线段树应用

- 1.区间开根下取整
- 2.区间求和

- 一个正整数 x 开根 $O(loglogx)$ 次后就会变为1。
- 若区间仍有大于1的元素，暴力递归左右儿子。

- 1.区间开根下取整
- 2.区间加
- 3.求区间和

- 极差也至少会开根：$x^2 - y^2, x - y$
- $(4,3) \rightarrow (2,1) \rightarrow (4,3) \rightarrow (2,1)$
- 若开根对区间内最大值和最小值的影响相同，则转化为区间减。

- uoj228

- 1.区间对一个数 p 取模（每次模数不同）
- 2.区间求和

- 分 $p < x \leq 2p$ 和 $x > 2p$ 讨论。
- 成功取模会导致数至少减小一半。
- 维护区间最大值，小于 p 则不用继续递归。

- 1.区间整除一个数（下取整)
- 2.区间加
- 3.区间和

- 不用考虑整除1的情况。
- 整除一个数 k 会使区间的极差减小约 k 倍。
- 若整除对最大值和最小值的影响相同，转化为区间减。

- loj6029

- 1.对于 $l \le i \le r$ ， $a_i = \min(a_i, x)$
- 2.求区间和
- 3.求区间最大值

- 记录最大值，最大值个数和严格次大值。
- 三种情况：无影响，只影响最大值，影响多种值。
- 第二种情况容易计算，并打标记。
- 最后一种情况暴力递归。
- 可被证明为 $O(nlogn)$ 的。
- HDU5306

- 再加上区间加操作，标记变为（先加x再对y取min），可被证明为 $O(nlog^2n)$ 的。

- 1.单点修改
- 2.询问 $[1,n]$ ，有多少 a_i 是前缀最大值。

- 设右儿子 R 的两个子节点为 R_l, R_r ， v 为区间答案。
- 若左儿子 L 的最大值小于 R_l 的最大值，则不会对 R_r 产生影响，递归 R_l ， R_r 的贡献为 $v_R - v_{R_l}$ 。
- 否则 R_l 无贡献，递归 R_r 。
- 每次update是 $O(logn)$ 的，总复杂度为 $O(nlog^2n)$ 。

- 区间查询?
- 定位出 $O(logn)$ 个区间，按顺序统计。

- luogu4198

- 一只牛吃干草，若第 i 天有干草就会吃1份，否则不吃。
- 第 k 天农夫会送来 a_k 份干草（初始为0）。
- q 次操作，每次修改一个 $a_x = y$，输出吃干草的天的编号之和。
- 3
- 4 3
- 1 5
- 1 2

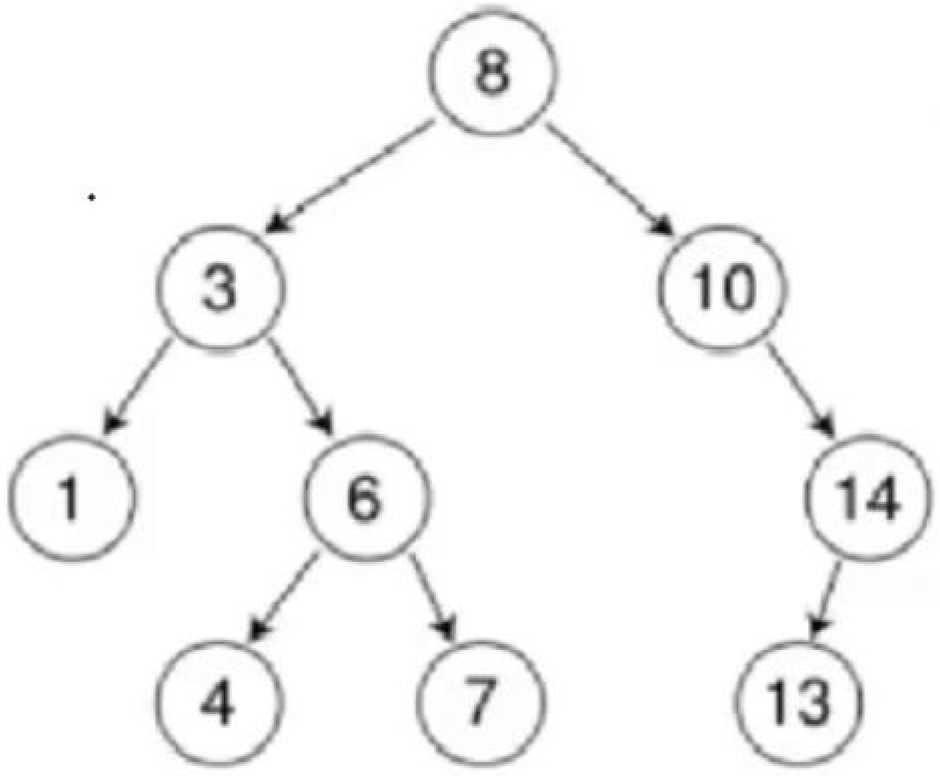
- 15
- 36
- 18

- 每个节点存三个值，x 表示没有干草吃的天数，y 表示会剩余的干草数量，z 表示答案。
- 考虑合并，左儿子的 y 可以填补右儿子的 x。
- 设右儿子的两个子节点为 R_l, R_r，若 $L_y \geq R_{l_x}$，则左儿子剩余的干草可以完全填补右儿子的左儿子的空缺，因此递归右儿子的右儿子，$Y = Y - R_{l_x} + R_{l_y}$。
- 否则，左儿子的剩余无法填补右儿子的左儿子的空缺，对右儿子的右儿子无影响，因此递归右儿子的左儿子。注意右儿子的右儿子的贡献为 $R_z - R_{l_z}$ 而不是 R_{r_z}。
- 合并复杂度为 $O(logn)$，总复杂度为 $O(nlog^2n)$。

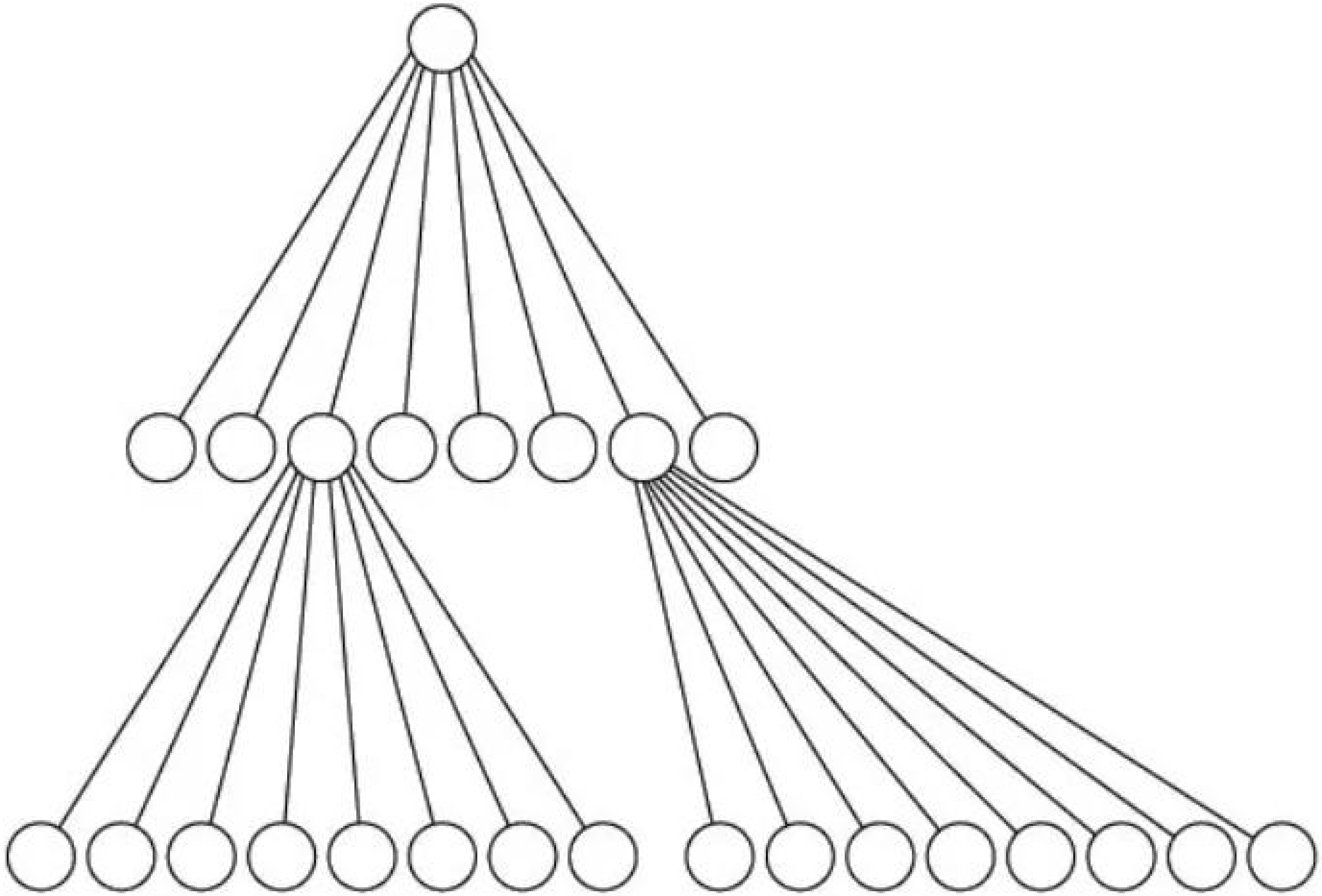
- 解法2：
- 考虑现在有 q 只奶牛，第 i 次操作变为对一个后缀的奶牛全部进行修改，所有修改完成后对每个奶牛都进行询问。
- 因此可以改变修改的顺序，按照时间从小到大。
- 每只奶牛维护最后一次吃干草是哪天，设为 u 。
- 第 x 天给 y 份干草，即 $u = \max(u, x) + y$ 。
- 天数之和容易维护。

- luogu9130

二叉搜索树



多叉树



数据结构优化DP

- 最长上升子序列

- $f_i = \max_{j<i, a_j<a_i}\{f_j\} + 1$

- n 个数字排成一排，你需要将其分为若干连续段，且每一段的长度不超过 L 。
- 设第 i 段的末尾数字为 b_i ，你需要保证 $b_i > b_{i-1}$ ，同时有一个贡献 $b_i^2 - b_{i-1}$ ，注意有 $b_0 = 0$ 。
- 最大化贡献和。
- $n \leq 10^5$
- 5 2
- 1 4 3 2 5
- 31
- {1},{4,3},{2,5}
- 1+(9-1)+(25-3)=31

- 设 f_i 表示分好了前 i 个人，且上一段以第 i 人结尾。
- $f_i = \max_{i-L \le j < i, a_j < a_i} \{ f_j + a_i^2 - a_j \}$
- 与最长上升子序列完全类似。

- hdu4719

- 给定一个长为 n 的序列，一个区间 $[l,r]$ 的得分为这个区间内恰好出现一次的元素个数。
- 求得分最大的区间。
- $n \leq 10^5$

- 4
- 2 1 1 3

- 2

- 设 $f_{l,r}$ 表示区间 $[l,r]$ 的得分，则:
- $f_{l,r}=f_{l,r-1}+1$，若 a_r 不在 $[l,r-1]$ 出现。
- $f_{l,r}=f_{l,r-1}-1$，若 a_r 在 $[l,r-1]$ 出现恰好一次。
- $f_{l,r}=f_{l,r-1}$，若 a_r 在 $[l,r-1]$ 出现多于一次。
- 枚举右端点 R，对所有左端点 i 维护 $f_{i,R}$。
- 找到上一次出现和上上次出现位置，一个区间+1，一个区间-1。

- 有 n 条损坏的赛道，修复第 i 条赛道需要花费 a_i 。
- 有 m 场比赛，第 i 场需要占用 $[l_i, r_i]$ 的赛道，收益为 w_i 。
- 一条赛道可以给多场比赛用。
- 求最大收益。
- $n, m \leq 10^5$
- 7 4
- 3 2 3 2 1 2 3
- 1 2 5
- 2 3 5
- 3 5 3
- 7 7 5
- 4　修1237

- 设 f_i 为前 i 条赛道的最大收益， s 为 a 的前缀和。
- $f_i = \max_{j<i}\{f_j + sum(j+1, i) - (s_i - s_j)\}$ 。
- 其中 $sum(l, r)$ 表示完全被区间 $[l, r]$ 包含的比赛的收益和。
- 将所有比赛按右端点排序。
- 对于一个比赛 l_i, r_i, w_i ，相当于是对 $[1, l_i]$ 的区间加上 w_i 。
- s_i 可以提出来。

- cf115E

- 俄罗斯套娃，第 i 个套娃有内腔大小 in_i 和整体大小 out_i 。
- 第 i 个套娃要能放到第 j 个套娃的内部，需要满足 $out_i \le in_j$ 。
- 你需要计算这样的套娃组合数量：
- 1.满足嵌套关系
- 2.无法再放到其它某个套娃的内部了
- 3.空气的体积最小，即 $\sum in_{p_i} - out_{p_{i-1}}$ 最小。
- $n \le 10^5$

7
1 4
2 4
2 4
1 2
4 5
4 6
2 3

6

{1,5}
{1,6}
{2,4,5}
{2,4,6}
{3,4,5}
{3,4,6}

- 对于第 i 取到最小的方案数之和。
- $in_j \geq out_i$ 的是一个连续前缀。个套娃，能包含它的套娃 j 需要满足 $in_j \geq out_i$ ，因此我们先对套娃按 in 降序排列。
- 设 f_i, g_i 表示考虑了前 i 个套娃，且第 i 个套娃在最里面，最小的空气体积以及方案数。
- 若第 i 个套娃足够大，则 $f_i = in_i, g_i = 1$ 。
- 否则，需要由所有的 $j < i, in_j \geq out_i$ 来更新，空气体积为 $f_j - out_i + in_i$ ，方案数为所有空气体积
- 线段树上合并时，若 f 不同则取较小的， f 相同时 g 相加。

- cf1197E

- 平面直角坐标系上，给定 n 个矩形的坐标。
- 有 m 次询问，每次问左下角 $(0,0)$ ，右上角 (t_i, t_i) 的正方形与所有给定矩形的重叠面积之和。
- 注意，重复的部分多次计算。
- $n \leq 10^5$
- 2
- 1 1 3 3
- 2 2 4 4
- 1
- 3
- 5 第一个矩形重叠4，第二个矩形重叠1

- 重复计算，因此每个矩形对某次询问的贡献是独立的。
- 考虑一个矩形 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 对一次询问 t 的贡献。
- 若 $t \le \max(x_1, y_1)$ ，贡献为0。
- 若 $\max(x_1, y_1) < t \le \min(x_2, y_2)$ ，贡献为 $(t - x_1)(t - y_1)$ 。
- 若 $\min(x_2, y_2) < t \le \max(x_2, y_2)$ ，若 $x_2 < y_2$ ，贡献为 $(x_2 - x_1)(t - y_1)$ ，反之类似。
- 若 $\max(x_2, y_2) < t$ ，贡献为 $(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ 。
- 分别维护二次项，一次项，常数项系数即可。

- hdu4533