

声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

《CSP-J 初级组**算法中数学**》

Day04-函数(上)

主讲人：小武老师



课程大纲



1 初等数论(上)

奇数、偶数、质数、合数、约数、倍数、因数、最小公倍数、最大公约数、欧几里得算法等

2 初等数论(中)

算术基本定理、同余关系、孙子定理等

3 初等数论(下)

质数判定、质数筛、埃氏筛法、线性筛法等

4 函数(上)

坐标、函数图像、一次函数、变量与函数等

5 函数(下)

二次函数、指数函数、对数函数、根式与指数幂、幂运算等

6 数列基础

等差数列、等比数列、递推公式、通项公式等

7 矩阵基础

一维矩阵、二维矩阵、矩阵的运算、转置、杨辉三角等

8 数及其运算

数的进制、二进制、八进制、十六进制、编码(ASCII)等

9 计数原理与排列组合(上)

加法原理、乘法原理、排列与组合、再看杨辉三角等

10 计数原理与排列组合(下)

捆绑法、插空法、CSP真题训练等

坐标与函数

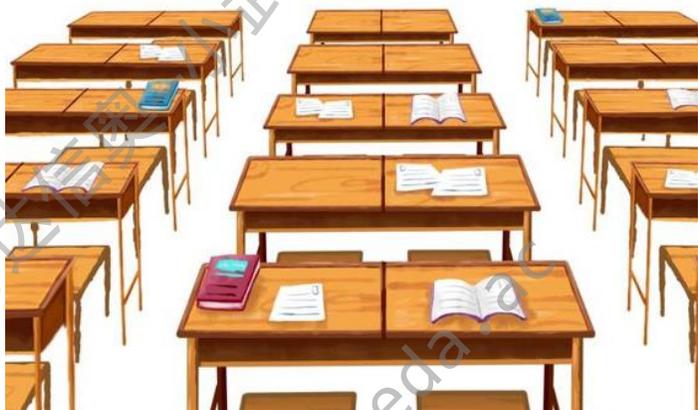
笛卡尔坐标系、变量与常量、定义域、区间、描点
法画函数图像、函数3种表示方法、一次函数性质、
二次函数性质等



坐标与坐标系



如何精确的描述一个位置？



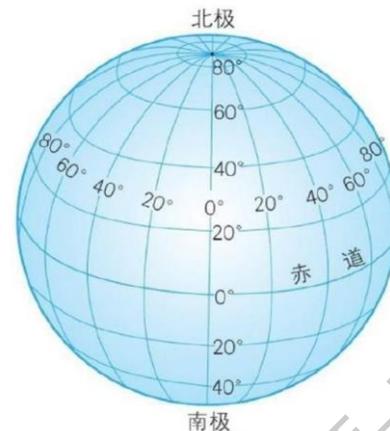
xxx排xxx列

(1, 5)



xxx排xxx座

(7, 6)



北京天安门

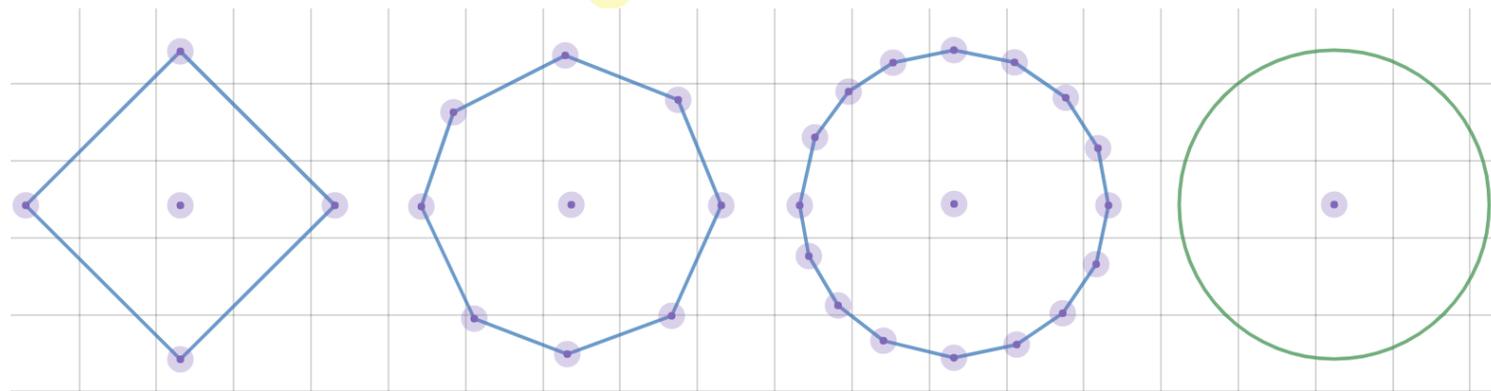
(东经:116°23'17" 北纬:39°54'27")

(116, 39)

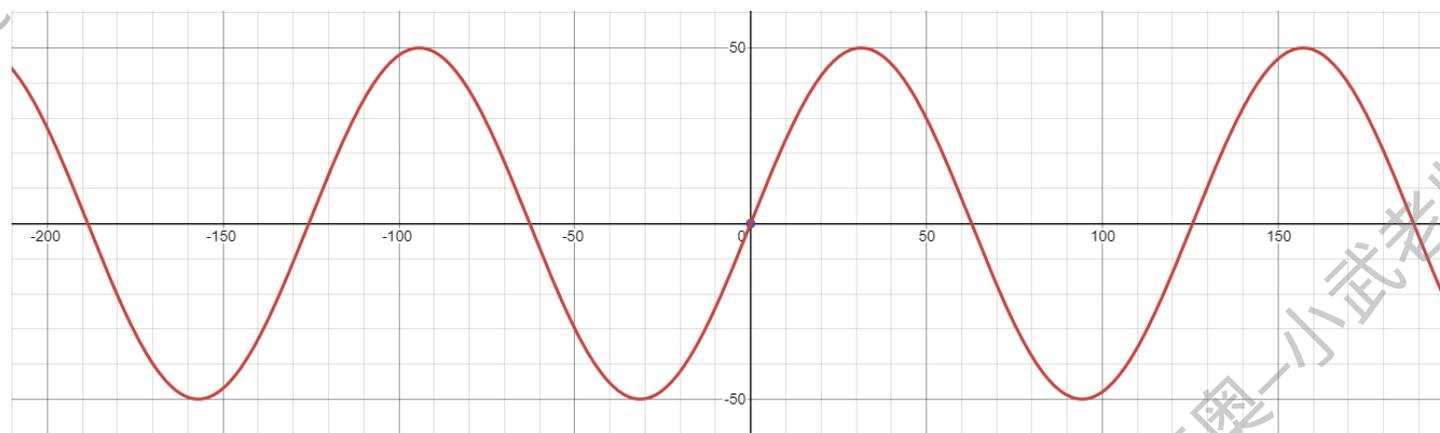
坐标的实质是有序数对，可以精准的表示一个位置（点）

绘图的本质

描点画多边形



描点画正弦曲线



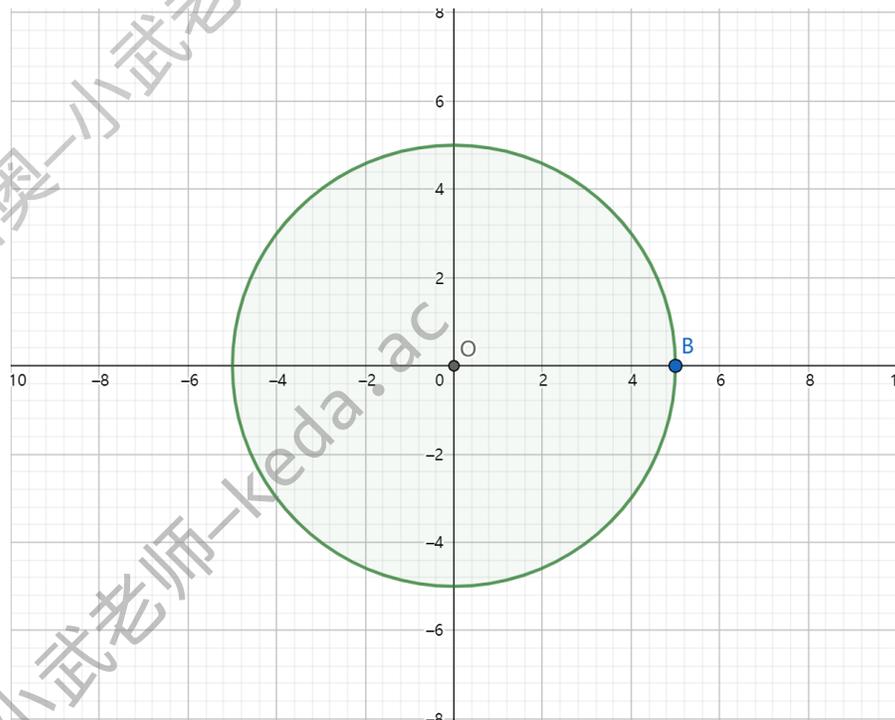
绘图的本质是描点



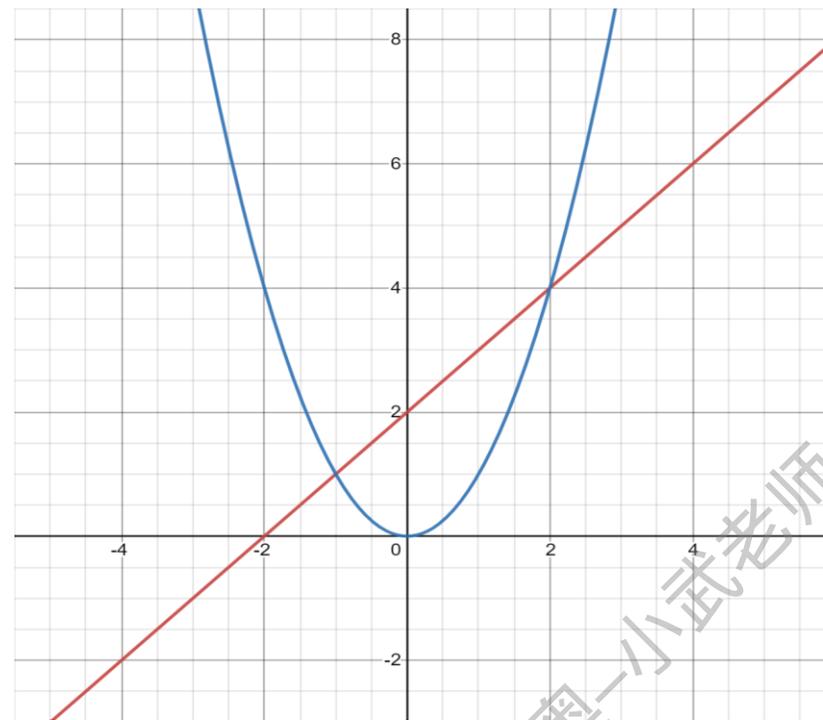
坐标与坐标系



笛卡尔坐标系



<https://www.geogebra.org/geometry>



<https://www.desmos.com>

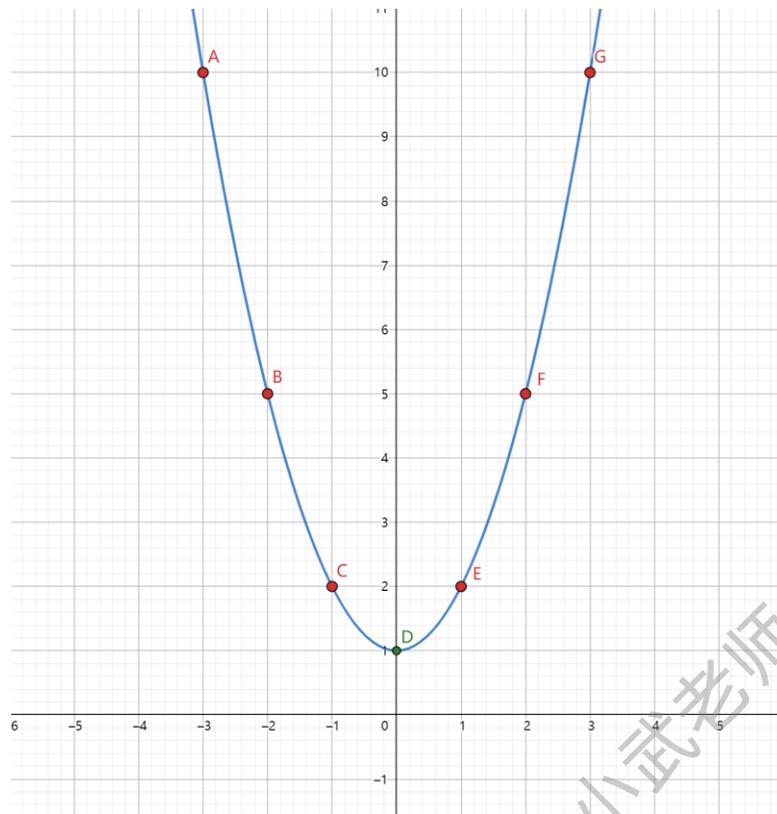


函数与坐标



输入x	-3	-2	-1	0	1	2	3
输出y	10	5	2	1	2	5	10

$$y = x^2 + 1$$



直角坐标系的创建，在代数和几何上架起了一座桥梁，它使几何概念用数来表示，几何图形也可以用代数形式来表示



函数



函数定义：一般地，在某个变化过程中，如果有两个变量 x 和 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与之对应，我们称 x 是自变量， y 是 x 的函数。

输入 x	-3	-2	-1	0	1	2	3
输出 y	10	5	2	1	2	5	10

$$y = x^2 + 1$$

本质上，函数表示了一种映射关系



函数定义域与值域

函数定义域：是函数自变量所有可取值的集合。

$$y = x^2 + 1$$

输入x	-3	-2	-1	0	1	2	3
输出y	10	5	2	1	2	5	10

定义域x的范围是： $-3 \leq x \leq 3$ \longrightarrow $[-3, 3]$

定义域x的范围是： $-3 \leq x < 3$ \longrightarrow $[-3, 3)$

定义域x的范围是： $-3 < x < 3$ \longrightarrow $(-3, 3)$



✓ 100 ☆ #P0066. 递归-求最大公约数(辗转相除法)

ID: 66 传统题 1000ms 256MIB 尝试: 172 已通过: 52 难度: 6

上传者: pony 标签>

问题描述

输入两个正整数 m 和 n ，求它们的最大公约数。

输入格式

一行两个正整数 m 和 n ，用一个空格隔开， $2 \leq m, n \leq 10000$ 。

输出格式

一行一个正整数，表示 m 和 n 的最大公约数。

输入样例

24 36

输出样例

12



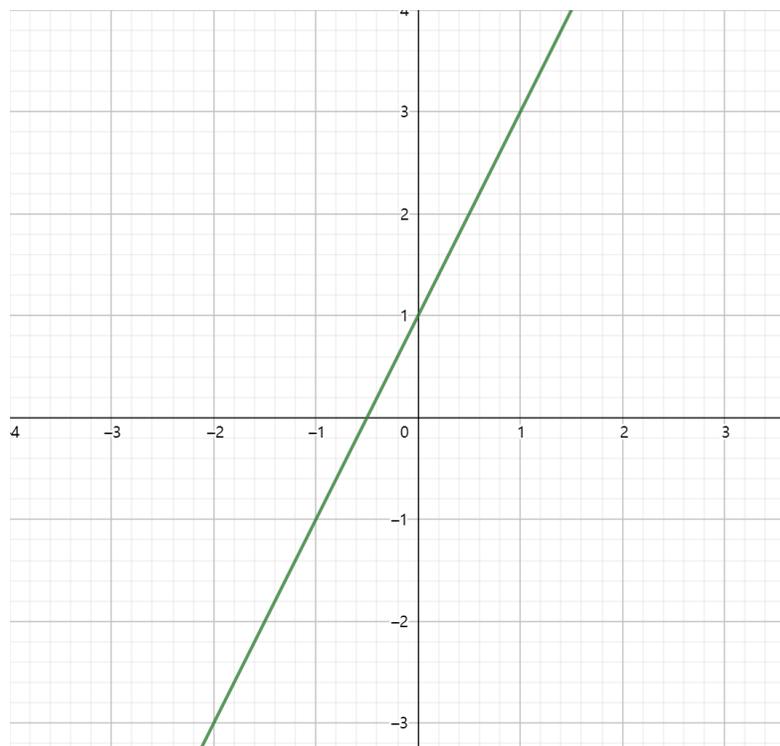
函数表示方法



笛卡尔创造了用代数的方法来研究几何图形的数学分支——解析几何，代数和几何就这样合为一家人了。

输入x	返回y
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9
100	201

列表法



图像法

$$y = 2x + 1$$

解析法

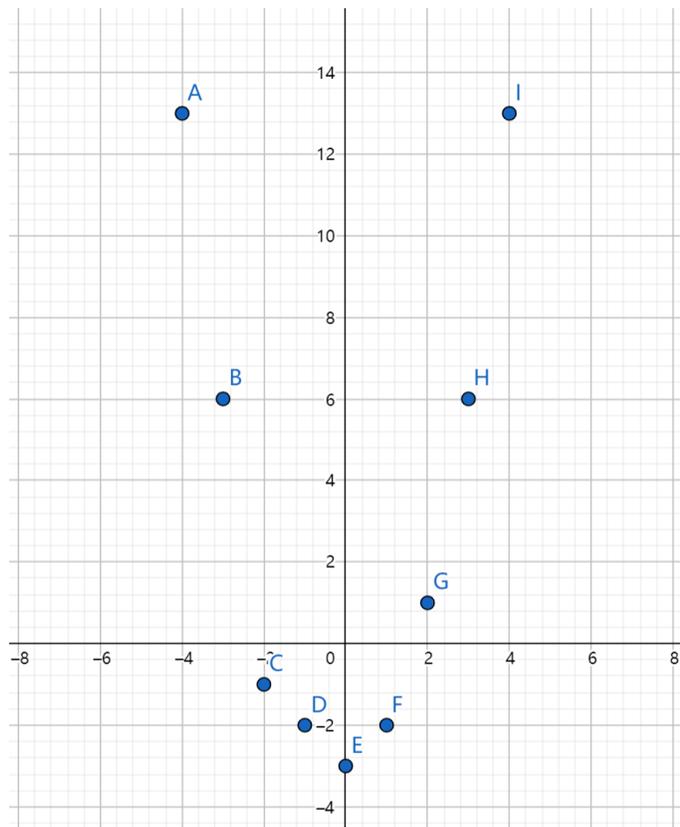


函数图像画法

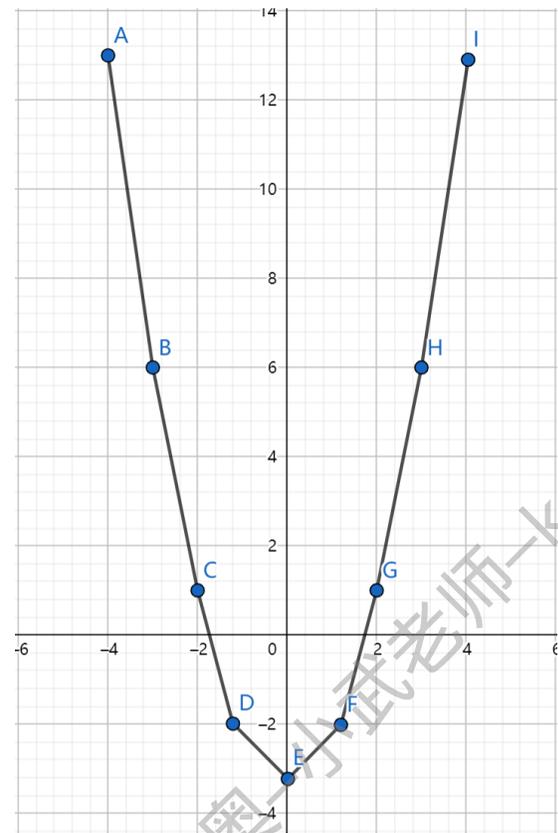
$$y = x^2 - 3$$

输入x	返回y
-4	13
-3	6
-2	1
-1	-2
0	-3
1	-2
2	1
3	6
4	13

第一步：列表



第二步：描点



第三步：连线



一次函数



一次函数(自变量的1次正式)通常可以表示为 $y = kx+b$ 的形式，其中 k 、 b 是常数， $k \neq 0$ 。

$$y = 3x + 2$$

$$y = x - 8$$

特别地，当 $b=0$ 时，一次函数 $y=kx$ (常数 $k \neq 0$) 也叫做正比例函数。

$$y = 3x$$

$$y = x$$

正比例函数是一种特殊的一次函数



一次函数



练习1：下列函数中， y 是 x 的一次函数的有（ ）

$$y = x - 6 \quad (\checkmark)$$

$$y = 2x^2 + 3 \quad (\times)$$

$$y = 2/x \quad (\times)$$

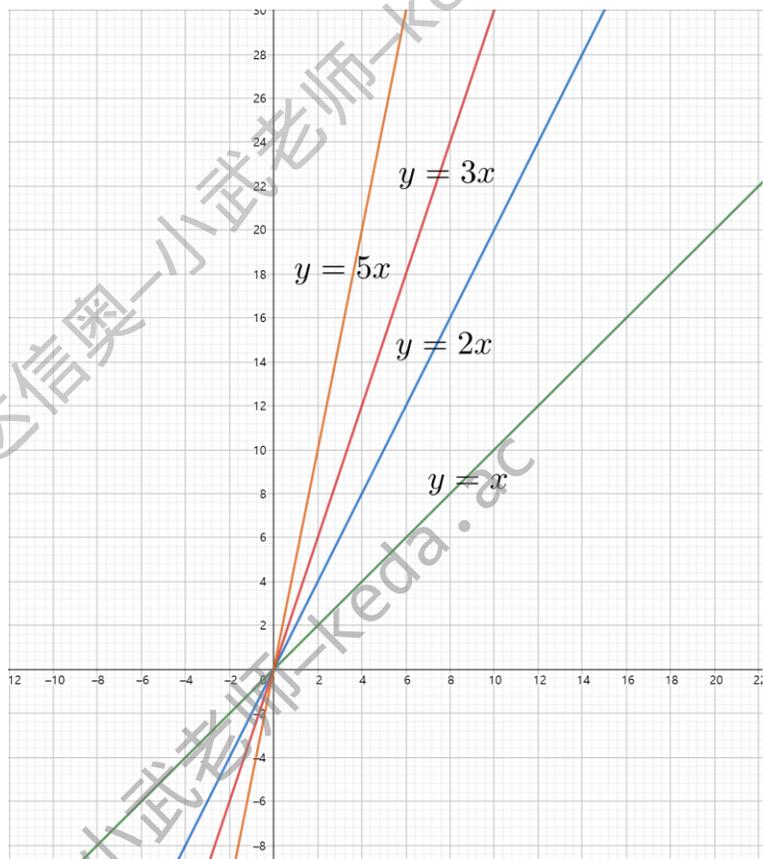
$$y = x/8 \quad (\checkmark)$$

$$y = 5 \quad (\times)$$

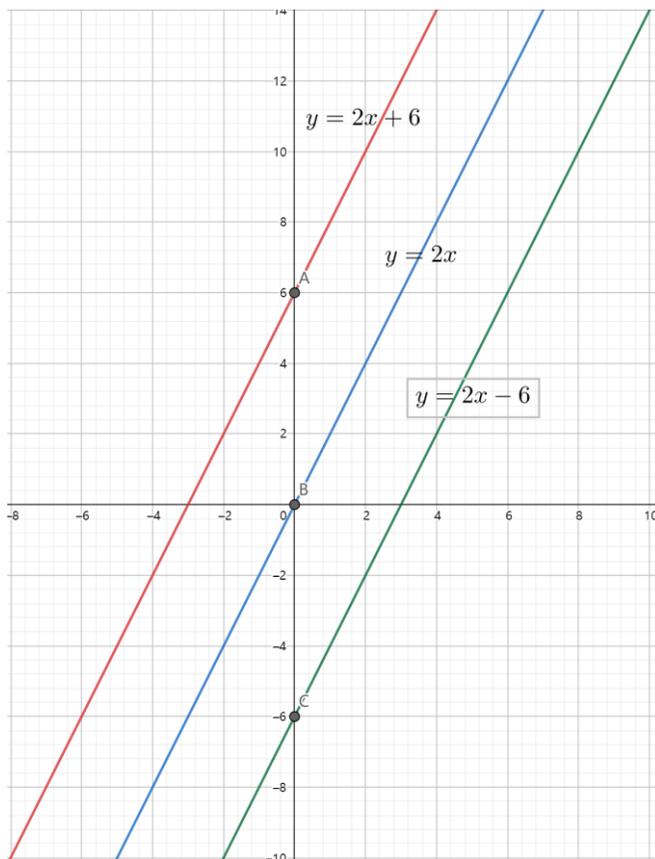
$$y = 5x \quad (\checkmark)$$



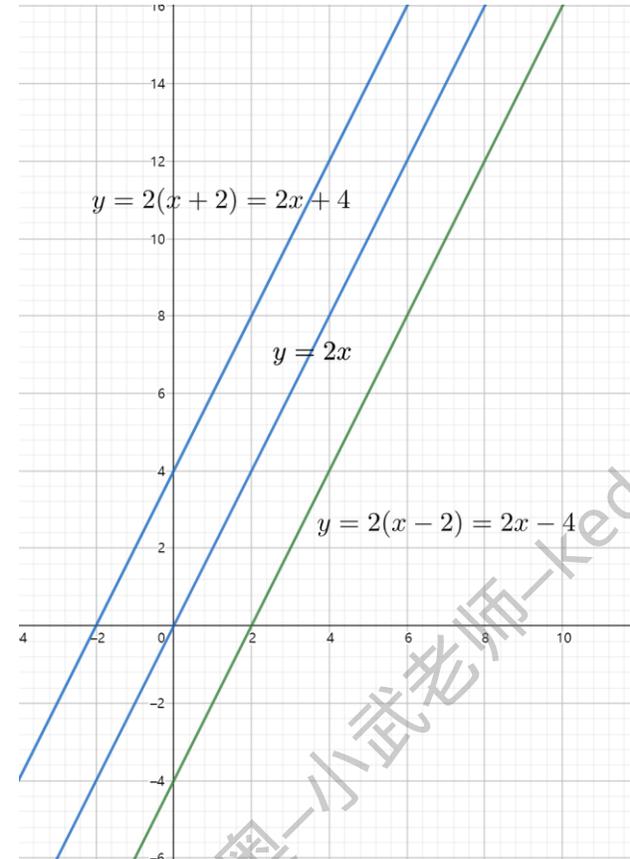
一次函数的性质



图像的倾斜程度由什么决定？



图像上下平移由什么决定？



图像左右平移由什么决定？



一次函数的性质



练习2：下列函数经过怎样的变换可以得到右边的函数？

$$y = x - 6$$



$$y = x - 4$$

$$y = 2x - 2$$



$$y = 2x + 4$$

$$y = 2x + 4$$



$$y = 2x$$



C++函数与数学函数



$$y = 2x + 1$$

输入x	返回y
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9
100	201

```
int fun(int x){  
    return 2*x + 1;  
}
```

模块化编程思想

函数在程序设计中的作用主要有两个：

一是“**代码重用**”

二是“**问题分解**”

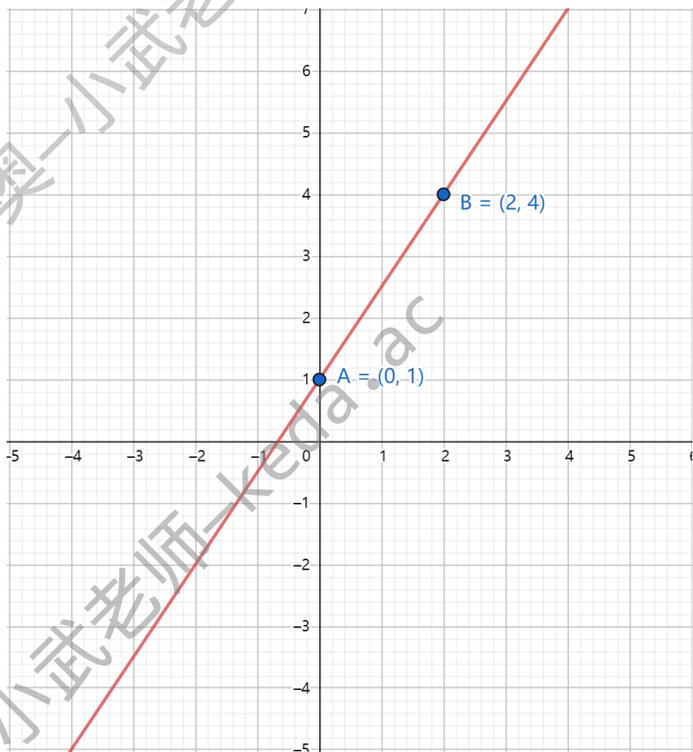




一次函数



求函数表达式：如果一条直线经过A(0,1)和B(2,4)这两个点，那么该一次函数的表达式是什么？



两点确定一条直线

$$y = kx + b$$

$$1 = k \times 0 + b$$

$$4 = k \times 2 + b$$



$$b = 1$$

$$k = 1.5$$



$$y = 1.5x + 1$$

声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

二次函数

二次函数性质、与一次函数比较



二次函数



一次函数

$$y = kx + b, k \neq 0$$

二次函数

$$y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$$

$$y = ax^2, (a \neq 0)$$

$$y = ax^2 + c, (a \neq 0)$$

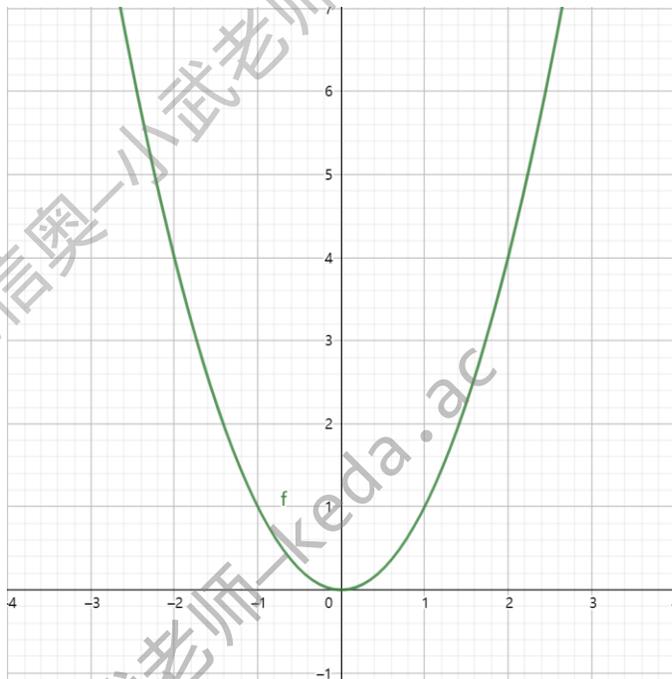
$$y = ax^2 + bx, (a \neq 0)$$



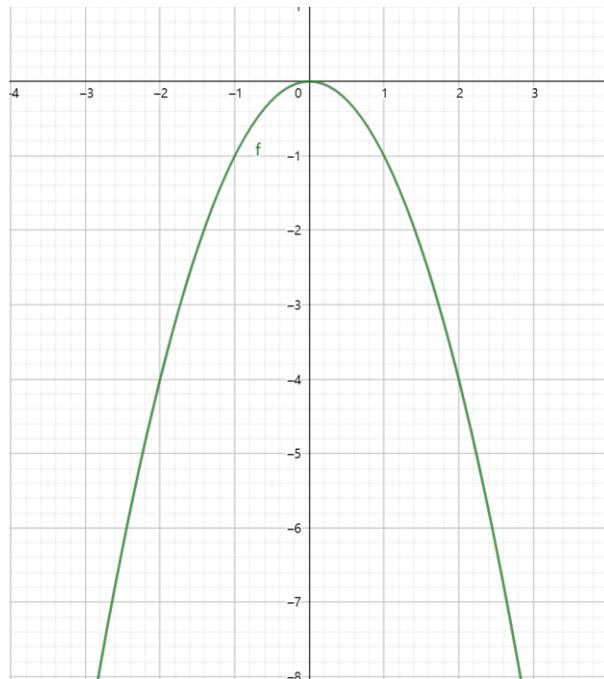
二次函数图像



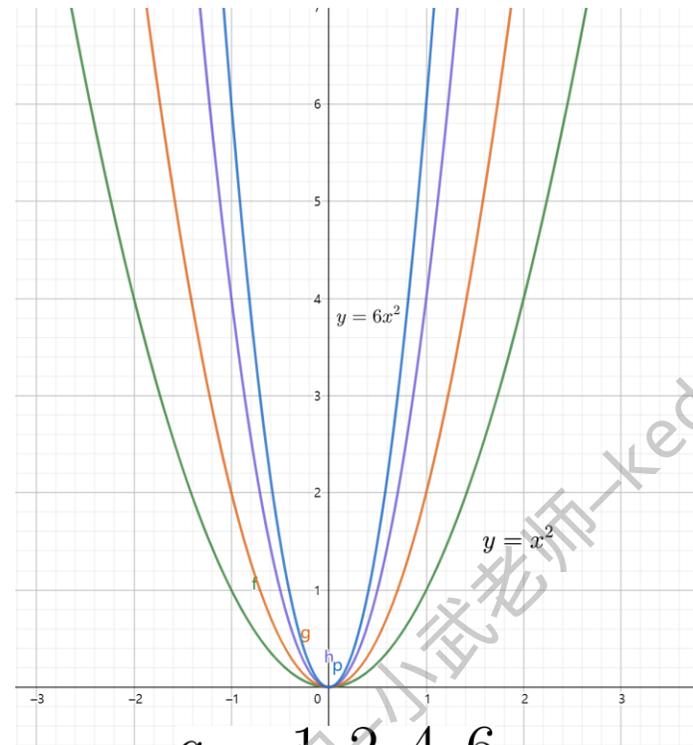
$$y = ax^2, (a \neq 0)$$



$(a > 0)$



$(a < 0)$



$a = 1, 2, 4, 6$

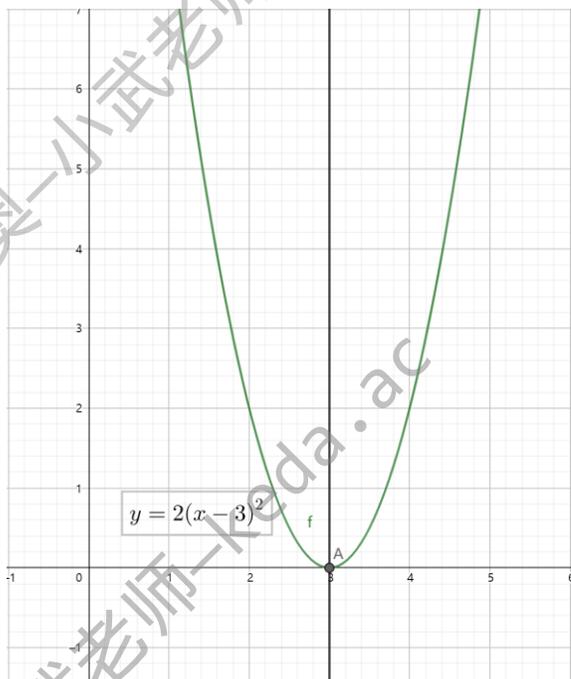
$a > 0$, 开口向上； $a < 0$, 开口向下。 a 的绝对值越大，抛物线的开口越小；



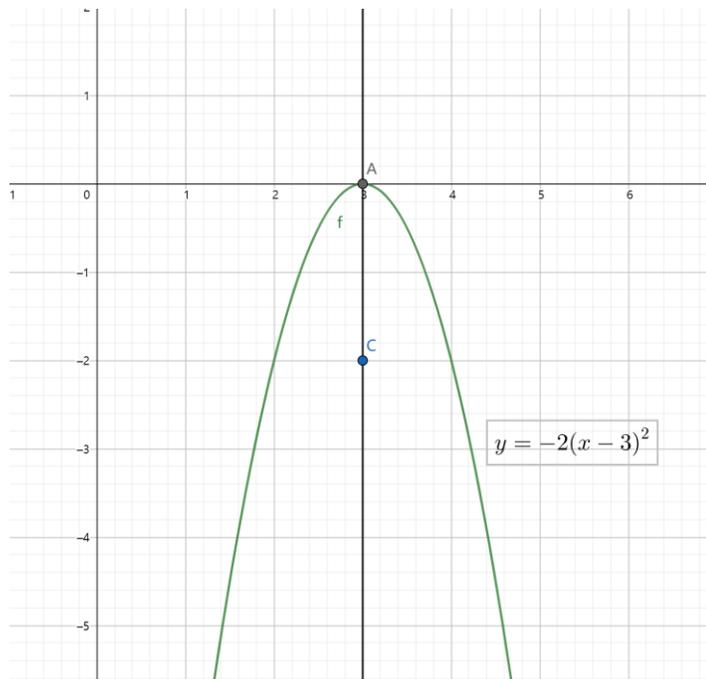
二次函数图像



顶点式 $y = a(x - h)^2, (a \neq 0)$



$(a > 0)$



$(a < 0)$

对称性

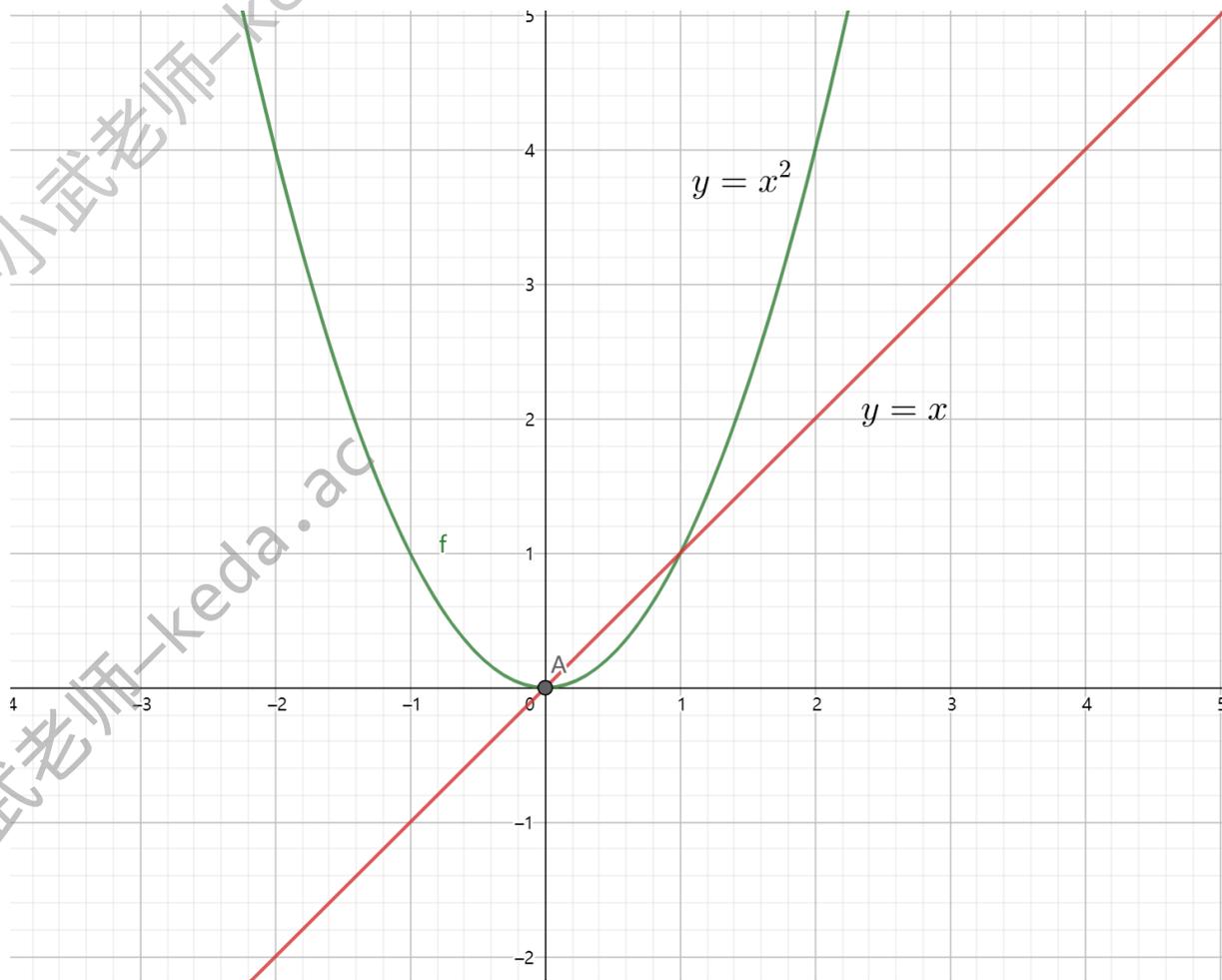
单调性

平移变换

$a > 0$, $x > h$ 时, y 随 x 的增大而增大; $a < 0$, $x > h$ 时, y 随 x 的增大而减小



二次函数 VS 一次函数



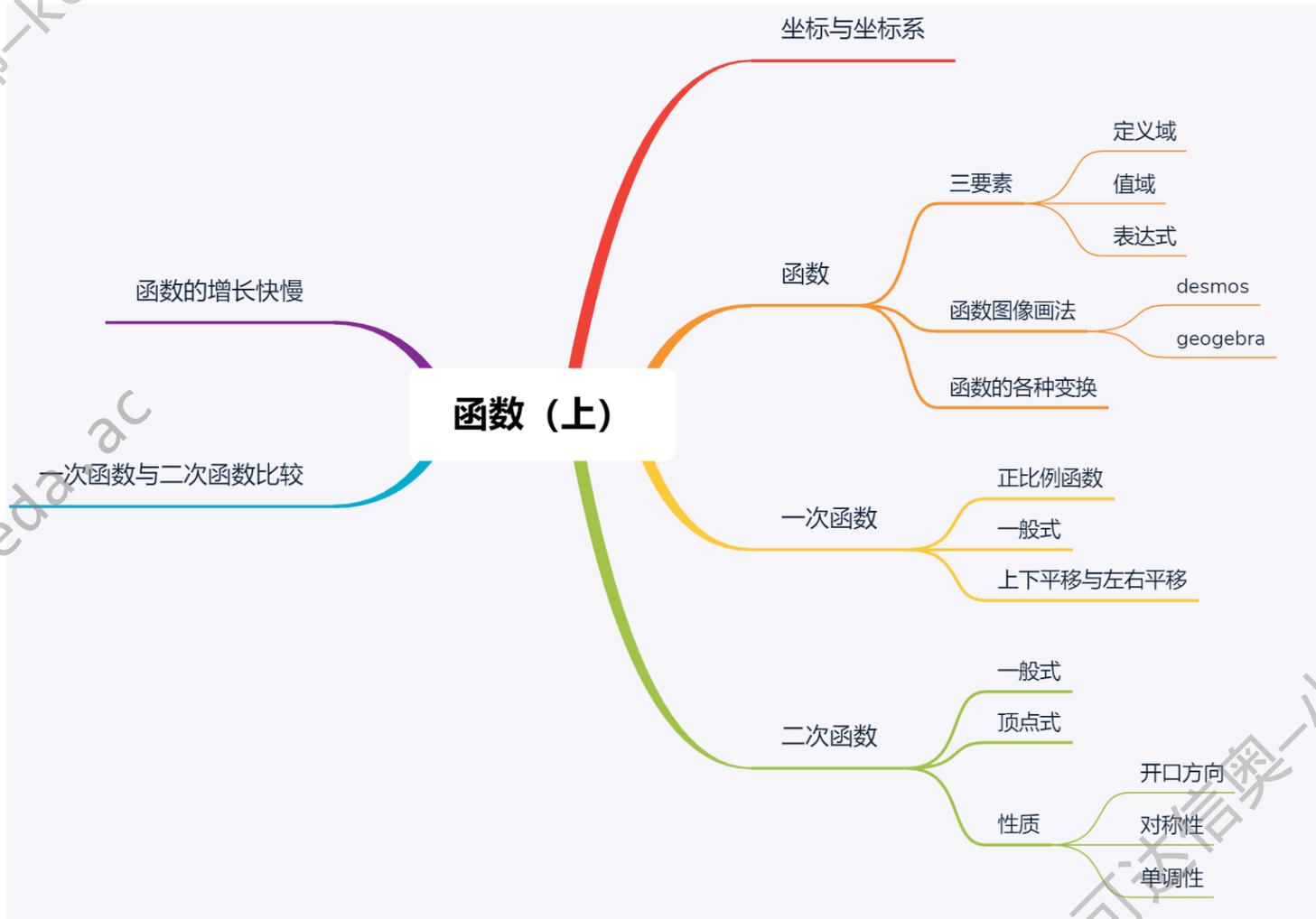
哪个函数增长的更快?

谁的阶更高?

$O(n^2) > O(n)$



函数总结 (上)



课后习题与实验

Talk is cheap, show me the code !

声明：本课件及视频版权归小武老师所有，禁止任何组织及个人分发、抄袭、售卖等，违者将追究其法律责任！

下节课见啦！

