

# 2021年寒假全国二年级第5讲 枚举法综合 教师版

## 一、知识地图

### 【校内衔接】

搭配。

### 【前铺知识】

二暑：搭配中的枚举。

通过食物搭配问题，培养有序思考及画图记录等学习习惯，学会把有序思考的思维方式应用到生活中。

### 【本讲目标】

能力：数据处理能力。

- 1.通过生活中拼接图形、挑选物品、爬楼梯等问题的场景创设，感受枚举法的妙用；
- 2.养成分类、有序思考问题的习惯；
- 3.培养数据处理的能力。

### 【后续知识】

三秋：字典排列法。

从字典的排列规则入手，让孩子们更好的理解逻辑思维中“有序”的概念，学会利用字典排列法解决实际生活中的计数问题，培养孩子有序思考的思维方式。

### 【教学重点】

- 1.理解枚举的含义；
- 2.掌握分类、有序思考的思考方式。

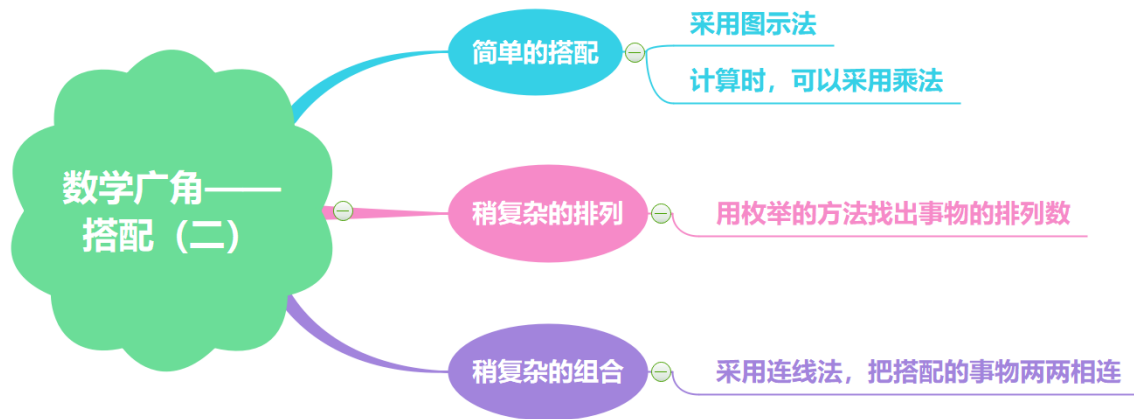
### 【教学难点】

- 1.熟练掌握拆数的思想；
- 2.遇到不同类型枚举题目时，如何去分类。

## 二、校内看一看

### 1. 内容梳理

人教版三年级下册 第8单元 搭配（二）



### 2. 内容展示

北师大版三年级上册 第8单元 搭配中的学问

### 搭配服装

马戏团里的小丑要表演，想选一顶帽子和一条裤子。



可以怎样搭配呢？请你摆一摆，说一说。

我摆来摆去老是乱，怎么办呢？

我是这样摆的，要按顺序。

这是我摆的。

笑笑这样表示各种搭配方法，你能看懂吗？和同学交流。

哦，我知道了，她用  $\triangle$  代表……

还可以用字母来表示帽子和裤子。你能试着连一连吗？

1 用 0、1、3、5 能组成多少个没有重复数字的两位数？

我先选一个数字写在十位上。



十位上不能是 0。



把十位是 1 的两位数写完，十位上再换一个数字……



这样按顺序写，就能不重不漏。



你是怎样写的？

能组成  个没有重复数字的两位数。



北京版二年级下册 第4单元 万以内数的认识



用 8 6 4 2 四张卡片摆出四位数。



8642,  
8624,  
.....



6842,  
6824,  
.....

- (1) 你摆出了几个不同的四位数？
- (2) 读一读你摆出的数。

青岛版一年级上 第2单元 丰收了——100以内数的认识



可以怎样买？

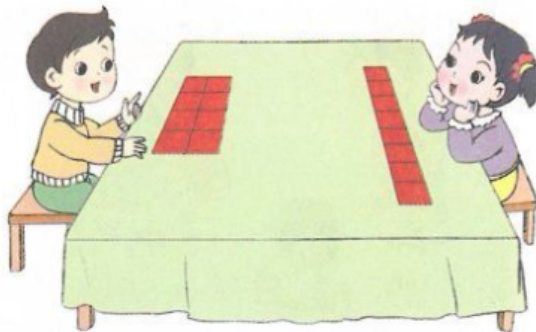
苏教版二年级上册 第4单元 表内除法（一）

动手做

用 8 个相同的小正方形拼成一个长方形，你能找到不同的拼法吗？

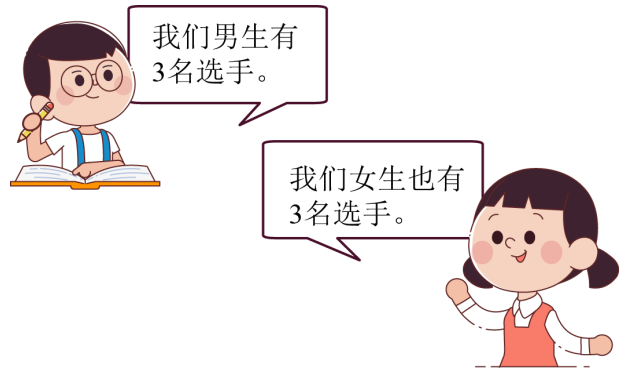
用 12 个、18 个相同的小正方形也能拼成不同的长方形吗？先拼一拼，再和同学说说你是怎样想的。

要拼成一个正方形，最少需要多少个这样的小正方形？先说一说，再试着拼一拼。



3. 课件题目

体育小组每名男同学和每名女同学之间都要进行一场乒乓球单打比赛，他们一共要进行多少场比赛？



答案 9场 .

### 三、追本溯源



生活中，处处用到分类。

分类，其实就是按照一定的标准，将具有相同特点的物品放在一起的过程。比如垃圾分类，在分类时，我们要保证所有的垃圾都能找到对应的投放位置。今天的问题又该如何分类、有序思考呢？让我们一起进入今天的课堂吧！

## 四、逻辑梳理

以B版为例

模块	定位	题号	知识点	互动	时间
准时红包、课前热身讲解				红包	5
模块1 挑选方法	铺垫引入	新知1	铺垫分类枚举, 2+1	语音弹幕	7
	练习	探索1	3+2挑选	选一选	8
	练习	探索2 (捉虫时刻)	2+2挑选	课中闯关	5
模块2 走楼梯	铺垫引入	新知2	铺垫走楼梯	填一填	5
	讲解	探索3	上1级或2级	拍照上墙	10
课间					10
模块2 走楼梯	练习	探索4	上1级或3级	填一填	10
模块3 拼图形	讲解	探索5	拼长方形	语音弹幕	5
	练习	探索6	拼长方形练习	课中闯关	10
	铺垫引入	新知3	复习长方体	填一填	5
	讲解	探索7	拼长方体	填一填	10
课间					5
挑战	练习	挑战1	拼长方体练习	课中闯关	10
	练习	挑战2	拼长方体练习	填一填	10
板书总结					5

版本说明

		Q	A	B	C
模块1: 挑选方法	2+1	√	√	√	√
	3+1	√	√		
	3+2			√	√
	2+2	√	√	√	√
模块2: 走楼梯	走1级或2级 (共3级)	√			
	走1级或2级 (共4级)		√	√	
	走1级或2级 (共5级)				√
	走1级或3级 (共6级)	√	√	√	
	走1级或3级 (共7级)				√
模块3: 拼图形	拼长方形	√	√	√	√
	拼长方体		√	√	√
模块4: 涂色问题	有格规则图等分				√
模块5: 树形图	对过程有限制的枚举				√

## 五、新知探索

### 新知1

Q、A、B、C



挑选1片树叶的情况：

挑选2片树叶的情况：

挑选3片树叶的情况：

像这样按照\_\_\_\_\_分类，就可以知道共有\_\_\_\_\_种挑选方法了。



**答案** 5种。

**解析** 这道题的情况非常多，我们可以把挑选的情况按数量分类，一一枚举出来。

(1) 挑选1片树叶有2种不同的方法：1片枫树叶，1片杨树叶；

(2) 挑选2片树叶有2种不同的方法：2片枫树叶，1片枫树叶和1片杨树叶；



(3) 挑选3片树叶有1种方法：2片枫树叶和1片杨树叶；

所以，共有 $2 + 2 + 1 = 5$ （种）不同的挑选方法。

### 探索1

Q1、A1

- 1 艾迪要从3朵一样的红花和1朵粉花中挑出若干用来拍照片，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？

**答案** 7种。

**解析** 这道题没有说明选取花朵的数量，需要按照选择的花朵数量分类，再有序枚举。

- (1) 挑选1朵花有2种不同的方法：1朵红花，1朵粉花；
- (2) 挑选2朵花有2种不同的方法：2朵红花，1朵红花和1朵粉花；
- (3) 挑选3朵花有2种不同的方法：3朵红花，2朵红花和1朵粉花；
- (4) 挑选4朵花有1种不同的方法：3朵红花和1朵粉花；

所以，共有 $2 + 2 + 2 + 1 = 7$ （种）不同的挑选方法。

B1、C1

- 2 艾迪要从3朵一样的红花和2朵一样的粉花中挑出若干用来拍照片，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？

**答案** 11种。

**解析** 这道题没有说明选取花朵的数量，需要按照选择的花朵数量分类，再有序枚举。

- (1) 挑选1朵花有2种不同的方法：1朵红花，1朵粉花；
- (2) 挑选2朵花有3种不同的方法：2朵红花，1朵红花和1朵粉花，2朵粉花；
- (3) 挑选3朵花有3种不同的方法：3朵红花，2朵红花和1朵粉花，1朵红花和2朵粉花；
- (4) 挑选4朵花有2种不同的方法：3朵红花和1朵粉花，2朵红花和2朵粉花；

(5) 挑选5朵花有1种方法：3朵红花和2朵粉花；


所以，共有  $2 + 3 + 3 + 2 + 1 = 11$  (种) 不同的挑选方法。

探索2

Q2、A2


1 下面是艾迪的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，并在空白处帮他改正。

艾迪要从2个一样的红球和2个一样的蓝球中挑出若干，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？



① 1个球：红，蓝	2种
② 2个球：2红，红+蓝，2蓝	3种
③ 3个球：2红+蓝，红+2蓝	2种

共：  $2 + 3 + 2 = 7$  (种)



答案 8种。

解析 枚举没有固定的分类方法，只要全面、不重不漏即可。比如说这个题目，除了可以按照数量分类，也可以按照颜色分类，对比体会不同分类方法。

(1) 按数量分类

- ① 挑选1个球有2种不同的方法：1个红球，1个蓝球；
- ② 挑选2个球有3种不同的方法：2个红球，1个红球和1个蓝球，2个蓝球；
- ③ 挑选3个球有2种方法：2个红球和1个蓝球，1个红球和2个蓝球；
- ④ 挑选4个球有1种方法：2个红球和2个蓝球；

所以，共有  $2 + 3 + 2 + 1 = 8$  种不同的挑选方法。

(2) 按颜色分类

①只挑选红色有2种不同的方法：1个红球，2个红球；

②只挑选蓝色有2种不同的方法：1个蓝球，2个蓝球；


③两种颜色都挑选有4种不同的方法：1个红球和1个蓝球，1个红球和2个蓝球，2个红球和1个蓝球，2个红球和2个蓝球；

所以，共有 $2 + 2 + 4 = 8$ 种不同的挑选方法。

B2、C2

2 下面是艾迪的巩固练习，请你把他出错的地方圈起来，并在空白处帮他改正。


艾迪要从2个一样的红球和2个一样的蓝球中挑出若干，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？



① 只选红： 1个， 2个                      2种

② 只选蓝： 1个， 2个                      2种

$2 + 2 = 4$  (种)



教法备注

教师可以利用捉虫给学生讲解枚举可以按照不同的角度分类，比如数量、颜色等。

答案 8种。

解析 枚举没有固定的分类方法，只要全面、不重不漏即可。比如说这个题目，除了可以按照数量分类，也可以按照颜色分类，对比体会不同分类方法。

(1) 按数量分类

①挑选1个球有2种不同的方法：1个红球，1个蓝球；

②挑选2个球有3种不同的方法：2个红球，1个红球和1个蓝球，2个蓝球；

③挑选3个球有2种方法：2个红球和1个蓝球，1个红球和2个蓝球；

④挑选4个球有1种方法：2个红球和2个蓝球；

所以，共有 $2 + 3 + 2 + 1 = 8$ 种不同的挑选方法。

(2) 按颜色分类

①只挑选红色有2种不同的方法：1个红球，2个红球；

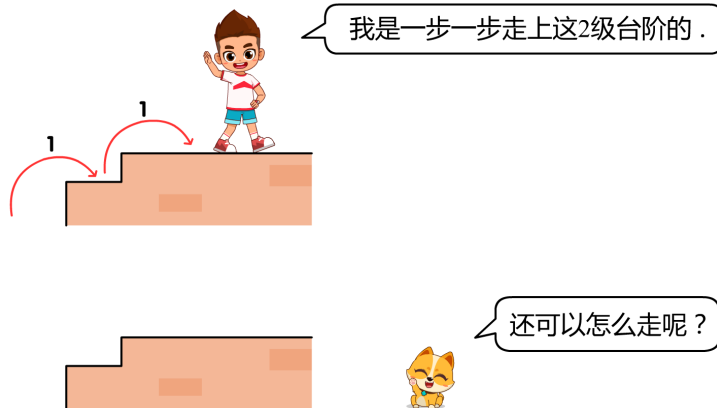
②只挑选蓝色有2种不同的方法：1个蓝球，2个蓝球；

③两种颜色都挑选有4种不同的方法：1个红球和1个蓝球，1个红球和2个蓝球，2个红球和1个蓝球，2个红球和2个蓝球；

所以，共有 $2 + 2 + 4 = 8$ 种不同的挑选方法。

新知2

Q A B C



**答案** 还可以一步迈2个台阶。图略。

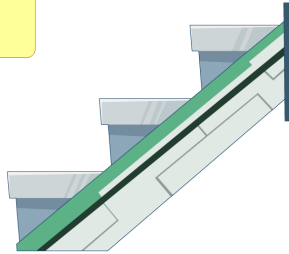
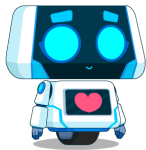
**解析** 动手画一画，感受台阶问题中不同的走法。

探索3

Q3

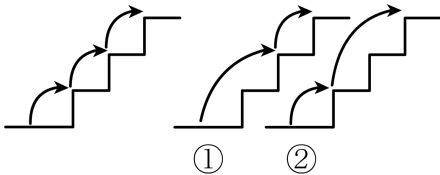
1

我一步只能登上一级或两级台阶，这个台阶有3级，共有多少种不同走法呢？



答案 3种 .

解析 如下图，我们可以按顺序把这些方法用数组表示出来，具体分析如下：



(1)                      (2)

(1) 全是上一级：见上图 (1)，用数组表示不同的走法。(1, 1, 1)表示每步只上一级，只有1种走法；

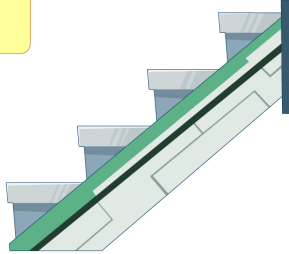
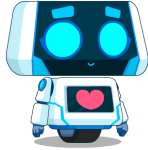
(2) 包含1个两级：见上图 (2)，①(2, 1)②(1, 2)表示有一步上两个台阶，其他几步都各上一个台阶，共有2种走法；

所以共  $2 + 1 = 3$  种走法 .

A3、B3

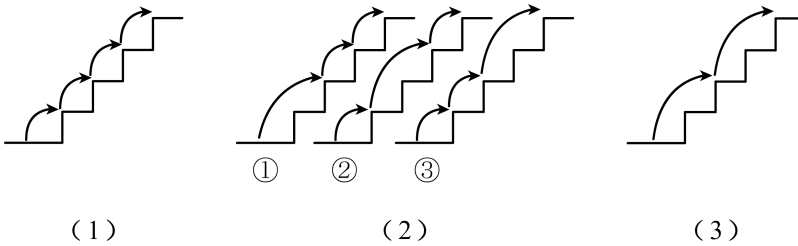
2

我一步只能登上一级或两级台阶，这个台阶有4级，共有多少种不同走法呢？



**答案** 5种 .

**解析** 如下图，我们可以按顺序把这些方法用数组表示出来，具体分析如下：



(1) 全是上一级：见上图（1），用数组表示不同的走法： $(1, 1, 1, 1)$ 表示每步只上一级，只有1种走法；

(2) 包含1个两级：见上图（2），① $(2, 1, 1)$ ② $(1, 2, 1)$ ③ $(1, 1, 2)$ 表示有一步上两个台阶，其他两步都各上一个台阶，共有3种走法；

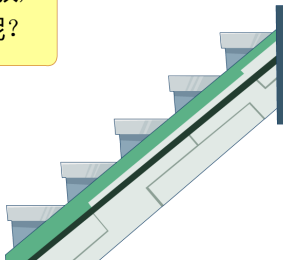
(3) 包含2个两级：见上图（3）， $(2, 2)$ 表示有两步各上两个台阶，这种走法共有1种；

因此，上台阶共有  $1 + 3 + 1 = 5$  种不同的走法。

C3

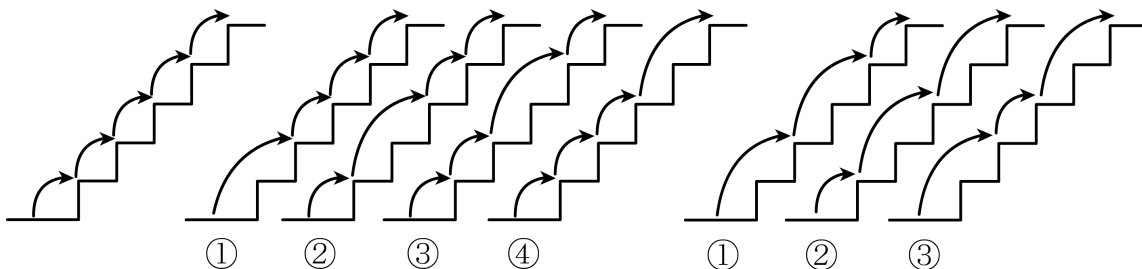
3

我一步只能登上一级或两级台阶，这个台阶有5级，共有多少种不同走法呢？



**答案** 8种 .

**解析** 如下图，我们可以按顺序把这些方法用数组表示出来，具体分析如下：



(1)

(2)

(3)

(1) 全是上一级：见上图 (1)，用数组表示不同的走法：(1, 1, 1, 1, 1) 表示每步只上一级，只有1种走法；

(2) 包含1个两级：见上图 (2)，①(2, 1, 1, 1) ②(1, 2, 1, 1) ③(1, 1, 2, 1) ④(1, 1, 1, 2) 表示有 一步上两个台阶，其他几步都各上一个台阶，共有4种走法；

(3) 包含2个两级：见上图 (3)，①(2, 2, 1) ②(1, 2, 2) ③(2, 1, 2) 表示有两步各上两个台阶，有 一步上一个台阶，这种走法共有3种；

因此，上台阶共有  $1 + 4 + 3 = 8$  种不同的走法。



探索4

Q4、A4、B4

1 博士制造的超级机器人因为设置错误，一步只能登上一级或三级台阶，现在有6级台阶，机器人走完这个台阶共有多少种不同的走法？

答案 6种。

解析 可以按照不同台阶级数分类

(1) 全是上一级： $(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ ，有1种走法；

(2) 包含1个三级： $(3, 1, 1, 1)$ ； $(1, 3, 1, 1)$ ； $(1, 1, 3, 1)$ ； $(1, 1, 1, 3)$ ，有4种走法；

(3) 包含2个三级： $(3, 3)$ ，有1种走法；

共 $1 + 4 + 1 = 6$ 种不同的走法。

C4

2 博士制造的超级机器人因为设置错误，一步只能登上一级或三级台阶，现在有7级台阶，机器人走完这个台阶共有多少种不同的走法？

答案 9种。

解析 可以按照不同台阶级数分类，

(1) 全是上一级： $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ 有1种走法；

(2) 包含1个三级： $(3, 1, 1, 1, 1)$ ； $(1, 3, 1, 1, 1)$ ； $(1, 1, 3, 1, 1)$ ； $(1, 1, 1, 3, 1)$ ； $(1, 1, 1, 1, 3)$ 有5种走法；

(3) 包含2个三级： $(3, 3, 1)$ ； $(3, 1, 3)$ ； $(1, 3, 3)$ 有3种走法；

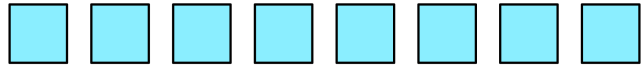
共 $1 + 5 + 3 = 9$ 种不同的走法。

探索5



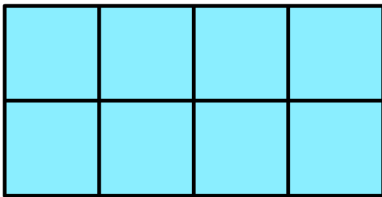
Q5、A5

1 把8个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？



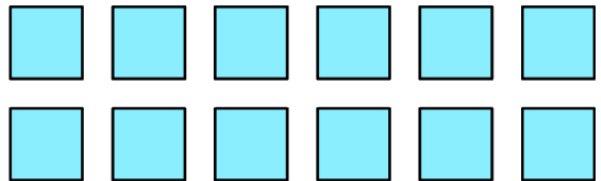
答案 2种.

解析 本题可以按行分类， $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$ ，可以拼成1行、2行的长方形如图所示，共2种拼法。



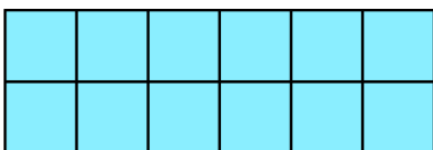
B5、C5

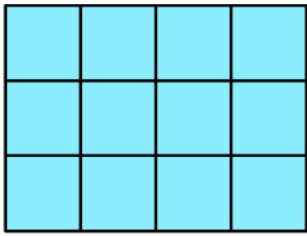
2 把12个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？



答案 3种.

解析 本题可以按行分类， $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$ ，可以拼成1行、2行、3行的长方形，如图所示，共3种拼法：

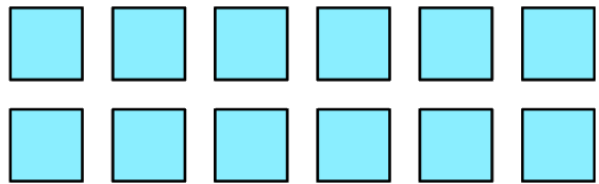




探索6

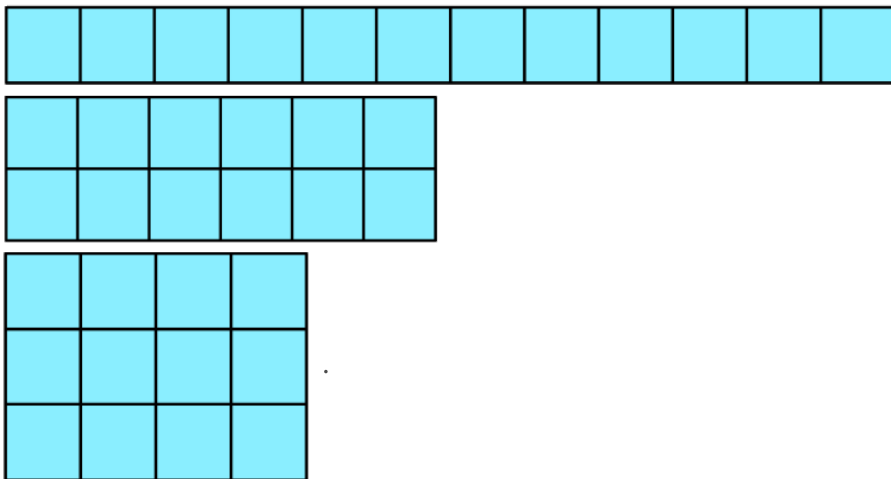
Q6、A6

1 把12个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？



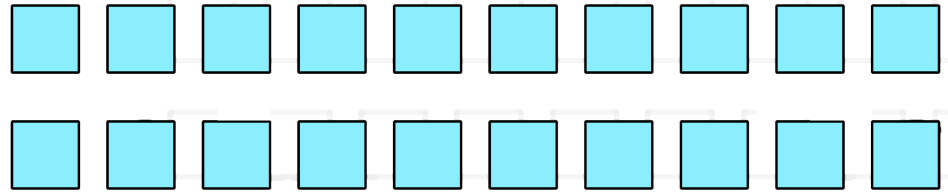
答案 3种。

解析 本题可以按行分类， $12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$ ，可以拼成1行、2行、3行的长方形，如图所示，共3种拼法：



B6

2 把20个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？

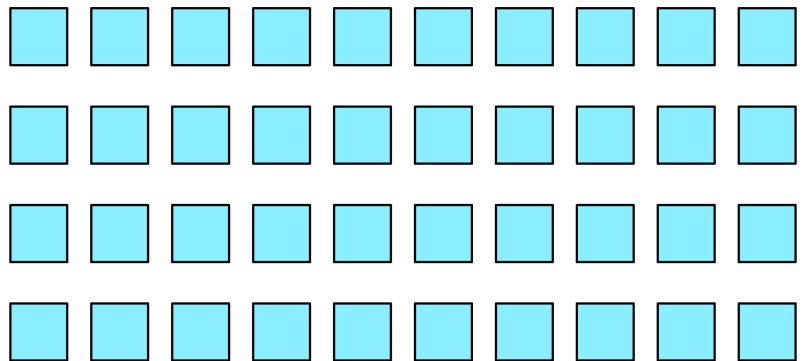


**答案** 3种 .

**解析** 本题可以按行分类， $20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5$ ，可以拼成1行、2行、4行的长方形，共3种拼法 .

C6

3 把40个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？

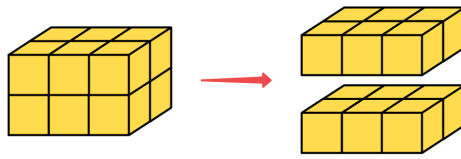


**答案** 4种 .

**解析** 本题可以按行分类， $40 = 1 \times 40 = 2 \times 20 = 4 \times 10 = 5 \times 8$ ，可以拼成1行、2行、4行、5行的长方形，共4种拼法 .

新知3

A、B、C



上层有多少个正方体呢？

$$\square \circ \square = \square ( \quad )$$



一共有多少个正方体呢？

$$\square \circ \square \circ \square = \square ( \quad )$$

教法备注

教师可以用这个新知探索带孩子复习：长方体求块数=行×列×层。可拓展补充一下行、列、层互换位置，得到的长方体是相同的，为后面拼长方体做铺垫。

**答案** (1)  $2 \times 3 = 6$  (个)

(2)  $2 \times 3 \times 2 = 12$  (个)

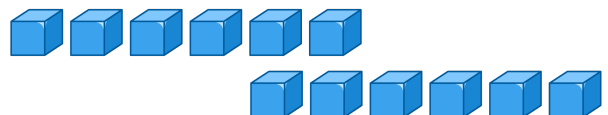
**解析** (1) 上层的数量=行×列， $2 \times 3 = 6$  (个)。

(2) 全部的数量=行×列×层， $2 \times 3 \times 2 = 12$  (个)。

探索7

A7、B7

1 用12个大小一样的小正方体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？



**答案** 4种 .

**解析** 可以按照层数分类 .

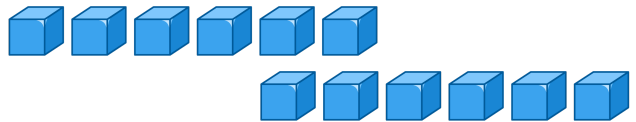
一层的情况：一行  $1 \times 1 \times 12$ ，两行  $1 \times 2 \times 6$ ，三行  $1 \times 3 \times 4$ ；

两层的情况：每层是两行  $2 \times 2 \times 3$ ；

综上，共4种 .

C7

2 (1) 用12个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？



(2) 用40个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？

**答案** (1) 4种 .

(2) 6种 .

**解析** (1) 可以按照层数分类 .

一层的情况：一行  $1 \times 1 \times 12$ ，两行  $1 \times 2 \times 6$ ，三行  $1 \times 3 \times 4$ ；

两层的情况：每层是两行  $2 \times 2 \times 3$ ；

综上，共4种 .

(2) 可以按照层数分类 .

一层的情况：一行  $1 \times 1 \times 40$ ，两行  $1 \times 2 \times 20$ ，四行  $1 \times 4 \times 10$ ，五行  $1 \times 5 \times 8$ ；

两层的情况：每层两行  $2 \times 2 \times 10$ ，每层四行  $2 \times 4 \times 5$ ；

综上，共6种 .

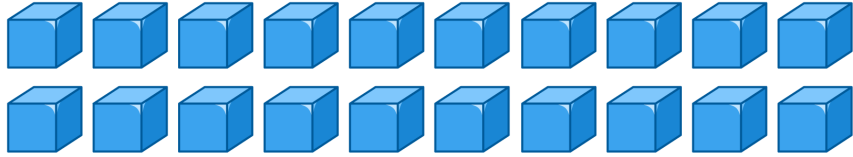
**【教学说明】**

如果学生基础好，可以引导学生按照乘法拆数的思路思考，注意排重即可 .

## 六、挑战题

A版挑战

用20个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？



答案 4种 .

解析 可以按照层数分类 .

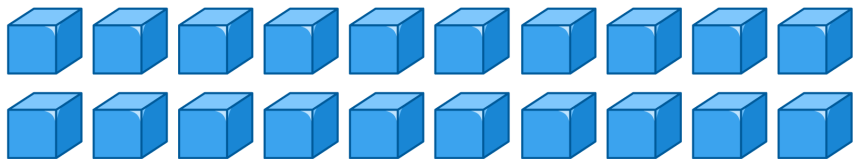
一层的情况：一行 $1 \times 1 \times 20$ ，两行 $1 \times 2 \times 10$ ，三行 $1 \times 4 \times 5$ ；

两层的情况：每层是两行 $2 \times 2 \times 5$ ；

综上，共4种 .

B版挑战

1 用20个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？



答案 4种 .

解析 可以按照层数分类 .

一层的情况：一行 $1 \times 1 \times 20$ ，两行 $1 \times 2 \times 10$ ，三行 $1 \times 4 \times 5$ ；

两层的情况：每层是两行 $2 \times 2 \times 5$ ；

综上，共4种 .

2 用40个大小一样的小正体积木粘成一个大长方体，可以粘成多少种不同的长方体？

**答案** 6种。

**解析** 可以按照层数分类。

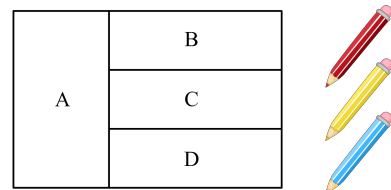
一层的情况：一行  $1 \times 1 \times 40$ ，两行  $1 \times 2 \times 20$ ，四行  $1 \times 4 \times 10$ ，五行  $1 \times 5 \times 8$ ；

两层的情况：每层两行  $2 \times 2 \times 10$ ，每层四行  $2 \times 4 \times 5$ ；

综上，共6种。

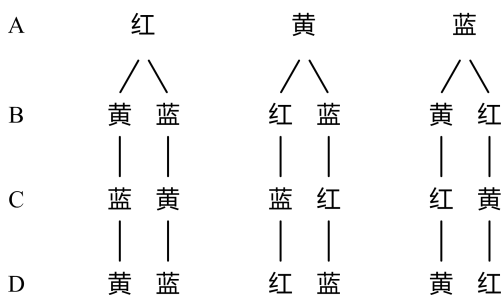
**C版挑战**

1 下图中有A、B、C、D四个不同的区域，有红、黄、蓝三种彩笔，请将这四个不同的区域涂色，要求相邻的区域要涂不同的颜色，你有多少种不同的涂色方法？



**答案** 6种。

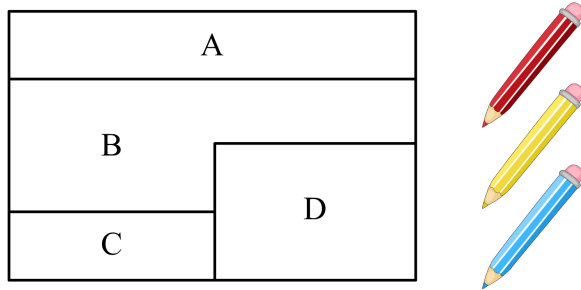
**解析** 用红、黄、蓝三种彩笔，给A、B、C、D四个不同的区域涂色，要求相邻的区域要涂不同的颜色，我们可以先从A区域开始考虑，A区域与其他三个区域都相邻，那么A区域的颜色必须跟其他三个区域的颜色都不一样。涂色方法有：



共6种涂色方法。

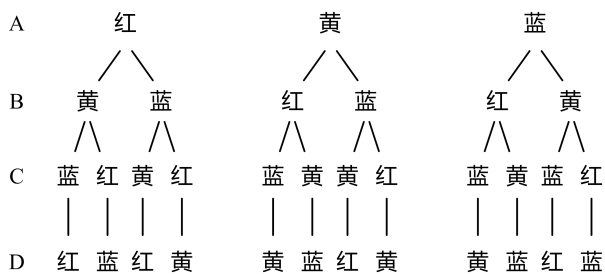
2

下图中有A、B、C、D四个不同的区域，有红、黄、蓝三种彩笔，请将这四个不同的区域涂色，要求相邻的区域要涂不同的颜色，你有多少种不同的涂色方法？



**答案** 12种 .

**解析** 用红、黄、蓝三种彩笔，给A、B、C、D四个不同的区域涂色，要求相邻的区域要涂不同的颜色，我们可以从A区域开始考虑，如果先涂A块，那么可以涂红、黄、蓝任意的一种颜色涂色方法有：



一共有  $4 \times 3 = 12$  种涂色的方法 .

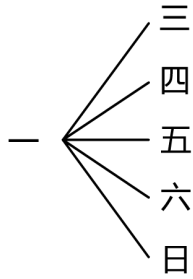
3 豆豆放假一星期（周一到周日），他计划要打两次网球，为防止运动过量不能连续两天都打，那么豆豆一共有多少种不同的时间安排呢？

**答案** 15种 .

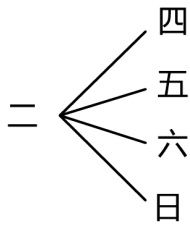
**解析** 每周需要打两次，分类考虑 .

(1) 如果第一次周一打，第二次可以选择周三、周四、周五、周六、周日任意一天打，有5种情况（如下图）；

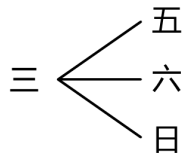




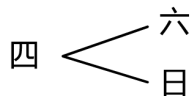
(2) 如果第一次周二打，第二次可以选择周四、周五、周六、周日任意一天打，有4种情况（如下图）；



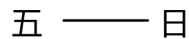
(3) 如果第一次周三打，第二次可以选择周五、周六、周日任意一天打，有3种情况（如下图）；



(4) 如果第一次周四打，第二次可以选择周六、周日任意一天打，有2种情况（如下图）；



(5) 如果第一次周五打，第二次只能选择周日打，有1种情况（如下图）；

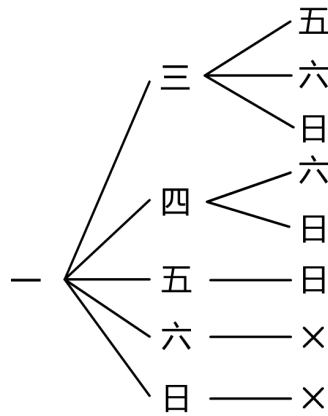


共： $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ （种）。

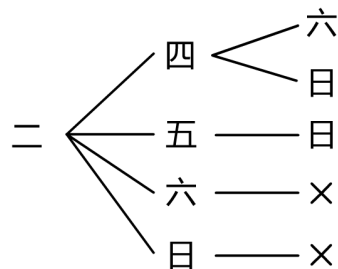
4 灰灰放假一星期（周一到周日），他计划要打三次网球，为防止运动过量不能连续两天都打，那么灰灰一共有多少种不同的时间安排呢？

**答案** 10种 .

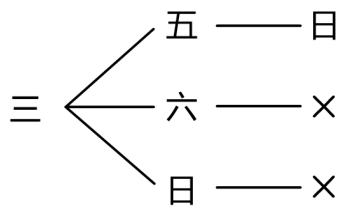
**解析** (1) 如果第一次周一打, 第二次周三打, 第三次有3种选择, 如果第二次周四打, 第三次有2种选择, 如果第二次周五打, 第三次有1种选择, 所以第一次周一打总共:  $3 + 2 + 1 = 6$  (种) 选择 (如下图);



(2) 如果第一次周二打, 第二次周四打, 第三次有2种选择, 如果第二次周五打, 第三次有1种选择, 所以第一次周二打总共:  $2 + 1 = 3$  (种) 选择 (如下图);



(3) 如果第一次周三打, 第二次周五打, 第三次有1种选择 (如下图);



总共:  $6 + 3 + 1 = 10$  (种) .

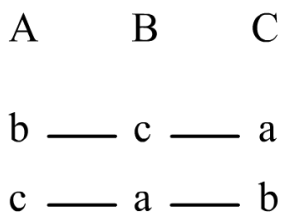
## 七、拓展题

### 拓展题

- 1 小白为三位好朋友各挑选了一份礼物，要将每个礼物送给相应的好朋友。一位好朋友只送一份礼物，如果三位好朋友收到的都是给别人的礼物，那么这种送错的情况共有多少种？

**答案** 2种。

**解析** 三位好朋友分别为 $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，对应的三份礼物为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，送错的情况应该是：① $A-b$ 、 $B-c$ 、 $C-a$ ，② $A-c$ 、 $B-a$ 、 $C-b$ （2种）（如下图）。



- 2 艾迪有三封信和三个信封，要将每封信放入相应的信封中，一个信封只放入一封信，三封信中至少有一封信被装错的情况共有多少种？

**答案** 5种。

**解析** 思考发现一封信被装错是不存在的，所以只有两封信或三封信被装错的可能性。将三个信封分别标记为 $A$ 、 $B$ 、 $C$ ，对应的三封信分别标记为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，并且假定信 $a$ 是放入信封 $A$ 的，信 $b$ 是放入信封 $B$ 的，信 $c$ 是放入信封 $C$ 的。

分类枚举：

(1) 两封信被装错：① $A-a$ 、 $B-c$ 、 $C-b$ ，② $A-c$ 、 $B-b$ 、 $C-a$ ，③ $A-b$ 、 $B-a$ 、 $C-c$  ( $AB$ 互换,  $BC$ 互换,  $AC$ 互换，所以共3种)。

(2) 三封信被装错：① $A-b$ 、 $B-c$ 、 $C-a$ ，② $A-c$ 、 $B-a$ 、 $C-b$  (2种) (如下图)。

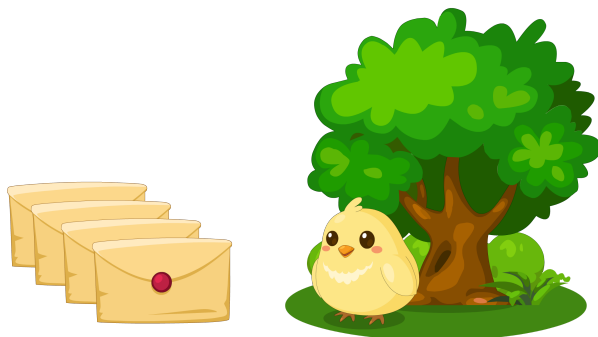
A      B      C

b — c — a

c — a — b

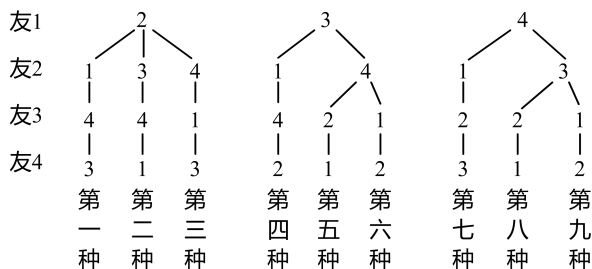
共有  $2 + 3 = 5$  种 .

3 小鸟给4个好朋友写信，由于粗心，在把信纸装入信封时都给装错了。4个好朋友收到的都是别人的信。问装错的情况共有多少种？



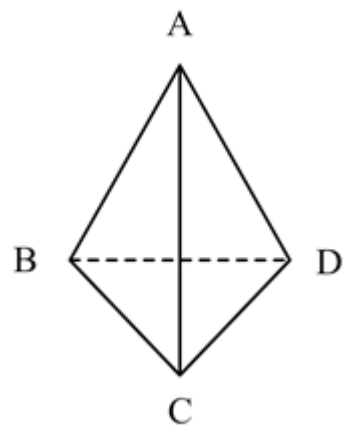
答案 9种 .

解析 把4封信分别编号为1、2、3、4，把小朋友分别编号为友1、友2、友3、友4，并假定1号信是给友1写的，2号信是给友2写的，3号信是给友3写的，4号信是给友4写的，再把各种可能的错装情况列成下图：



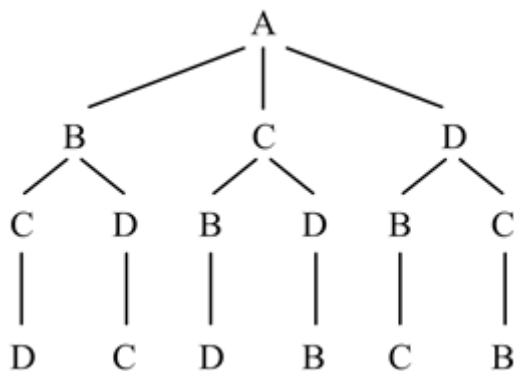
所以，共有9种 .

4 如图，一只小蚂蚁要从一个四面体的顶点A出发，沿着这个四面体的棱依次不重复地走遍4个顶点，请问：这只小蚂蚁一共有多少种不同的走法？

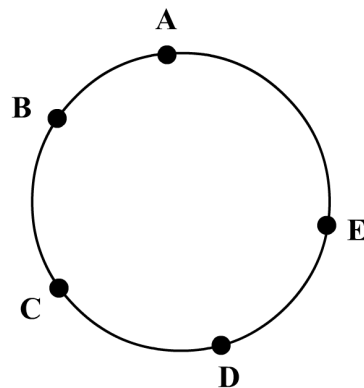


**答案** 6种 .

**解析**



5 如下图所示，有A、B、C、D、E五个点，任取其中的三点为顶点，可以得到一个三角形，在这样的三角形中，以A、B两点中的至少一点为顶点的三角形共有 \_\_\_\_\_ 个。



**答案** 9种 .

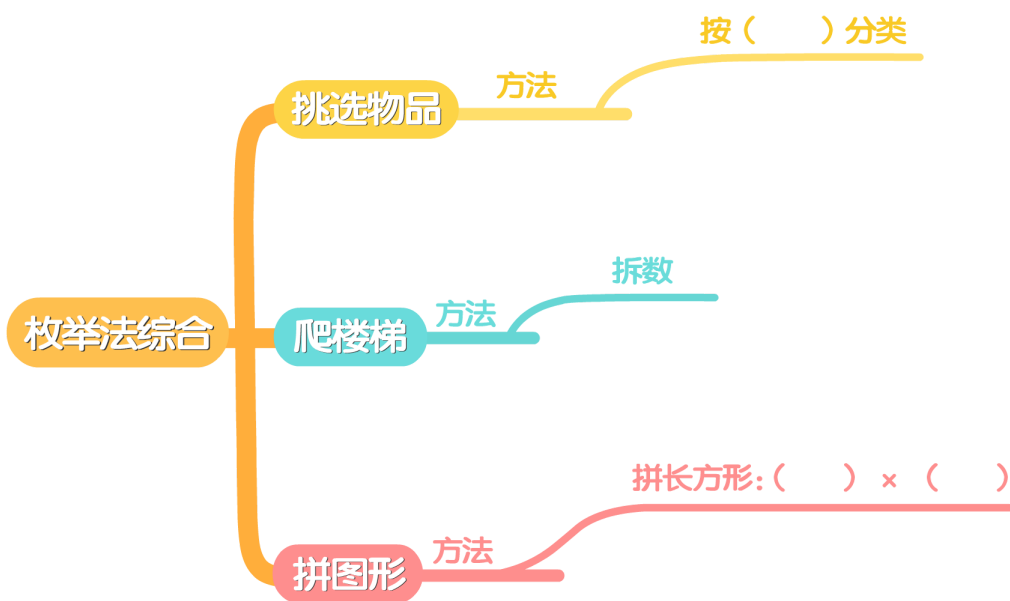


**解析** 分成三类：只包含A顶点的三角形有3个；只包含B为顶点的三角形有3个；同时包含A、B为顶点的三角形有3个，所以共有9个。

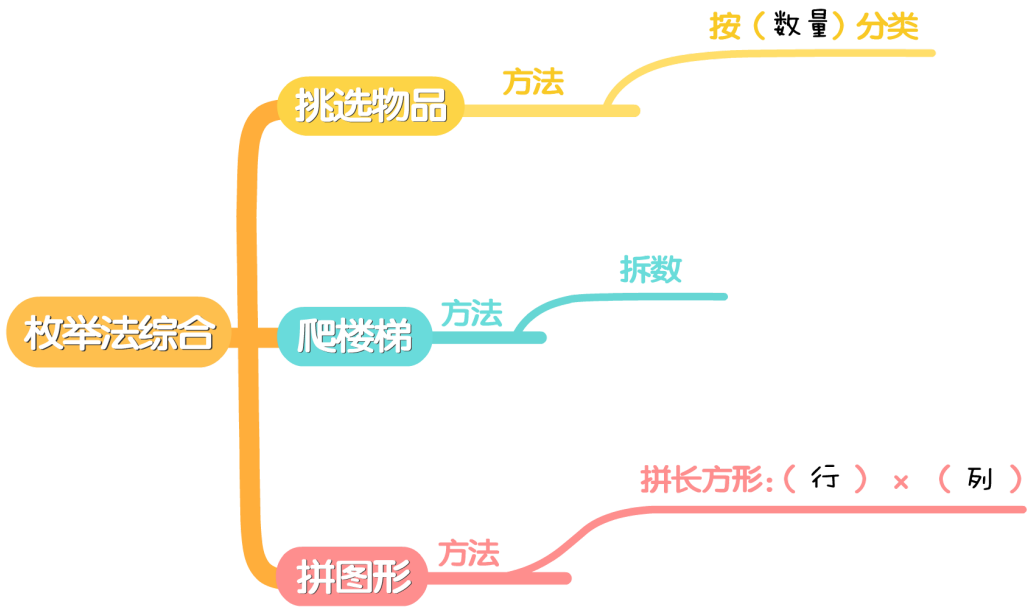
## 八、思维导图

Q

1



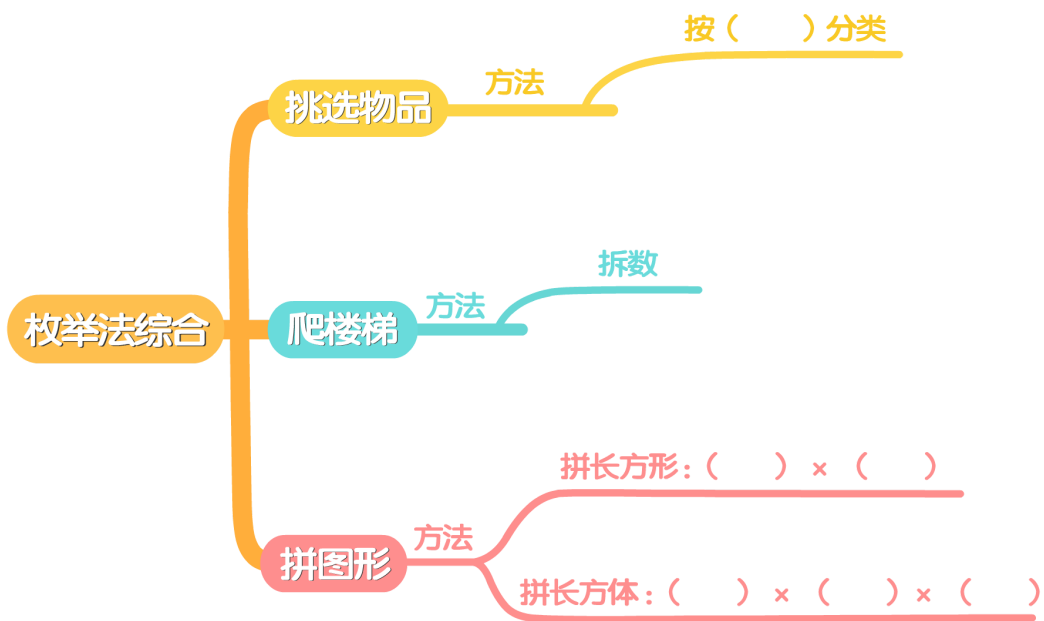
答案



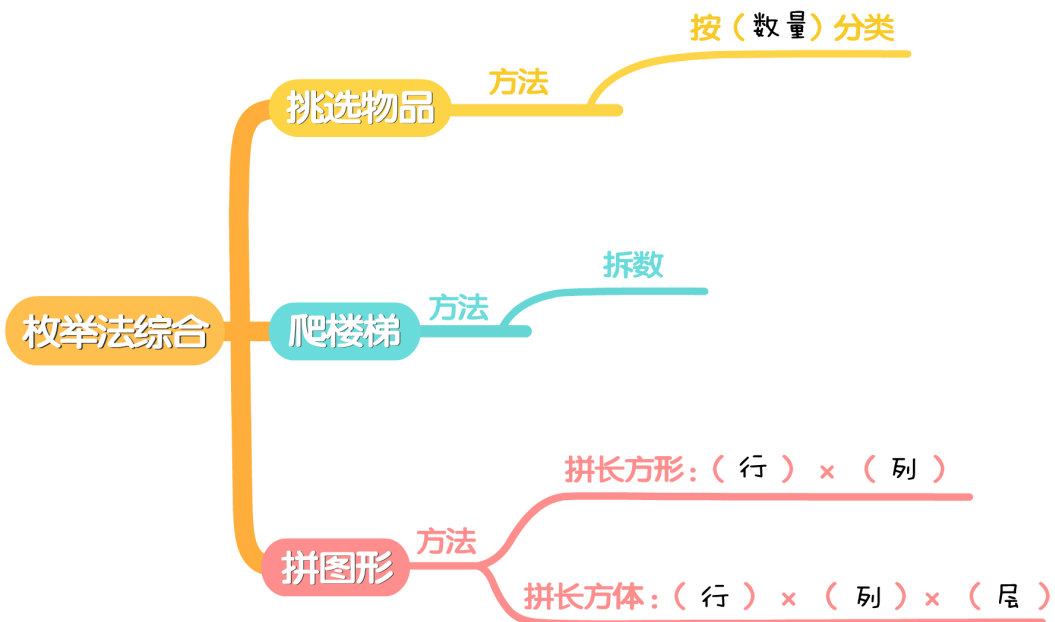
解析 见答案.

ABC

2



答案



解析 见答案.



## 九、本讲巩固

### 萌娃小讲师



小朋友，打开你的芝麻书，翻到本讲，挑一挑选一选，并把你的想法讲一讲吧！

**答案** 8 .

**解析** 分类枚举.

选1节：小、大.

选2节：小小、小大、大大.

选3节：小小大、小大大.

选4节：小小大大.

所以，共有  $2 + 3 + 2 + 1 = 8$  种不同的挑选方法 .

### 本讲巩固

Q 版作业：12；生活应用

A 版作业：12；生活应用

B 版作业：125；生活应用

C 版作业：134567；生活应用

1 明明要从2个一样的飞机模型和1个坦克模型中挑出若干拍照片，请你帮他算一算，他有多少种不同的挑选方法？

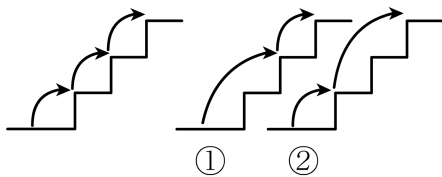
**答案** 5种。

**解析** 挑选1个模型有2种不同的方法：1个飞机模型，1个坦克模型；  
 挑选2个模型有2种不同的方法：2个飞机模型，1个飞机模型和1个坦克模型；  
 挑选3个模型有1种方法：2个飞机模型和1个坦克模型；  
 所以，共有  $2 + 2 + 1 = 5$  种不同的挑选方法。

2 邮局门前共有3级台阶，若规定一步只能登上一级或两级，问上这个台阶共有多少种不同的上法？

**答案** 3种。

**解析** 如下图，我们可以按顺序把这些方法用数组表示出来，具体分析如下：



(1)                      (2)

(1) 全是上一级：见上图(1)，用数组表示不同的走法。(1,1,1)表示每步只上一级，只有1种走法；

(2) 包含1个两级：见上图(2)，①(2,1)②(1,2)表示有1步上两个台阶，其他几步都各上一个台阶，共有2种走法；

所以共  $2 + 1 = 3$  种走法。

3 邮局门前共有4级台阶，若规定一步只能登上一级或两级，问上这个台阶共有多少种不同的上法？

**答案** 5种 .

**解析**  $(1, 1, 1, 1)$  ;  $(2, 1, 1)$  ;  $(1, 2, 1)$  ;  $(1, 1, 2)$  ;  $(2, 2)$  .

4 有6级台阶，规定一步只能登上一级或三级台阶，走完这个台阶共有多少种不同的走法？

**答案** 6种 .

**解析** (1) 全是上一级： $(1, 1, 1, 1, 1, 1)$ ，有1种走法；

(2) 包含1个三级： $(3, 1, 1, 1)$  ;  $(1, 3, 1, 1)$  ;  $(1, 1, 3, 1)$  ;  $(1, 1, 1, 3)$ ，有4种走法；

(3) 包含2个三级： $(3, 3)$ ，有1种走法；

共 $1 + 4 + 1 = 6$ 种不同的走法 .

5 把28个同样大小的正方形拼成1个长方形，可以拼成多少种不同的长方形？

**答案** 3种 .

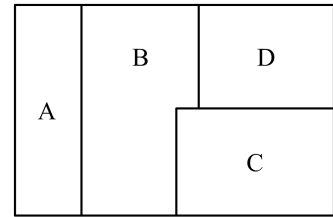
**解析**  $18 = 1 \times 28 = 2 \times 14 = 4 \times 7$ ，3种 .

6 把16个同样大小的正方体拼成1个长方体，可以拼成多少种不同的长方体？

**答案** 4种 .

**解析**  $16 = 1 \times 1 \times 16 = 1 \times 2 \times 8 = 1 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 4$ ，4种 .

7 下图中有A、B、C、D四个不同的区域，有红、黄、蓝三种彩笔，请将这四个不同的区域涂色，要求相邻的区域要涂不同的颜色，你有多少种不同的涂色方法？



**答案** 12种 .

**解析** 一共有  $4 \times 3 = 12$  种涂色的方法 .

生活应用



小朋友，想一想生活中还有哪些地方需要分类呢？

**答案** 答案不唯一 .

## 十、大开眼界

The colours of five balls are red, blue, yellow, green and grey. If two balls are picked, how many ways are there in total?

五个球的颜色分别为红、蓝、黄、绿、灰 . 如果从中拿出两个球 , 一种有多少种不同的方法 ?

**答案**

10 .

解析

按顺序列举所有可能性：

红蓝、红黄、红绿、红灰，

蓝黄、蓝绿、蓝灰，

黄绿、黄灰，

绿灰

总共有 $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ 种不同的方法。

## 十一、延伸阅读

### 博弈论

小朋友们，你们知道什么是“博弈”吗？“博弈”的本意是下棋。小朋友们一定对下棋比较熟悉了，现在很多人都喜欢下棋，要下棋就一定有胜负。大家都想赢，赢棋就是一个很值得研究的问题。研究这类问题的学问就是博弈论。

2000年前，中国著名军事家孙臆帮助田忌赛马取胜的方法，就是早期博弈论的萌芽。

博弈论还有一个经典案例叫囚徒困境。它最早是由美国普林斯顿大学的数学家A.塔克于1950年明确叙述的。囚徒困境的情景是，假设甲、乙两个涉嫌共谋犯罪的嫌疑犯被捕后，被关在相互隔离的牢房里。他们面临的选择是坦白或者保持沉默（即不坦白）。他们被告知：如果他们之中有一个人坦白，而另一个人不坦白，则坦白者可以获得自由，而不坦白者要被判10年监禁；如果两人都不坦白，则两人都被判1年监禁；如果两人都坦白，则两人都被判5年监禁。囚徒困境还有两个前提预设：一是甲、乙两人都是自私理性的人，都会选择对自己有利的策略；二是两人没有办法互通信息，也就是两人并不知道对方会做出什么样的选择。

在这样的条件下，从甲的立场看，有两种可能的情况：一是乙坦白，这时甲如果坦白要入狱5年，不坦白要入狱10年，所以甲一定会坦白；二是乙不坦白，这时，甲如果坦白会获得自由，不坦白会入狱1年，所以甲会坦白。两种情况综合考虑，甲会选择坦白。这个推理过程对乙来说也适用，所以乙也会选择坦白。最后两人都坦白了，都被判刑5年。

囚徒困境的困境在于，甲乙两人如果都保持沉默，不坦白，只会被判刑1年，这个结果显然比两人都坦白要好。可是两人经过理性分析后，却选择了对自己不利的结局。

