

声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

《CSP-J 初级组**算法中数学**》

Day08-数的进制及转换

主讲人：小武老师



课程大纲



1 初等数论(上)

奇数、偶数、质数、合数、约数、倍数、因数、最小公倍数、最大公约数、欧几里得算法等

2 初等数论(中)

算术基本定理、同余关系、孙子定理等

3 初等数论(下)

质数判定、质数筛、埃氏筛法、线性筛法等

4 函数(上)

坐标、函数图像、一次函数、变量与函数等

5 函数(下)

二次函数、指数函数、对数函数、根式与指数幂、幂运算等

6 数列基础

等差数列、等比数列、递推公式、通项公式等

7 矩阵基础

一维矩阵、二维矩阵、矩阵的运算、转置、杨辉三角等

8 数及其运算

数的进制、二进制、八进制、十六进制、编码(ASCII)等

9 计数原理与排列组合(上)

加法原理、乘法原理、排列与组合、再看杨辉三角等

10 计数原理与排列组合(下)

捆绑法、插空法、CSP真题训练等

声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

数的进制

二进制 十进制 八进制 十六进制



可达信奥—小武老师—keda.ac

可达信奥—小武老师—keda.ac



十进制计数板

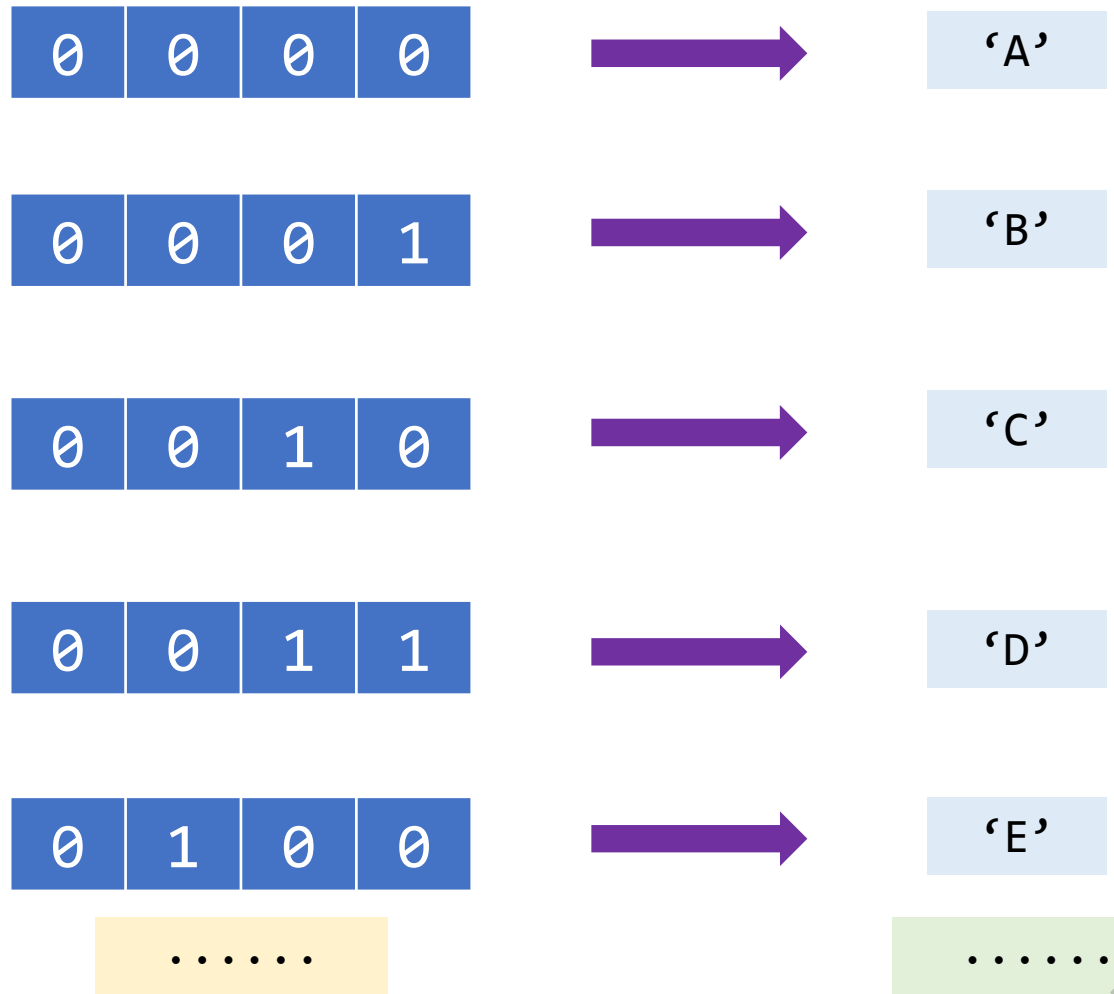


二进制计数板（只有0和1两个数码）

- 十进制计数原理采用“0” ~ “9”十个符号，运算规则为“逢十进一”，基数是十。
- 二进制计数原理采用“0” 和“1”两个符号，运算规则是“逢二进一”，基数是二。



数的编码 (ASCII)



可达信奥—小武老师—keda.ac

可达信奥—小武老师—keda.ac



数的编码 (ASCII)



假如有8个小格子？最多能表示多少个字符？



00000000 ~ 11111111

$$2^8 = 2 \times 2 \times \cdots \times 2 = 256$$



数的编码 (ASCII)



ASCII ((American Standard Code for Information Interchange): 美国信息交换标准代码)

数字	字符	数字	字符	数字	字符	数字	字符	数字	对应字符	数字	字符
32	[空格]	48	0	64	@	80	P	96	`	112	p
33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q
34	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r
35	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s
36	\$	52	4	68	D	84	T	100	d	116	t
37	%	53	5	69	E	85	U	101	E	117	u
38	&	54	6	70	F	86	V	102	F	118	v
39	'	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w
40	(56	8	72	H	88	X	104	h	120	x
41)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y
42	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z
43	+	59	;	75	K	91	[107	k	123	{
44	,	60	<	76	L	92	\	108	l	124	
45	-	61	=	77	M	93]	109	m	125	}
46	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	~
47	/	63	?	79	O	95	_	111	o		

ASCII，美国信息交换标准代码，发明于1963年，ASCII码是7位代码，足够存储128个不同的值。扩展范围后，足够表示大小写字母、数字和标点符号等。**核心思想：用数字代表字符**



数制



数码：数制中表示基本数值大小的不同数字符号。例如：

十进制有10个数码：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9

八进制有8个数码：0、1、2、3、4、5、6、7

十六进制有16个数码：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F

二进制有2个数码：0、1

基数：数制所使用的数码的个数。例如，二进制的基数为2；十进制的基数为10。

位权：数制中某一位所表示数值的大小（所处位置的权重）。例如十进制的123，1的位权是100，2的位权是10，3的位权是1。

$$1234 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$



数制



十进制数与二、八、十六进制数对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0000	00	0	8	1000	10	8
1	0001	01	1	9	1001	11	9
2	0010	02	2	10	1010	12	A
3	0011	03	3	11	1011	13	B
4	0100	04	4	12	1100	14	C
5	0101	05	5	13	1101	15	D
6	0110	06	6	14	1110	16	E
7	0111	07	7	15	1111	17	F

为什么用二进制？

使用电子器件表示物理状态容易实现，两种状态的系统稳定性高，二进制运算简单、硬件容易实现、存储和传送可靠等

可行性

- 二进制数只有0、1两个数码，采用电子器件很容易实现，而其它进制则很难实现。

可靠性

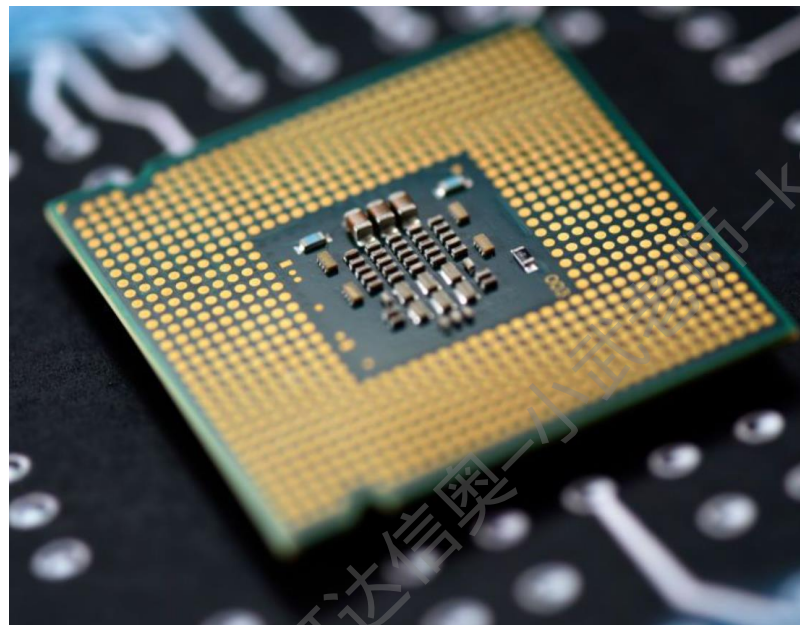
- 二进制的0、1两种状态，在传输和处理时不容易出错

简易性

- 二进制的运算法规简单，这样，使得计算机的运算器结构大大简化，控制简单。

逻辑性

- 二进制的0、1两种状态，可以代表逻辑运算中的“真”和“假”两种值。



声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

进制转换

二进制 十进制 任意进制之间的转换

可达信奥—小武老师—keda.ac

可达信奥—小武老师—keda.ac

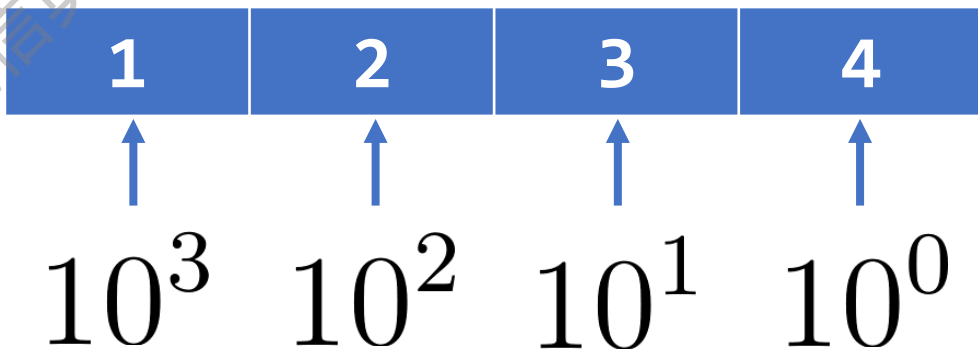


任意进制转十进制

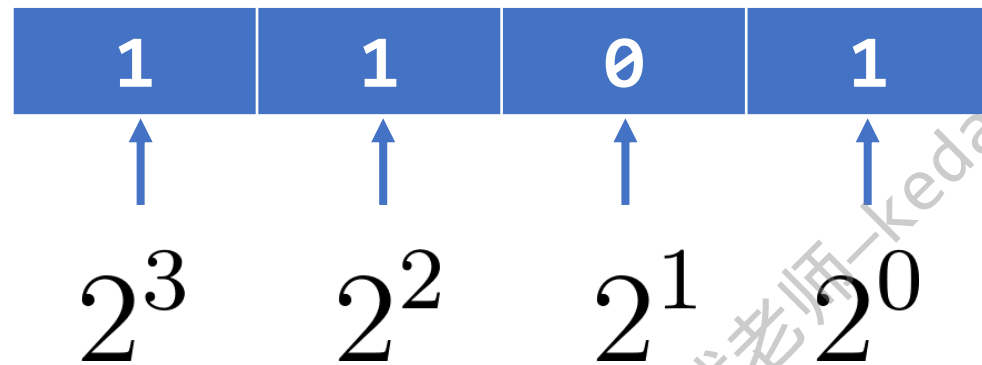


一、N进制数转换成十进制数

方法：按权展开再求和



$$1234 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$



$$(1101)_2 \rightarrow 13 \quad 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$$



任意进制转十进制



方法：按权展开再求和

$$(1001.011)_2 \rightarrow 9.375 \quad 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 9.375$$

$$(1032)_8 \rightarrow 538 \quad (1032)_8 = 1 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 = 538$$

$$(2B3F)_{16} \rightarrow 11071 \quad (2B3F)_{16} = 2 \times 16^3 + 11 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 11071$$

现场测试一下？



二进制和十六进制



二进制和十六进制的转化

方法是以小数点为准，往前、往后“四位一段”分别转换成十六进制数，不满四位要补齐

$$(1110001111.101001)_2 \rightarrow 38F.A4$$

$$(-2F01.4D)_{16} \rightarrow -10111100000001.01001101$$

现场测试一下？



十进制转二进制



十进制转二进制—8 4 2 1法

写出N进制的权值，然后直接在对应权值位置填数字即可。比如：将21转化为二进制：

32	16	8	4	2	1
0	1	0	1	0	1

第一步：写出权值 (8 4 2 1)

第二步：填二进制数字，可以这样理解 (21里面有0个32, 1个16, 剩下5 (21-16=5) , 5里面有0个8, 1个4, 剩下1 (5-4=1))



十进制转二进制



十进制转二进制—8 4 2 1法

$$(67.75)_{10} \rightarrow 1000011.11$$

$$(126)_{10} \rightarrow 1111110$$

$$(72.6875)_{10} \rightarrow 1001000.1011$$



十进制转二进制



十进制转二进制—短除法

十进制数转换成二进制要将整数和小数分开转换，最后再求和。整数的转换方法是：不断除以 2 求余数，最后反序输出；小数的转换方法是：不断乘以 2，将每次得到的整数部分依次输出，并且每次都把整数部分恢复为 0。

$2 \overline{)78}$	0	$\times \begin{array}{r} 0.6875 \\ \underline{2} \\ 0.375 \end{array}$	1
$2 \overline{)39}$	1	$\times \begin{array}{r} 0.375 \\ \underline{2} \\ 0.75 \end{array}$	0
$2 \overline{)19}$	1	$\times \begin{array}{r} 0.75 \\ \underline{2} \\ 0.5 \end{array}$	1
$2 \overline{)9}$	1	$\times \begin{array}{r} 0.5 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$	1
$2 \overline{)4}$	0		
$2 \overline{)2}$	0		
	1		

Arrows indicate the reversal of the integer bits (00111) and the reading of the fractional bits (1011) to form the final binary representation.

$$78.6875 = 1001110.1011$$

可达信奥—小武老师—keda.ac



十进制转二进制



十进制转二进制

$(67.75)_{10} \rightarrow$

1000011.11

$(126)_{10} \rightarrow$

1111110

$(72.6875)_{10} \rightarrow$

1001000.1011



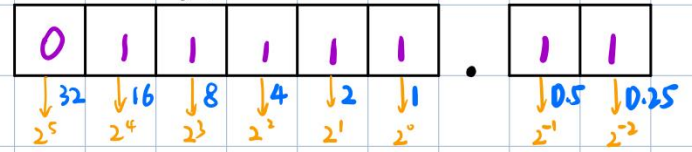
十进制转二进制



十进制转二进制：

① 8421法

$(31.75) \rightarrow 11111.11$



短除法演示

② 短除法

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 31} \\
 \underline{2 15} \\
 2 \overline{) 7} \\
 \underline{2 3} \\
 2 \overline{) 3} \\
 \underline{2 1} \\
 2 \overline{) 1} \\
 \underline{2 0} \\
 0
 \end{array}$$

余
|
|
|
|
|
|
|

11111.11

$$\begin{array}{r}
 0.75 \\
 \times 2 \\
 \hline
 0.5 \\
 \times 2 \\
 \hline
 0.0
 \end{array}$$

整数部分
|
|

可达信奥—小武老师—kexin@kexinac.com



短除法证明



短除法转二进制原理

$$(10011)_2 \rightarrow 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4$$

↓ ↓ ↓ ↓
2⁰ ... 2⁴ (按权相乘再求和)

一般地：

二进制数 $a_{n-1} a_{n-2} a_{n-3} \dots a_2 a_1 a_0$

↓

$$+ \text{进制数 } num = a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2^1 + a_2 \cdot 2^2 + a_{n-3} \cdot 2^{n-3} + \dots + a_{n-1} \cdot 2^{n-1}$$

举例：
 $a_0=1$
 $a_1=0$
 $a_2=1$
 $a_3=1$
 $a_4=0$
 $a_5=1$

$$101101 \rightarrow$$

Step 1: 等式两边同时除以 2

商: $a_1 \cdot 2^0 + a_2 \cdot 2^1 + \dots + a_{n-1} \cdot 2^{n-2}$

余: a_0

Step 2: 把 step 1 里面商继续除以 2

商: $a_2 \cdot 2^0 + \dots + a_{n-1} \cdot 2^{n-3}$

余数: a_1

直到余数为 a_{n-1} , 商为 0

短除法证明 (原理)



测试



$1101_2 \rightarrow$

$110101.101_2 \rightarrow$

$1023_4 \rightarrow$

$1AF_{16} \rightarrow$

$1001_8 \rightarrow$

N进制转10进制

$1011011101_2 \rightarrow$

$1110001111.101001_2 \rightarrow$

$BCDE_{16} \rightarrow$

$(-AF01.4D)_{16} \rightarrow$

2进制转16进制

$63 \rightarrow$

$35.875 \rightarrow$

$258 \rightarrow$

$101.25 \rightarrow$

$72.6875 \rightarrow$

10进制转2进制



总结



进制转换



课后习题与实验

Talk is cheap, show me the code !



声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

下节课见啦！

可达信奥—小武老师—keda.ac

可达信奥—小武老师—keda.ac