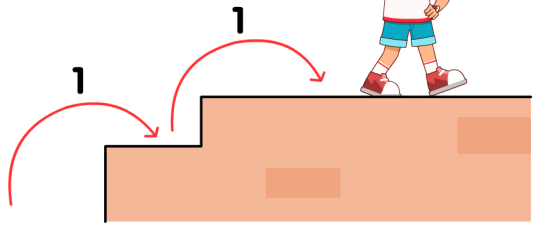




新知 II



我是一步一步走上这2级台阶的。

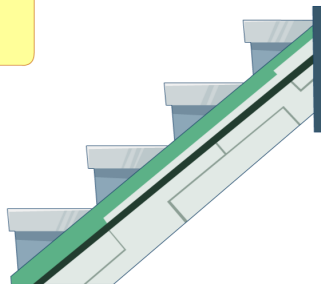
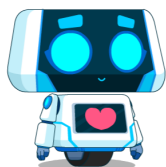


还可以怎么走呢？



### 探索3

我一步只能登上一级或两级台阶，这个台阶有4级，共有多少种不同走法呢？



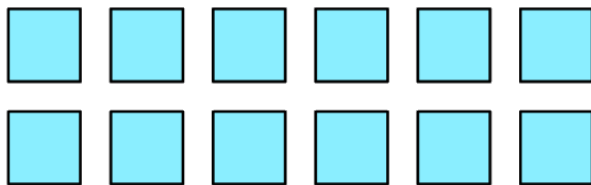
### 探索4

博士制造的超级机器人因为设置错误，一步只能登上一级或三级台阶，现在有6级台阶，机器人走完这个台阶共有多少种不同的走法？



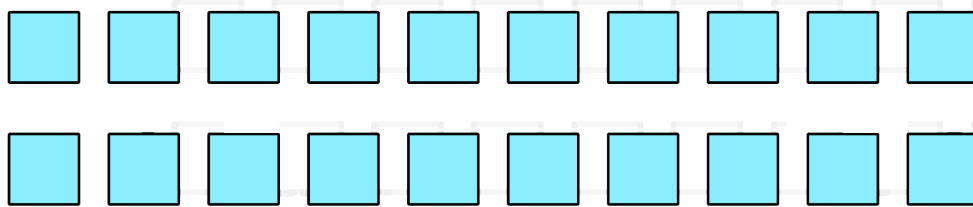
### 探索5

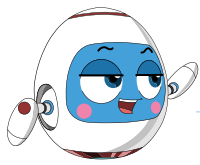
把12个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？



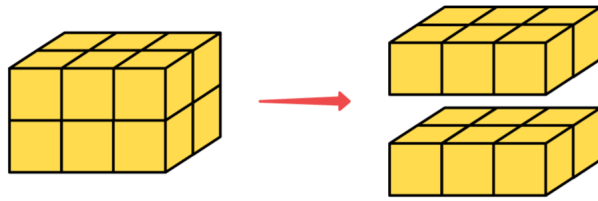
### 探索6

把20个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？





### 新知



上层有多少个正方体呢？

$$\square \bigcirc \square = \square ( \quad )$$



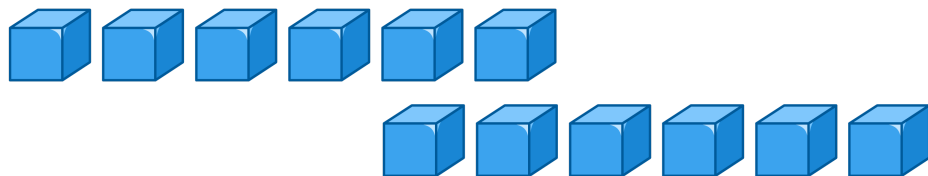
一共有多少个正方体呢？

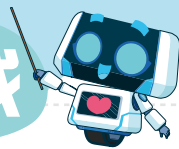
$$\square \bigcirc \square \bigcirc \square = \square ( \quad )$$



## 探索7

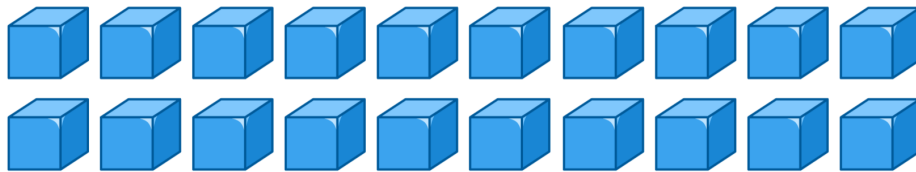
用12个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？





## 挑战1

用20个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？

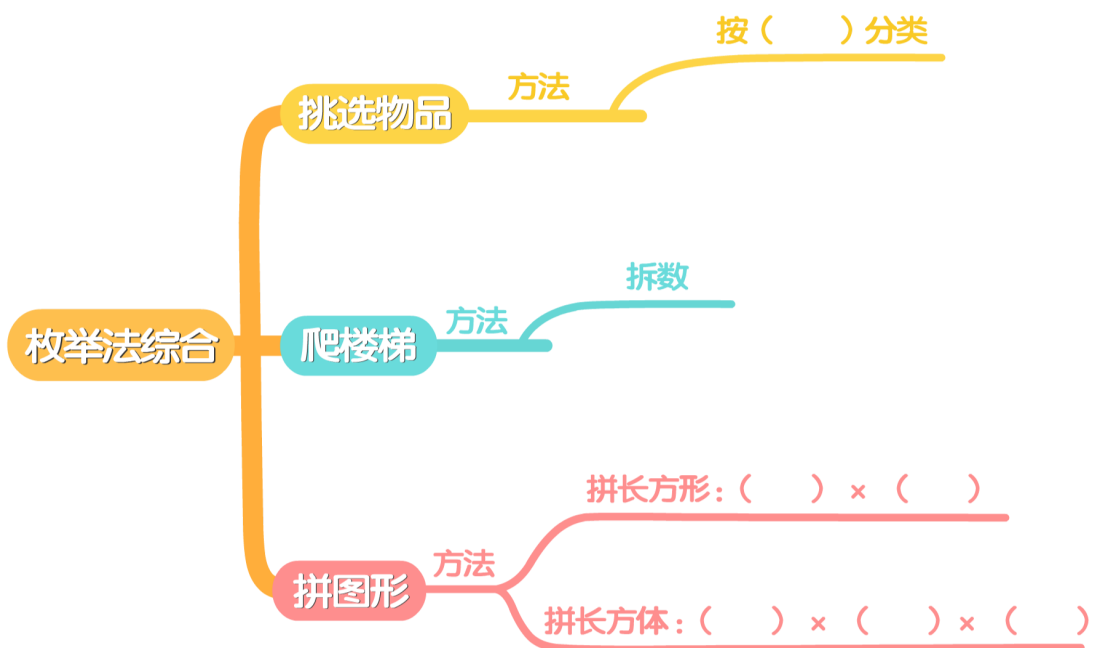


## 挑战2

用40个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？



# 思维导图



# 学习笔记

Handwriting practice area with dashed lines for writing.







## 萌娃小讲师



小朋友，打开你的芝麻书，翻到本讲，挑一挑选一选，并把你的想法讲一讲吧！



## 本讲巩固



### 巩固1

明明要从2个一样的飞机模型和1个坦克模型中挑出若干拍照片，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？



### 巩固2

邮局门前共有3级台阶，若规定一步只能登上一级或两级，问上这个台阶共有多少种不同的上法？



### 巩固3

把28个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？



## 生活应用



小朋友，想一想生活中还有哪些地方需要分类呢？



## 大开眼界

The colours of five balls are red, blue, yellow, green and grey. If two balls are picked, how many ways are there in total?

翻译：五个球的颜色分别为红、蓝、黄、绿、灰。如果从中拿出两个球，一种有多少种不同的方法？





## 博弈论

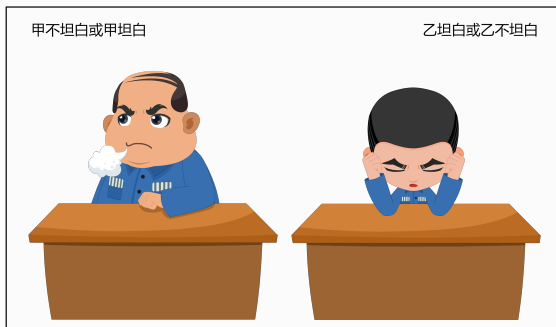
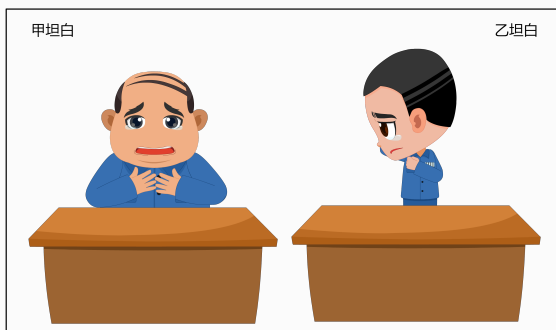
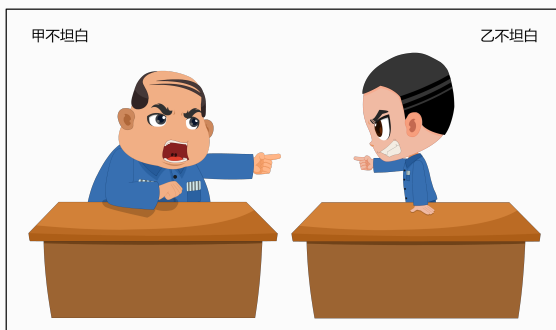
小朋友们，你们知道什么是“博弈”吗？“博弈”的本意是下棋。小朋友们一定对下棋比较熟悉了，现在很多人都喜欢下棋，要下棋就一定有胜负。大家都想赢，赢棋就是一个很值得研究的问题。研究这类问题的学问就是博弈论。

2000年前，中国著名军事家孙臆帮助田忌赛马取胜的方法，就是早期博弈论的萌芽。

博弈论还有一个经典案例叫囚徒困境。它最早是由美国普林斯顿大学的数学家A.塔克于1950年明确叙述的。囚徒困境的情景是，假设甲、乙两个涉嫌共谋犯罪的嫌疑犯被捕后，被关在相互隔离的牢房里。他们面临的选择是坦白或者保持沉默（即不坦白）。他们被告知：如果他们之中有一个人坦白，而另一个人不坦白，则坦白者可以获得自由，而不坦白者要被判10年监禁；如果两人都不坦白，则两人都被判1年监禁；如果两人都坦白，则两人都被判5年监禁。囚徒困境还有两个前提预设：一是甲、乙两人都是自私理性的人，都会选择对自己有利的策略；二是两人没有办法互通信息，也就是两人并不知道对方会做出什么样的选择。

在这样的条件下，从甲的立场看，有两种可能的情况：一是乙坦白，这时甲如果坦白要入狱5年，不坦白要入狱10年，所以甲一定会坦白；二是乙不坦白，这时，甲如果坦白会获得自由，不坦白会入狱1年，所以甲会坦白。两种情况综合考虑，甲会选择坦白。这个推理过程对乙来说也适用，所以乙也会选择坦白。最后两人都坦白了，都被判刑5年。

囚徒困境的困境在于，甲乙两人如果都保持沉默，不坦白，只会被判刑1年，这个结果显然比两人都坦白要好。可是两人经过理性分析后，却选择了对自己不利的结局。



# 逻辑分析

## 6. 三不连谜题





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

数织

三不连谜题

数墙



## 本讲目标

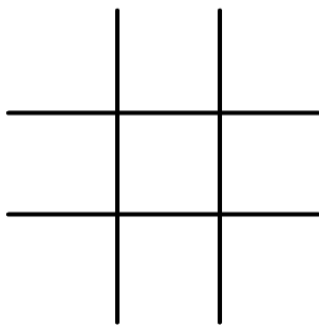
- 1 学习有趣的圈叉棋，理解相同图形不允许出现三个相连的规则。
- 2 根据不同的规则找出具体解决问题的方法。
- 3 培养孩子的盘面推理能力，养成检查的习惯。



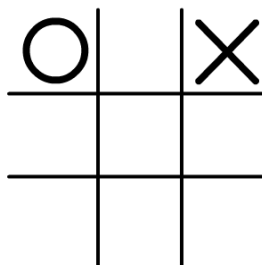


## 追本溯源

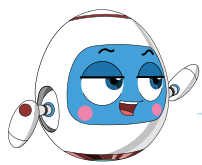
井字棋，英文名Tic-Tac-Toe，是一种在3×3格子上进行的连珠游戏，和五子棋类似，因为棋盘一般不画边框，格线排成井字，所以取名为井字棋。



井字棋游戏需要的工具仅为纸和笔，然后由分别代表“○”和“×”的两个游戏者轮流在格子里留下标记（一般来说先手者为“×”），任意三个标记形成一条直线，则为获胜。



玩过这个游戏的人大都会发现，如果两个玩家都作出最好的选择，这个游戏是一定会平局的。所以，井字棋最常使用是作为儿童游戏。



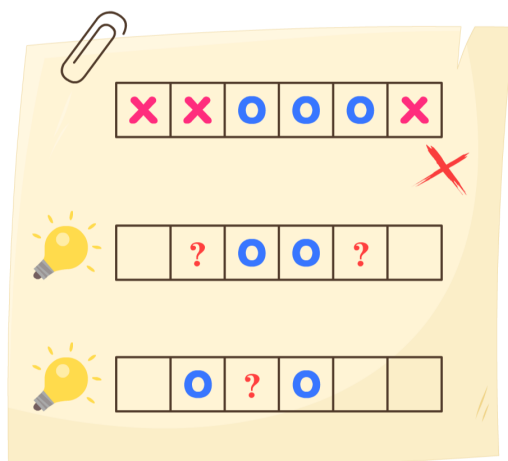
新知 I

## 三不连谜题

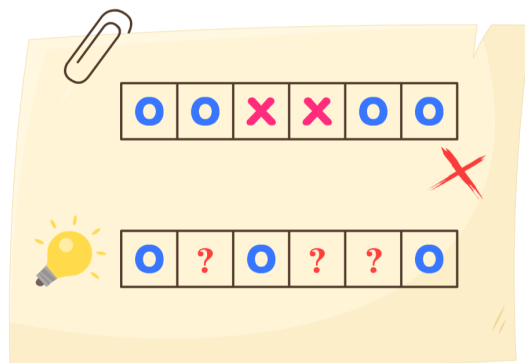
密码破解方法：在图中方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满。

密码破解规则：

(1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；

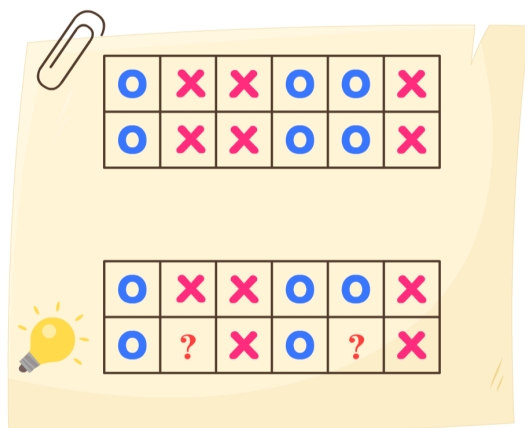


(2) 每一行以及每一列中的“○”和“×”数量相同；





(3) 没有相同的行，没有相同的列。



### 探索1

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A				○	○	
B	×				○	×
C	○			×	×	
D	○			×		
E		○				○
F		○			×	



## 探索2

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A		×	×			○
B						○
C	×		×	○		
D	×	○				
E			×		○	×
F		○	○		○	



### 探索3

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A		×		×	×	
B		○	○			
C	○					×
D						
E		×		×		×
F	×	○		○		×



## 探索4

下面是艾迪的巩固练习，请你帮艾迪检查一下，把错误圈出来，并在右图中填写正确答案。

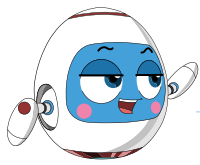
请在下方方格中填上“○”或“×”，将所有的格子填满，规定如下：

- (1) 每一行以及每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行以及每一列中的“○”或“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A	×	×	×	○	○	×
B	○	×	×	○	○	×
C	×	○	○	×	×	○
D	×	○	×	○	×	○
E	○	×	○	×	○	×
F	○	×	○	×	×	○

	1	2	3	4	5	6
A				○	○	×
B			×			×
C	×	○				
D	×					○
E		×		×		
F	○					





新知 II



最后一个 0, 一定不能放在哪?



那我的最后一个 0, 一定不能放在哪?



## 探索5

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A				○		×
B			×			×
C		○				
D						○
E		×		×		
F	○					



## 探索6

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A	×					○
B		○			×	
C			×	×		
D			×		×	
E						
F	○	○				×
G			○		○	
H		×	×			



## 探索7

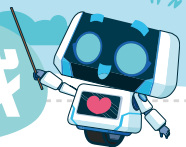
在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6
A	×		×			
B				○		
C		×				×
D				○		
E			×		×	
F		○				
G						
H			×	×		×



# B 版挑战



## 挑战1

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	×				○			×
B	×	×			○			
C				×				
D	×					○	○	
E	×		×				○	○
F					○			○
G		○					×	
H								
I	○	×			○			×
J	○	×		○			×	×



## 挑战2

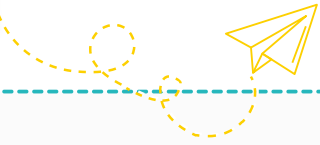
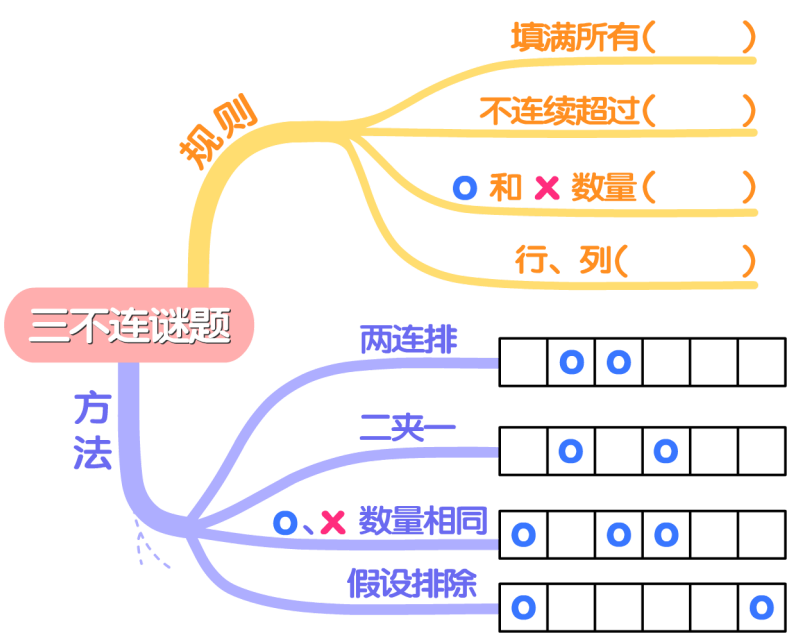
在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	×		×					
B				○		○		○
C		×						
D	○		○			×		
E								×
F	○			×			○	
G			○					○
H		○	○					
I				○	○		○	
J				○			○	



# 思维导图



## 学习笔记

Handwriting practice area with dashed lines for writing notes.





## 萌娃小讲师

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。



小朋友，按照游戏规则，帮助小胖完成游戏吧，试着把你的技巧方法分享一下吧！



## 本讲巩固



### 巩固1

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

○		○			○
	○				○
		×		○	
×		×			
				○	
×					



## 巩固2

在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	×				×
					×
		×	○		
○			○		
○		○		○	
		○	×		



### 巩固3

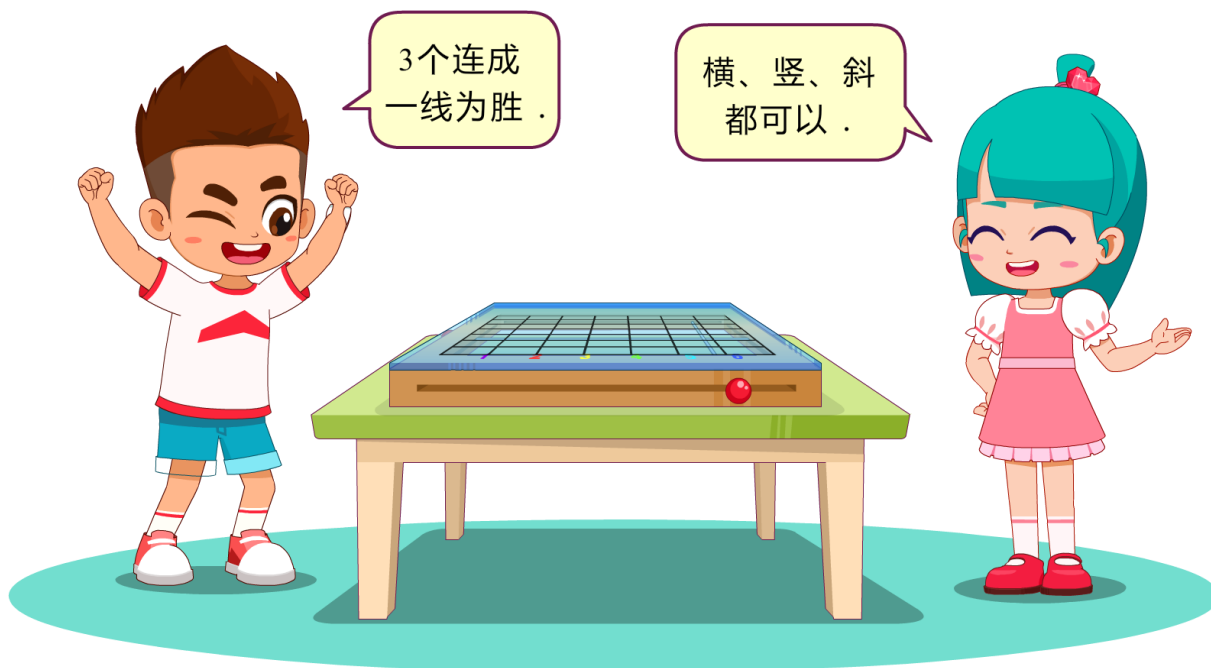
在下面的方格中填上“○”或“×”，将所有格子填满，规则如下：

- (1) 每一行和每一列中不能出现连续2个以上的“○”和连续2个以上的“×”；
- (2) 每一行中“○”和“×”数量相同，每一列中“○”和“×”数量相同；
- (3) 没有相同的行，没有相同的列。

	×			○	○
		○	○		
				○	
×				○	
×	×				
	×		×		×
					○



## 生活应用



小朋友，今天学会了三不连谜题，你还知道其他的棋类游戏吗？写出来分享给大家吧！





## 大开眼界

If the digits “1” to “9” are put into the 3 by 3 square boxes according to the instructions below, which digit will be right in the middle of the square?

Put “1”, “2” and “3” in the same vertical column

while “3”, “4” and “5” in the same horizontal row;

Put “1” above “2” and “2” below “3”;

Put “3” and “4” to the left of “5”;

Put “5” in between “6” and “7”;

Put “2” and “6” to the right of “8”.

翻译：

若把数字「1」至「9」按下列指示填入以下的九宫格内，哪个数字会排列在正中间？

把「1」、「2」和「3」放在同一竖列，

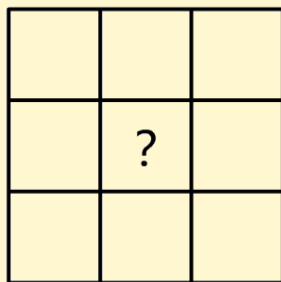
而「3」、「4」和「5」放在同一横行；

把「1」放在「2」的上方，而「2」放在「3」的下方；

把「3」和「4」放在「5」的左方；

把「5」放在「6」和「7」之间；

把「2」和「6」放在「8」的右方。





## 华容道里的秘密

小朋友们，学习了今天的内容后，我们发现，原来小小的方格当中，竟然有太大的秘密呢！其实，方格中不光有秘密，还有游戏，你听说过或者玩过“华容道”吗？

在我国四大名著之一的《三国演义》中，有这样一段经典故事：三国时期，魏国的曹操南征讨伐东吴，吴国和蜀国联合起来一起对抗强大的曹操。最终吴蜀联军在赤壁巧用火攻大胜曹操。曹操无奈，狼狈败逃至华容道。可是华容道道路崎岖，又被刘备手下猛将关羽埋伏阻挡，难以逃出去，眼前只有死路一条。但关羽和曹操有一段旧交情，所以放走了曹操，曹操才死里逃生，逃出了华容道。

后来，我国人根据这段故事做了一套数学玩具，叫“华容道”。

华容道玩具实际上类似一种棋，由棋盘和棋子组成。棋盘呈长方形，下面有一个缺口，棋盘上有20个小方格，下面缺口长度占2个小方格边长，棋子有10枚。其中一个大方块，占4个小方格面积；5个长方形各占2个小方格面积；4个小方块，各占1个小方格面积。棋盘象征华容道，缺口代表华容道出口。10枚棋分别用三国故事中的将领命名：大方块为曹操，5个长方形分别为关羽、赵云、张飞、黄忠和马超，4个小方块为4个卒。

华容道的布局很多，最典型的布局叫“横刀立马”，它是把曹操摆在棋盘上方中央，赵云等“五虎将”分别布在曹操四周，其中关羽横在曹操下方。下面布4个卒。由于棋子总面积只占棋盘的18个小方格面积，所以棋盘上有2个方格没摆棋子。

玩华容道游戏时，要通过空格平移各个棋子，曹操移到下面的缺口位置，就算成功，因为这象征曹操可以成功逃出华容道了。要使曹操移到缺口处，关羽是关键。关羽必须先让出空格来，曹操才能成功逃走。所以，这种棋正应了“关羽放曹”的故事。

华容道实际上是一种滑块游戏，它涉及到很多数学知识。如果能运用好平移，运筹等相关知识，想解出华容道游戏还是不难的。但是一些高端玩家们都力求用最少的步数移位成功。目前，经过计算机核定，认定81步是目前最少的步数了。



# 运算求解

## 7. 除法竖式初步





## 知识阶梯



前铺知识

**本讲知识**

后续知识

带余除法

除法竖式初步

除法巧算



## 本讲目标

- 1 从除法意义入手，学习除法竖式。
- 2 能正确进行除法竖式计算并明确竖式中每部分的含义。
- 3 掌握除数是一位数的计算。





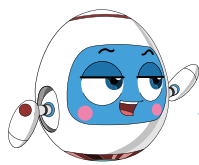
## 追本溯源



关于除法的符号，阿拉伯人曾用过两个数之间加一条短线的方法表示相除。例如用 $2/3$ 表示“2除以3”的意思。1631年，数学家奥特雷德也曾设想过用符号“:”表示除号，但没有推广开来。

数学上正式把“÷”作为除法运算的符号，是瑞士数学家哈纳的功劳，哈纳在计算时，遇到把一个整数分成几份的问题，却没有恰当的符号表示这种算法。于是他把阿拉伯人表示除法的小短线“/”和奥特雷德的除法记号“:”合二为一，哈纳用一条横线段“—”把两个圆点“:”从中间分开，产生了表示除法的新记号“÷”，这就是除号。

1659年，瑞士数学家哈纳在苏黎世出版的《代数学》一书中，正式把“÷”作为除法运算的符号。



## 新知 I

王厂长发工资，两名工人平均分45元，请你帮王厂长分一分。

先把4张10元平均分给2个人，  
每个人分到\_\_\_\_\_张10元，  
也就是\_\_\_\_\_元。



再把5张1元平均分给2个人，  
每人又可以分到\_\_\_\_\_张1元。



每人最终分到\_\_\_\_\_元，厂长剩余\_\_\_\_\_元。



## 探索1

试着填一填括号里的名称，并列竖式计算下面各题。

示例： $45 \div 2 = ( \quad ) \cdots \cdots ( \quad )$

$$\begin{array}{r} 22 \cdots ( \quad ) \\ \text{除数} \cdots 2 \overline{) 45} \cdots \text{被除数} \\ \underline{4} \\ 5 \\ \underline{4} \\ 1 \cdots ( \quad ) \end{array}$$

(1)  $49 \div 4 =$

(2)  $67 \div 3 =$



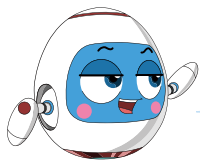
## 探索2

列竖式计算下面各题。

(1)  $83 \div 8 =$

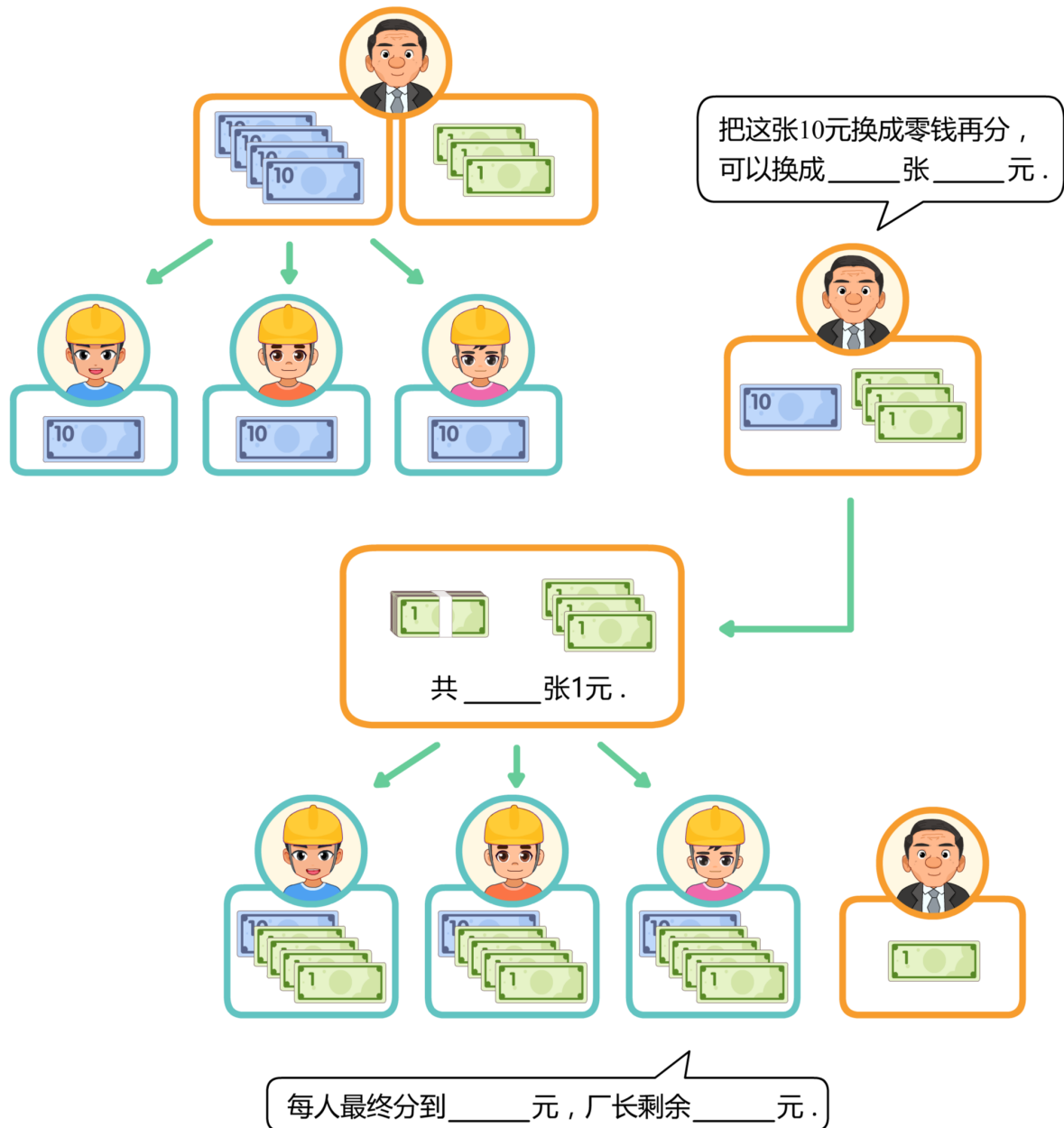
(2)  $65 \div 3 =$





## 新知 II

王厂长发工资，三名工人平均分43元，请你帮王厂长分一分。



### 探索3

列竖式计算下面各题。

(1)  $74 \div 3 =$

(2)  $93 \div 4 =$

(3)  $87 \div 6 =$

### 探索4

下面是晶晶的除法竖式，请你把她出错的地方圈起来，并在空白处帮她改正。

列竖式计算： $59 \div 3 =$

$$\begin{array}{r}
 181 \\
 3 \overline{) 59} \\
 \underline{3} \phantom{0} \\
 29 \\
 \underline{24} \\
 5 \\
 \underline{3} \\
 2
 \end{array}$$





## 探索5

列竖式计算下面各题。

$$(1) 252 \div 2 =$$

$$(2) 479 \div 4 =$$

$$(3) 657 \div 3 =$$



## 探索6

列竖式计算下面各题。

$$(1) 168 \div 2 =$$

$$(2) 305 \div 4 =$$

$$(3) 375 \div 5 =$$



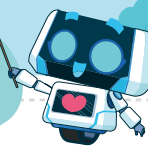
## 探索7

列竖式计算下面各题。

(1)  $509 \div 5 =$

(2)  $723 \div 7 =$

(3)  $913 \div 9 =$



## 挑战1

请将下列除法竖式补充完整。

$$\begin{array}{r}
 \square \\
 6 \overline{) 5 \square} \\
 \underline{4 \quad 8} \\
 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 \square \overline{) \square \square} \\
 \underline{3 \quad 5} \\
 3
 \end{array}$$

## 挑战2

请将下列除法竖式补充完整。

$$\begin{array}{r}
 \square \quad 3 \\
 3 \overline{) 4 \square} \\
 \underline{\square} \\
 1 \quad 1 \\
 \underline{\square} \\
 \square
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad \square \\
 \square \overline{) \square \quad 3 \quad 5} \\
 \underline{1 \quad 2} \\
 \square \quad \square \\
 \underline{1 \quad \square} \\
 3
 \end{array}$$



## 思维导图

$$\begin{array}{r}
 17 \dots ( \quad ) \\
 \text{除数} \dots 2 \overline{) 35 \dots \text{被除数}} \\
 \underline{2} \\
 15 \\
 \underline{14} \\
 1 \dots ( \quad )
 \end{array}$$

书写

### 除法竖式初步

步骤

商

乘

减

比

落

注意事项

由( )位到( )位逐位计算

试商：平均分完

每位余数要比除数( )

中间不够除的要写( )占位



## 学习笔记

---

---

---

---

---

---

---

---





## 萌娃小讲师

$72 \div 4 = \square$

$94 \div 8 = \square$

列竖式计算下列各题.

小朋友，请你动手算一算并讲给爸爸妈妈听吧！



## 本讲巩固



### 巩固1

列竖式计算下列各题。

(1)  $68 \div 3 =$

(2)  $85 \div 8 =$



### 巩固2

列竖式计算下列各题。

(1)  $89 \div 3 =$

(2)  $78 \div 4 =$





### 巩固3

列竖式计算下列各题。

(1)  $495 \div 4 =$

(2)  $723 \div 7 =$



## 生活应用



小朋友们，生活中还有什么时候会用到除法呢？和大家一起来分享吧！



## 大开眼界

Bryan is buying a birthday present for his brother. Divide these numbers to find out what present he is getting for his brother.

布莱恩正在为他的哥哥买生日礼物，算出每个礼物旁对应算式的答案，找出他要给他哥哥买的礼物吧。



$$2 \overline{) 17}$$



$$6 \overline{) 43}$$



$$8 \overline{) 55}$$



$$4 \overline{) 38}$$



$$7 \overline{) 60}$$

Bryan's birthday present for his brother is a

布莱恩给他哥哥买的生日礼物是

( ) ( ) ( ) ( ) ( )

8R4

9R2

8R1

6R7

7R1





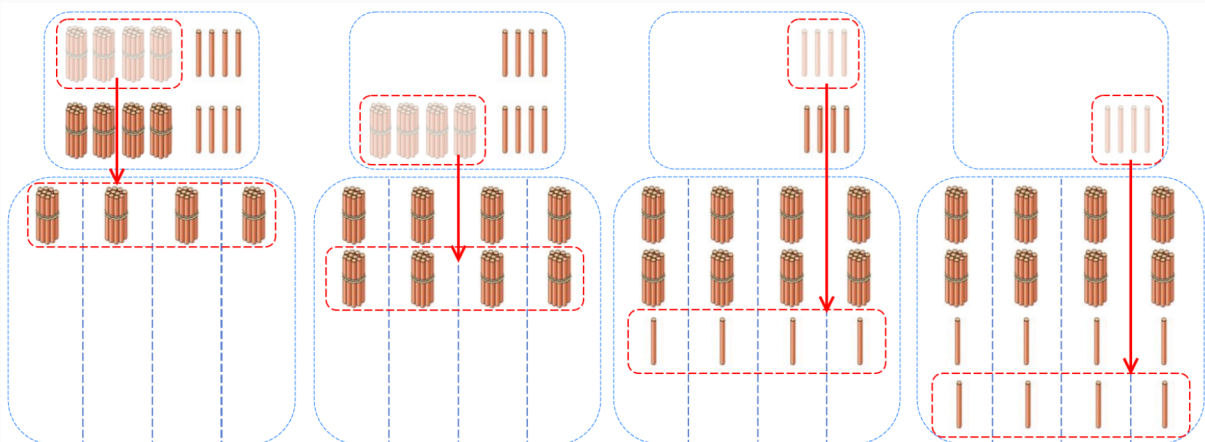
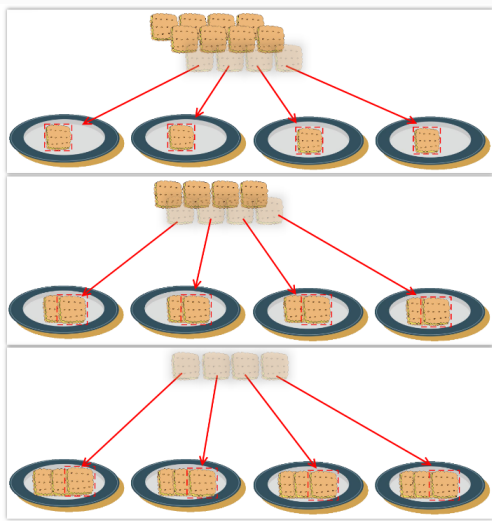
# 延伸阅读

## 除法为什么从高位算起？

小朋友，你是否思考过这个问题：我们以前计算加法、减法、乘法时，都是从最低位开始算起的，为什么等到做除法的时候，却要从高位开始算起呢？除法为什么这么的特立独行呢？

我们用以下例子来一起研究一下：“你和小明、小红、小黄分饼干，一共12块饼干，平均每人可以分几块？”就是 $12 \div 4 = 3$ （块），平均每人分到三块。我们也可以用减法来做，那就是每人先都拿1块，再都拿1块，能这样拿几次，那每人就能分到几块。列成算式就是 $12 - 4 - 4 - 4$ 减了3次。

实际上，除法就是把平均分的减法简单化了。所以我们算除法的时候离不开减法，每步都要用到。除法算式都可以变成减法去做，比如 $88 \div 4$ ，怎么用减法做？ $88 - 4 - 4 - \dots - 4 - 4$ ，一共要减22次，你一定觉得很麻烦。而除法就是先减去20个4，再减去2个4。这样就能写成： $88 - 40 - 40 - 4 - 4$ 。只做4次减法就可以了。



所以，除法从高位算起，是为了让我们减的次数变少，分起东西来更快。这些巧妙的方法，都是前人的智慧结晶。小朋友们，请你们想一想85个积分平均分给5个小朋友怎么分最快吧！